S.701.E.44.

MÉMOIRES COURONNÉS

ET

AUTRES MÉMOIRES

PUBLIÉS PAR

L'ACADÉMIE ROYALE

DES SCIENCES, DES LETTRES ET DES BEAUX-ARTS DE BELGIQUE.

—

COLLECTION IN-8°. — TOME XLVII

BRITISH MUSEUM
NATURAL HISTORY.

BRUXELLES,

F. HAYEZ, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES, DES LETTRES ET DES BEAUX-ARTS DE BELGIQUE,

rue de Louvain, 112

—

1892-1893

MÉMOIRES COURONNÉS

ET

AUTRES MÉMOIRES.

S.701, E.44.

MÉMOIRES COURONNÉS

ET

AUTRES MÉMOIRES

PUBLIÉS PAR

L'ACADÉMIE ROYALE

DES SCIENCES, DES LETTRES ET DES BEAUX-ARTS DE BELGIQUE.

—

COLLECTION IN-8°. — TOME XLVII

BRUXELLES,

F. HAYEZ, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES, DES LETTRES ET DES BEAUX-ARTS DE BELGIQUE,

rue de Louvain, 112

—

1892-1893

CONTRIBUTION

A

LA QUESTION DE L'AZOTE

PAR

A. PETERMANN,

Directeur de la Station agronomique de l'État à Gembloux.

SECONDE NOTE.

(Présenté à la Classe des sciences dans la séance du 8 novembre 1890.)

CONTRIBUTION

A

LA QUESTION DE L'AZOTE.

SECONDE NOTE.

Dans un premier mémoire [1] que nous avons eu l'honneur de présenter à la Classe des sciences de l'Académie royale, nous étions arrivé à tirer de nos recherches les conclusions suivantes :

1° Lorsqu'on élève des plantes de lupin jaune dans du sable renfermant les bactéries du sol, mais très pauvre en éléments nutritifs, placé dans des cases de végétation disposées de façon à pouvoir dominer toutes les conditions de l'expérience, et lorsqu'on établit avec précision le taux de l'azote contenu dans le sable, avant et après l'essai, dans la semence, dans les eaux de pluie et de drainage et dans la récolte, on constate finalement, partie aérienne, racines et sol considérés dans leur ensemble, un gain important en azote, dû à l'intervention de l'azote atmosphérique.

2° Ce gain augmente avec la quantité de substance organique produite. Dans nos essais, il monte au triple lorsqu'on ajoute une fumure minérale seule. Le phénomène existe même lorsqu'on met à la disposition du lupin une abondante fumure de nitrate de soude. Ce gain est masqué par une perte en azote élémentaire due à la nitrification de l'ammoniaque et

[1] *Mémoires couronnés et autres mémoires publiés par l'Académie royale de Belgique*, coll. in-8°, t. XLIV, 1889. — Commissaires : MM. Stas, Spring et Henry.

de l'azote organique dans le cas où l'on remplace le nitrate de soude par une quantité équivalente d'azote sous forme de sulfate d'ammoniaque ou de sang desséché.

3° Contrairement à l'opinion de quelques auteurs, le lupin, dans nos essais, a absorbé et assimilé, c'est-à-dire utilisé à la production de la substance organique, l'azote qui lui a été fourni comme engrais.

4° Les tubercules radicaux du lupin sont sensiblement plus riches en azote que le reste de la plante, tout particulièrement dans les essais qui se sont soldés par un gain en azote. Cette observation ne peut cependant être utilisée à l'appui de la thèse consistant à voir dans la présence des nodosités ou des microbes qui les habitent la cause *exclusive* de l'assimilation de l'azote atmosphérique : *a.* parce que le gain en azote ne porte pas seulement sur la plante, mais aussi sur le sol ; *b.* parce que des gains en azote, par l'enrichissement du sol, ont été obtenus dans la culture de plantes ne possédant pas de tubercules radicaux.

5° La culture pure prouve l'identité des micro-organismes du sol qui a produit le lupin et de ceux rencontrés dans les nodosités radicales de cette plante.

Avant de rendre compte des expériences effectuées dans le courant de l'été 1890, nous tenons à constater que la démonstration de l'intervention de l'azote atmosphérique dans la nutrition végétale vient de recevoir une nouvelle confirmation par des essais entrepris en Angleterre, par MM. Lawes et Gilbert [1].

[1] *New Experiments on the question of the fixation of free nitrogen*, présentés à la ROYAL SOCIETY OF LONDON. Janvier 1890.

L'intervention de l'azote élémentaire dans l'alimentation des *légumineuses* est du reste définitivement acquise à la science depuis qu'elle a été démontrée, non seulement par voie *indirecte*, mais aussi par voie *directe*. (SCHLOESING fils et LAURENT, *Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris*. Séance du 17 novembre 1890). Note ajoutée pendant l'impression.

Il en est de même en ce qui concerne la nature microbienne des nodosités radicales de certaines légumineuses, laquelle nous paraît absolument démontrée par les remarquables travaux de M. Prazmowsky, de l'Académie de Cracovie[1], qui a réalisé la production des nodosités par l'inoculation de cultures pures, vierges de microbes étrangers, à des plantes élevées dans des solutions nutritives, et par les expériences de M. Laurent, faites en 1890[2].

Quant au troisième point de nos conclusions, l'assimilation et l'utilisation de l'azote nitrique, même par des plantes garnies de nodosités, en contradiction avec l'opinion de plusieurs auteurs, il a été également observé par M. Laurent. Sous ce rapport, la planche accompagnant l'étude faite par lui sur le pois et celle figurant nos essais sur le lupin cadrent absolument.

Si les divers expérimentateurs étudiant l'intervention de l'azote sous ses différentes formes dans l'alimentation végétale diffèrent encore sensiblement d'opinion sur la vie des microbes des nodosités et sur le rôle qu'ils y jouent, et si particulièrement M. Laurent, dans son travail cité, fait ses réserves sur la « croissance rapide » des bactéries que nous avons isolées, et sur la « facilité » avec laquelle M. Bréal a réussi à les cultiver, ces divergences n'atteignent pas la question de principe.

De nouvelles recherches ne tarderont pas à éclaircir les points controversés.

L'essentiel, c'est qu'on est bien d'accord sur la présence des bactéries dans les nodosités et sur leur identité avec celles du sol ayant produit la plante mère. C'est ce que nous avons soutenu à la suite de nos recherches antérieures[3].

Conformément à l'intention exprimée à la fin de notre premier mémoire, nous avons poursuivi nos recherches en 1890.

[1] *Landwirthschaft. Versuchsstationen*, 1890.
[2] *Bulletin de l'Académie des sciences*, t. XIX, juin 1890.
[3] *Loc. cit.*, pp. 18 et 21.

Nous avons répété d'abord les essais de l'année précédente avec une autre légumineuse que le lupin étudié en 1889, le haricot, et ensuite avec une graminée, l'orge, végétal dont le système radiculaire est exempt de nodosités.

Le problème à résoudre dans cette *première série d'expériences* peut être ainsi posé : Dresser le bilan des apports et des pertes en azote qui se constatent dans la végétation du haricot et de l'orge, réalisée dans des conditions parfaitement déterminées, entièrement sous la domination de l'expérimentateur.

Nous avons poussé plus avant nos investigations dans la *deuxième série d'expériences,* en abordant un des problèmes les plus délicats et les plus importants de la nutrition végétale : le gain d'azote constaté, en 1889, dans la végétation du lupin et, en 1890, dans celle du haricot et le l'orge, est-il dû exclusivement à la présence d'*azote combiné* et diffusé dans l'atmosphère, ou doit-on admettre une intervention de l'azote élémentaire?

Nour remercions tout particulièrement M. Graftiau, chef des travaux chimiques à la station agronomique, du concours intelligent et dévoué qu'il nous a prêté dans l'organisation et l'exécution des recherches dont nous allons rendre compte.

MM. les assistants de Marneffe et Michel ont également pris une large part dans la surveillance des expériences et dans le travail analytique considérable que celles-ci ont exigés.

SÉRIE I.

Le principe et la méthode d'expérimentation qui forment la base de notre *Contribution à la question de l'azote* ont été exposés en détail dans notre premier mémoire [1]. Il en a été de même pour les procédés d'analyse employés [2].

[1] *Loc. cit.,* pp. 4 et 5.

[2] *Loc. cit.,* pp. 10, 11 et 16.

Nous n'avons donc à signaler, cette année, que les modifications apportées dans les dispositions matérielles, à rendre compte de la marche des nouveaux essais et à fournir les documents nécessaires pour arrêter les termes de l'équation qui établit d'une manière claire et simple le bilan de l'azote [1].

Les cases de végétation ayant dû servir à la seconde série de nos recherches, la première série a été exécutée dans la serre [2].

Pour nous soustraire autant que possible à l'influence de l'individualité des sujets d'essai, nous avons considéré comme faisant partie *d'une seule et même expérience* les plantes portées par quatre pots.

Chaque essai ayant été exécuté en double, nous disposions par conséquent de huit pots, soit 48 plantes d'orge et 24 plantes de haricot, se trouvant dans des conditions absolument identiques.

Les pots ont reçu des arrosages d'eau de puits à titre déterminé en azote. Nous désignons donc, dans les recherches de 1890, les termes Np et Np' de notre équation par Na et Na'.

Deux avantages résultent de la suppression de l'eau de pluie : d'abord, l'eau de puits a une composition beaucoup plus constante que l'eau de pluie; en effet, les extrêmes du titre en azote de l'eau d'arrosage employée du 26 avril au 3 août étaient de 2.08 à 3.18 milligrammes par litre, tandis qu'ils variaient, pour l'eau de pluie tombée en 1889 sur les cases de végétation, de 0.23 à 1.74 milligramme d'azote ammoniacal et nitrique. Ensuite, en réglant la quantité d'eau d'arrosage de manière à tenir toujours la terre humide, mais un peu au-dessous du point de saturation de son pouvoir absorbant pour l'eau et les quelques centimètres cubes passés de temps à autre ayant toujours été reversés sur les pots, nous

[1] *Loc. cit.*, p. 5.

[2] Voir la description de la serre de la station agronomique, la disposition des bocaux, etc. (*Mémoires couronnés et autres mémoires publiés par l'Académie royale de Belgique*, coll. in-8°, 1878).

avons réussi à éliminer un des termes de notre équation, par conséquent à supprimer une cause d'erreur.

Nous avons à signaler encore que nous avons remplacé, pour le dosage de l'azote nitrique dans l'eau, la méthode de M. Schlœsing par celle de M. Warington [1], qui évite, comme on sait, la concentration de l'eau par évaporation.

Sol. — Après avoir assuré le drainage par un tampon d'asbeste recouvert d'éclats de verre lavés à l'acide chlorhydrique et à l'eau distillée ensuite, chaque pot a été rempli de 4 1/2 kilogrammes de sable lavé de Rœulx, de la composition déjà signalée [2].

Ce sable ayant été conservé depuis un an, nous avons naturellement exécuté un nouveau dosage d'azote qui a donné 0gr,00633 par kilogramme, ce qui porte l'azote fourni à chaque essai de culture à 0gr,1140 (N^s).

Ainsi que nous l'avons démontré précédemment, le sable

[1] Nous avons adopté finalement comme pile de réduction le couple zinc-cuivre, composé d'une feuille de zinc roulée en spirale, sur laquelle a été précipité du cuivre en mettant la feuille en contact avec une dissolution de sulfate de cuivre. La spirale cuivrée a été plongée directement dans l'eau à analyser. Nous signalons en passant que tous les échantillons de zinc en poudre que nous avons examinés contiennent de l'ammoniaque; il en est parfois de même de la potasse caustique, dont les dissolutions doivent alors être maintenues un certain temps à l'ébullition, si l'on veut s'en servir pour la méthode de Warington. La magnésie calcinée retient également avec grande énergie des traces d'ammoniaque.

La réduction est complète au bout de quatre jours, lorsque l'on a affaire à quelques milligrammes d'azote nitrique; il faut prolonger le contact pour des titres plus élevés.

Titre en nitrate de soude chimiquement pur.	Azote nitrique correspondant.	Azote nitrique retrouvé.
0gr.0121 par litre.	0gr.00199 par litre.	0gr.00178 par litre
0gr.0100 »	0gr.00165 »	0gr.00164 »

[2] *Loc. cit.*, p. 7.

employé constitue un milieu de culture riche en microbes du sol. Pour des raisons que nous avons déjà fait valoir, nous l'avons néanmoins inoculé par 25 c. c. d'un liquide décanté, obtenu en mettant en macération, pendant vingt-quatre heures, 3 kilogrammes de terre d'une tréflière avec 3 litres d'eau distillée.

Engrais. — Comme nous avions constaté, en 1889, que la simple augmentation du taux des éléments minéraux : potasse, chaux, magnésie et acide phosphorique, mis à la disposition du lupin, avait provoqué une production plus forte en matière organique et fait monter le gain en azote atmosphérique, nous avons fumé une partie des pots avec 0^{gr},40 de potasse (3^{gr},021 de sulfate de potasse et de magnésie à 13.24 °/₀ de potasse anhydre) et 0^{gr},60 d'acide phosphorique (3^{gr},623 de scories de déphosphoration à 16.56 °/₀ d'acide phosphorique anhydre; finesse de mouture, 64 °/₀ au tamis normal).

La disposition de nos expériences dans la serre était donc la suivante :

	MILIEU DE CULTURE.	Espèce végétale. Orge.	Haricot.
Essai I.	Sol sablonneux sans addition	1 à 4	17 à 20
Essai I′.	Idem (contrôle).	5 à 8	21 à 24
Essai II.	Sol sablonneux + fumure minérale . .	9 à 12	25 à 28
Essai II′.	Idem (contrôle).	13 à 16	29 à 32

Semences. — Orge de printemps, à six rangs, d'un poids de 3^{gr},2575 les 100 graines. Richesse en azote :

Méthode à la chaux sodée	1.495	Moyenne : 1.551 pour cent.
— Kjeldahl-Jodlbauer *a*) . .	1.579	
— — — *b*) . .	1.579	

Soit, pour 6 graines, 0^{gr},0030 ou, par essai de quatre pots, 0^{gr},0120 d'azote (**N**^{g}).

Haricot nain jaune d'un poids de 14gr,947 les 100 graines. Richesse en azote :

Méthode à la chaux sodée . . .	3.436	Moyenne : 3.474 pour cent.
— Kjeldahl-Jodlbauer *a*) .	3.496	
— — — *b*) . .	3.490	

Soit, pour 3 graines, 0gr,0156 ou, par essai de quatre pots, 0gr,0624 d'azote (N^g).

Notes sur la marche de l'expérience. — 23 avril : le sulfate potassique et la scorie de déphosphoration sont enterrés à l'aide d'une spatule. On procède à l'inoculation. — 26 avril : les arrosages commencent. — 3 mai : plantation de 6 graines d'orge et de 3 graines de haricot par pot. — 13 mai : commencement de la levée de l'orge. — 16 mai : levée complète ; quelques haricots commencent à montrer leurs cotylédons. — 21 mai : l'orge est très bien venue ; toutes les plantes ont deux feuilles et commencent à montrer la troisième. — 28 mai : levée complète des haricots ; l'orge est très belle ; une différence se manifeste en faveur des séries 9 à 12 et 13 à 16. — 29 mai : les haricots développent la troisième feuille. — 3 juin : l'orge, dans le sable 1 à 4 et 5 à 8, commence à jaunir : aspect souffreteux, caractérisant les plantes affamées d'azote ; les pots à fumure minérale conservent leur supériorité et ont un bel aspect ; les plantes sont visitées plusieurs fois par jour pour recueillir soigneusement tous les débris de la végétation détachés, qui sont desséchés et conservés en flacons. — 13 juin : l'orge 1 à 4 et 5 à 8 faible et jaune ; quelques plantes seulement tallent ; 9 à 12 et 13 à 16 forts, tallement plus prononcé. Haricots dans 1 à 4 et 5 à 8, bonne venue, mais assez faibles ; dans 9 à 12 et 13 à 16, très belle venue. — 17 juin : les haricots se couvrent de boutons floraux. — 27 juin : les différences signalées dans l'orge des deux séries se sont accentuées. La floraison des haricots commence ; les plantes à engrais minéral sont plus fortes et plus vertes que celles du sable sans addition. — 10 juillet : les gousses se forment dans

tous les pots. L'orge des séries 9 à 12 et 13 à 16 très belle et en épis; celle des séries 1 à 4 et 5 à 8 sans épis et toujours petite et chétive. — 16 juillet : quelques rares épis dans 1 à 8; les autres pots en fleurs. — 4 août: on cesse les arrosages. — 14 août : récolte avec les précautions décrites dans le mémoire précédent.

Les racines des haricots étaient garnies de nodosités beaucoup plus petites que celles que l'on observe habituellement chez le lupin.

Les plantes ont été desséchées, réduites en poudre impalpable à l'aide d'un moulin à cône en acier trempé. Les dosages de l'eau et de la faible quantité de sable adhérent ont permis de ramener le titre en azote à celui de la matière absolument sèche et pure.

Arrosage et titre en azote de l'eau. — Chaque arrosage s'est fait avec 200 c. c.

HARICOT.

	Arrosages.	Litres.	Azote par litre.	Azote par pot.	Azote pour 4 pots.
			milligr.	milligr.	milligr.
Essais I et I′	18	3.600	2.03	7.488	
	7	1.400	3.05	4.270	
	8	1.600	3 18	5.088	
	33	6.600	»	16.846	67.384 = N^a
Essais II et II′	18	3.600	2.08	7.488	
	8	1.600	3.05	4.880	
	8	1.600	3.18	5.083	
	34	6.800	»	17.456	69.824 = N^a

ORGE.

	Arrosages.	Litres.	Azote par litre.	Azote par pot.	Azote pour 4 pots.
			milligr.	milligr.	milligr.
Essais I et I′ . .	19	3.800	2.08	7.904	
	7	1.400	3.05	4.270	
	8	1.600	3.18	5.088	
	34	6.800	»	17.262	69.048 = N^a
Essais II et II′. .	20	4.000	2.08	8.320	
	12	2.400	3.05	7.320	
	18	3.600	3.18	11.448	
	50	10.000	»	27.088	108.352 = N^a

Azote contenu dans le sol à la fin de l'expérience. — On a opéré en double le dosage de l'azote contenu dans le sol après la récolte, sur un quart du sable total des quatre pots formant un essai, en employant le procédé décrit dans notre premier mémoire [1].

Poids de l'azote en grammes.

	Organique.	Ammoniacal.	Nitrique.	Total = $N^{s'}$.
	A. HARICOT.			
Essai I.	0.0671	0.0156	0.0234	0.1061
— I′.	0.0611	0.0156	0.0156	0.0923
— II.	0.0691	0.0091	0.0221	0.1003
— II′	0.0611	0.0120	0.0192	0.0923

[1] *Loc. cit.*, p. 7.

	Organique.	Ammoniacal.	Nitrique.	Total = $N^{s'}$.
	B. ORGE.			
Essai I.	0.0691	0.0156	0.0338	0.1185
— I'.	0 0550	0.0234	0.0052	0.0836
— II.	0.0601	0.0117	0.0169	0.0887
— II'.	0.0550	0.0117	0.0169	0.0836

Poids de la récolte sèche et richesse en azote. — Les dosages de l'azote dans les récoltes brutes ont été exécutés par deux opérateurs : l'un a opéré d'après la méthode Ruffle et l'autre d'après celle de Kjeldahl. Les chiffres trouvés ont été rapportés à la récolte sèche et pure.

Le poids de celle-ci et son titre centésimal en azote nous permettront d'établir le poids de l'azote retrouvé dans les plantes produites (N^r).

		Poids de la substance sèche et pure produite en grammes.	Azote pour cent.	Azote total retrouvé dans la récolte en grammes.
		A. HARICOT.		
Essai I.	Plantes . .	10.51	2.859	0.3005
	Racines . .	5.19	2.189	0.1136
	Total . .	15.70	»	0.4141

		Poids de la substance sèche et pure produite en grammes.	Azote pour cent.	Azote total retrouvé dans la récolte en grammes.
		A. HARICOT (*suite*).		
Essai I′	Plantes. . .	11.80	2.447	0.2888
	Racines . .	4.88	2.279	0.1112
	Total . .	16.68	»	0.4000
Essai II	Plantes. . .	19.82	1.789	0.3545
	Racines . .	8.24	1.649	0.1359
	Total . .	28.06	»	0.4904
Essai II′	Plantes . .	21.93	1.559	0.3418
	Racines . .	7.85	1.597	0.1254
	Total . .	29.78	»	0.4672
		B. ORGE.		
Essai I.	Plantes. . .	9.57	2.163	0.2070
	Racines . .	5.93	2.054	0.1218
	Total . .	15.50	»	0.3288
Essai I′	Plantes . .	11.86	1.798	0.2132
	Racines . .	5.07	1.765	0.0895
	Total . .	16.93	»	0.3027
Essai II	Plantes. . .	45.00	0.832	0.3969
	Racines . .	12.14	0.827	0.1004
	Total . .	57.14	»	0.4973
Essai II′	Plantes. . .	37.03	0.894	0.3312
	Racines . .	8.39	1.080	0.0906
	Total. . .	45.42	»	0.4218

BILAN DE L'AZOTE : $N^x = N^r + N^{s'} + N^{a'} - N^g - N^s - N^e - N^a$.

A. **Haricot** (par série de 4 pots).

N° de l'essai.	Milieu de culture.	N^r +	$N^{s'}$ +	$N^{a'}$ +	N^g —	N^s —	N^e —	N^a —	N^x
		gr.	gr.	gr.	gr.	gr.	gr.	gr.	gr.
I.	Sable + microbes du sol.	0.4141	0.1061	0	0.0624	0.1140	0	0.0674	+ 0.2764
I'.	Idem, contrôle	0.4000	0.0923	0	0.0624	0.1140	0	0.0674	+ 0.2485
II.	Sable + microbes du sol + fumure minérale.	0.4904	0.1093	0	0.0624	0.1140	0	0.0698	+ 0.3445
II'.	Idem, contrôle.	0.4672	0.0923	0	0.0624	0.1140	0	0.0698	+ 0.3133

B. **Orge** (par série de 4 pots).

I.	Sable + microbes du sol.	0.3288	0.1485	0	0.0120	0.1140	0	0.0690	+ 0.2523
I'.	Idem, contrôle	0.3027	0.0836	0	0.0120	0.1140	0	0.0690	+ 0.1913
II.	Sable + microbes du sol + fumure minérale.	0.4973	0.0837	0	0.0120	0.1140	0	0.1084	+ 0.3516
II'.	Idem, contrôle	0.4218	0.0836	0	0.0120	0.1140	0	0.1084	+ 0.2740

Le moment est arrivé de rendre compte d'une expérience supplémentaire que nous avons entreprise avec le sol nu.

Deux pots, du même modèle que ceux de la serre, ont été remplis avec 4 1/2 kilogrammes de sable et placés à côté des cultures d'orge et de haricot. Afin de les mettre dans les mêmes conditions que dans les autres expériences, le sable a été maintenu faiblement humide, en ayant soin de donner l'eau d'arrosage en quantité inférieure à celle qui correspond à la saturation du sol. L'inoculation avec des microbes du sol a été effectuée comme pour les autres pots de la serre. L'expérience a duré cent trois jours; en voici le résultat :

	Pot n° 1.	Pot n° 2.
	gr.	gr.
Richesse primitive en azote, le 3 mai	0.0285	0.0285
Azote contenu dans l'eau d'arrosage	0.0048	0 0048
TOTAL de l'azote fourni . . .	0.0333	0.0333
Azote retrouvé le 14 août	0.0247	0 0283
Azote perdu.	0.0086	0 0050

Cette perte ne prouve pas nécessairement qu'aucune absorption de l'azote atmosphérique n'a eu lieu par le sol nu dans le cours de l'expérience.

En effet, que nous nous trouvions en présence d'une fixation de l'ammoniaque par le sol ou d'une absorption de l'azote libre par les microbes du sol, l'azote gagné doit être rapidement assimilé par la plante et transformé en substance organique, sinon les phénomènes de réduction dont le sol est quelquefois le siège peuvent masquer le gain. Cependant, comme notre milieu de culture était convenablement aéré, on peut difficilement admettre des réactions de dénitrification. Il y a plutôt lieu de conclure à l'absence, dans ces essais, de toute intervention de l'azote atmosphérique et à l'attribution de la perte constatée à un dégagement de l'azote dans la nitrification de la matière organique du sol.

Le tableau de la page 15 constitue une confirmation pleine et entière des conclusions auxquelles nous étions arrivé par nos expériences de 1889, savoir : intervention manifeste de l'azote atmosphérique dans la nutrition du lupin. La balance des apports et des pertes en azote se solde, en effet, sans exception, dans nos huit essais, comprenant chacun quatre pots, par un gain sensible. Ce gain augmente, comme nous l'avions également constaté, lorsqu'on rend possible une plus forte production de substance organique en pourvoyant le milieu de culture d'une copieuse fumure en éléments minéraux assimilables.

Tout en produisant dans ce cas (voyez tableau, p. 14) des plantes d'un titre centésimal inférieur en azote, le poids de la masse végétale monte dans une si forte proportion que le poids de l'azote y contenu est supérieur à celui que l'on retrouve dans la récolte produite dans un milieu de culture pauvre, non additionné d'engrais minéraux.

Mais le résultat le plus important acquis par cette nouvelle étude est la démonstration de l'intervention de l'azote atmosphérique non seulement dans la végétation du lupin et du haricot, mais aussi dans celle de l'orge. Ces plantes appartenant respectivement aux papilionacées et aux graminées, familles botaniques occupant une place si distincte dans l'échelle végétale, nos conclusions peuvent être considérablement élargies et généralisées. De plus, ce qui est capital, les graminées étant des végétaux dont le système radiculaire est exempt de nodosités — organes spéciaux, dans lesquels tous les auteurs ayant contribué dans les dernières années à la solution de la question voient le siège de l'absorption de l'azote atmosphérique, — ces nodosités ne peuvent constituer la *cause générale* du phénomène, mais seulement une *cause spéciale*, où il se manifeste avec une intensité particulière. C'est ce que M. Franck avait déjà supposé; c'est ce que nous aussi avons fait entrevoir dans notre premier mémoire [1].

[1] *Loc. cit.*, p. 21.

On doit convenir que la démonstration de l'intervention de l'azote atmosphérique dans la végétation d'une graminée (plante + sol) oblige à envisager autrement que par le passé la question qui fait l'objet de cette étude.

Mais avant de pousser plus loin les conséquences qui découlent de cette démonstration, examinons si les essais dans les cases de végétation nous amènent aux mêmes conclusions, et abordons le second problème que nous nous sommes posé : Le gain en azote constaté dans nos recherches est-il dû à la présence d'*azote combiné* et diffusé dans l'atmosphère ou doit-il être attribué à l'*azote élémentaire ?*

C'est ce que nous allons faire dans le chapitre suivant.

SÉRIE II.

Pour décider si le gain en azote constaté dans nos essais avec le lupin, le haricot et l'orge a son origine dans l'utilisation des traces d'ammoniaque diffusée dans l'atmosphère ou dans celle de l'azote élémentaire, soit par assimilation directe par la plante, soit par absorption par les micro-organismes du sol, il faut évidemment : 1° produire ces plantes dans une atmosphère exempte d'azote combiné, et 2° établir avec précision les apports et les pertes en azote qui peuvent intervenir dans le cours de leur végétation.

Les très sérieuses difficultés matérielles que rencontre la réalisation d'une pareille expérience permettent seules d'expliquer pourquoi cette question capitale n'a pas encore obtenu jusqu'à ce jour une réponse définitive, quoique Boussingault ait montré, depuis longtemps déjà, la voie à suivre.

Ces difficultés sont d'autant plus grandes que l'on veut opérer, non sur un ou quelques sujets élevés sous une cloche, pour se trouver finalement en présence d'une perte ou d'un gain de quelques milligrammes d'azote, mais sur un nombre

de sujets d'essai assez considérable pour obtenir un résultat dont l'importance numérique [1] l'élève au delà des erreurs inévitables de l'expérimentation et l'impose en quelque sorte aux conclusions du rapporteur.

Nous croyons avoir réalisé une installation qui permet la solution du problème énoncé.

La planche jointe à ce travail représente, dans son ensemble, la disposition adoptée ; la légende explicative permettra de se rendre aisément compte de la construction et de la marche de l'appareil ; quelques explications de détail sont cependant nécessaires.

C'est dans des cases de végétation maçonnées [2] que nous avons exécuté la seconde série des expériences de 1890, comme nos expériences de 1889.

Les plantes d'essai devant être élevées dans une atmosphère dépouillée de combinaisons azotées, nous avons fait construire une grande cage vitrée de $7^{m},20$ de longueur, de $1^{m},20$ de largeur et d'une hauteur moyenne de $1^{m},10$, la toiture ayant une légère pente d'arrière en avant. Cette cage couvrait entièrement les cases de végétation, en formant six compartiments distincts, parfaitement fermés et isolés, chacun d'un volume d'air de $1m^{3},592$. L'encadrement a été construit avec le plus grand soin en pitch-pin [3] ; il s'appliquait exactement

[1] Dans les expériences de M. Ville, faites sous le contrôle de MM. Dumas, Regnault, Péligot et Chevreul, délégués de l'Académie de Paris, les différences entre l'azote des graines (*a*) et l'azote de la récolte (*b*) étaient les suivantes :

	a.	b.	
Essai I.	0.0099	0.0097	— 0.0002
— II et III	0.0077	0.0640	+ 0 0563
— IV	»	»	+ 0.0250
— V	perdu.		

[2] Voyez dessin et description : *Mémoires couronnés et autres mémoires publiés par l'Académie royale de Belgique*, 1889, t. XLIII.

[3] On eût pu objecter à l'emploi d'un encadrement métallique que celui-ci eût soustrait les plantes d'essai à la tension électrique à laquelle M. Berthelot attribue la possibilité d'une combinaison directe de l'azote avec les principes ternaires des végétaux.

aux bordures des cases en pierre de taille, préalablement recouvertes d'une couche de mastic de vitrier. Grâce au poids considérable de la cage entièrement garnie (600 kilogrammes environ), le mastic se fixant dans tous les interstices a donné une fermeture hermétique. Les glaces, de 4 à 5 millimètres d'épaisseur, ont été également placées et mastiquées avec le plus grand soin; toute la boiserie a été, à plusieurs reprises, imprégnée d'huile de lin et recouverte de deux couches de couleur. Pendant la durée de l'expérience, on a entretenu en bon état la boiserie et les joints en appliquant de temps à autre une couche de couleur. Nous verrons plus loin quel résultat nous avons obtenu quant à l'étanchéité de la cage.

L'arrosage a été réalisé à l'aide d'un serpentin en plomb étamé, soudé à un robinet en cuivre, vissé dans l'encadrement. Une tubulure en cuivre, dépassant le robinet, permettait d'y adapter un entonnoir. Toujours remplie d'eau, cette tubulure empêchait la rentrée d'air au moment de l'arrosage et permettait de s'assurer de la parfaite étanchéité des robinets. D'autre part, l'entrée de l'air par le tuyau de drainage de chaque case a été rendue impossible, en allongeant ce tuyau de manière à pouvoir le plonger dans le contenu des récipients, réalisant ainsi une fermeture hydraulique.

Les cases ont été mises en communication par un système de tuyaux en fonte de 8 centimètres de diamètre intérieur, d'une part avec un aspirateur d'air, d'autre part avec des laveurs en grès que nous avons fait construire spécialement. Le tuyau d'arrivée d'air, d'un calibre en rapport avec celui de la tuyauterie en fonte, descendait presque jusqu'au fond du laveur; le tuyau de sortie s'ajustait au tuyautage en fonte par un manchon soigneusement luté. Le jointage des canaux en fonte a été obtenu par le joint-caoutchouc des thermo-siphons. Leur adaptation à l'encadrement des cages s'est faite à l'aide de boulons comprimant une rondelle en caoutchouc.

Le volume intérieur de chaque laveur était de 48 litres.

Les deux laveurs du premier système ont été remplis avec de la pierre-ponce, en morceaux de la grosseur d'un œuf, et

imprégnée d'acide sulfurique à 50 % pour le premier et à 12.5 % pour le second. Par cette disposition, l'air privé de son humidité dans le premier laveur, la reprenait dans le second. Les deux laveurs du second système renfermaient simplement des fragments de quartzite. Cette disposition a été adoptée pour obtenir dans les deux systèmes à peu près la même résistance au passage de l'air ; le quartzite a été substitué à la pierre-ponce, afin d'éviter toute objection au sujet d'une condensation éventuelle dans les pores de cette dernière, des traces de carbonate et de nitrate d'ammoniaque.

Telle est la construction de notre appareil. En supposant maintenant les cases de végétation remplies d'un milieu de culture pauvre en azote, mais richement pourvu d'acide phosphorique, de potasse, de chaux et de magnésie, dans lequel poussent les plantes à l'essai, on reconnaît que celles des cases I, II et III végètent dans *l'air normal*, et celles des cases IV, V et VI dans *l'air dépouillé de combinaisons azotées*. Les essais ayant porté, comme ceux exécutés dans la serre, sur l'orge, le haricot et le lupin, le tableau schématique suivant représente le plan de notre étude :

Milieu de culture : pauvre en azote, riche en éléments minéraux, pourvu de micro-organismes du sol.	Système I. Air normal.	Case I . . .	Haricot.
		— II . . .	Orge.
		— III. . .	Lupin.
	Système II. Air dépouillé de combinaisons azotées.	Case IV . . .	Lupin.
		— V . . .	Orge.
		— VI . . .	Haricot.

On reconnaît que notre appareil de grandes dimensions ressemble en principe à l'appareil classique de Boussingault. Il existe pourtant une différence sur l'importance de laquelle nous ne saurions trop insister, car elle nous expliquera les conclusions tout autres auxquelles nous arriverons. C'est que le milieu de culture employé par Boussingault a été soumis à la calcination, et était par conséquent exempt de matières organiques en général et particulièrement des micro-organismes du sol.

Le rôle important qui incombe aux micro-organismes dans toutes les réactions qui se passent dans le sol étant connu depuis quelques années à peine, on comprend aisément que dans les nombreuses expériences et les discussions, plus nombreuses encore, que l'on a vu surgir depuis presque un demi-siècle sur l'intervention de l'azote dans la nutrition végétale, on n'ait pas suffisamment tenu compte de cette particularité essentielle des recherches de l'illustre chimiste français. Peut-être aussi a-t-il échappé à quelques-uns, ne connaissant l'étude de Boussingault que par les conclusions publiées dans les traités, qu'il a lui-même beaucoup insisté sur la calcination du milieu de culture [1].

Quant à l'atmosphère dans laquelle végétaient nos plantes, on remarque que nous avons donné la préférence à une atmosphère *renouvelée*. Les objections soulevées par M. Ville, et, dans les dernières années, par M. Atwater et M. Franck contre « l'atmosphère stagnante », dont Boussingault s'est servi dans la seconde série d'expériences mettant la plante dans une condition physiologique anormale, ne sont pas sans fondement.

Critique de l'appareil. Objections. Vérification. — En examinant avec attention notre installation expérimentale, on doit se poser nécessairement les questions suivantes :

1° Le ventilateur aspire-t-il un volume d'air suffisant pour assurer aux plantes des conditions de végétation convenables ?

2° L'appareil, considéré dans son ensemble, est-il étanche ?

3° Les laveurs du système II dépouillent-ils complètement de ses combinaisons azotées l'air qui les traverse ?

[1] Voyez *Agronomie, chimie agricole et physiologie*, 2e édition, tome I, pages 3 et 7 « dans un sol préalablement calciné pour détruire jusqu'aux » moindres traces de matières organiques » (Essais de 1837 et 1838), et « dans une substance terreuse qui a subi une chaleur rouge » (Essais de 1853 et 1854).

Nous discuterons successivement ces divers points. L'air passé à travers la case de végétation doit fournir à l'orge, au lupin et au haricot, l'acide carbonique, et cela en quantité suffisante pour assurer une croissance abondante. Le magnifique état de nos sujets d'essai, qui ont normalement parcouru toutes les phases de la végétation : floraison, fructification ; le poids élevé de la récolte, en sont une preuve et nous donnent tous les apaisements quant à l'approvisionnement en acide carbonique.

Quoique tous les soins possibles aient été apportés dans la construction de la cage vitrée, dans l'entretien du bois et des joints, nous avons tenu à vérifier leur étanchéité, et en même temps à contrôler si les laveurs du système II fonctionnaient convenablement.

Il a été introduit dans ce but, à l'intérieur des cases vides, de petites capsules en porcelaine contenant du réactif de Nessler, et à l'entrée des tuyaux d'arrivée et de sortie de l'air, il a été suspendu des bandelettes de papier rouge de tournesol. Après avoir replacé et remastiqué le carreau de devant et mis en marche l'aspirateur, on a placé devant l'embouchure des laveurs, et, tout autour de la cage vitrée, des capsules remplies d'ammoniaque. Le soleil et le vent aidant à l'évaporation, l'odeur d'ammoniaque a été bientôt très nettement perçue dans l'atmosphère du jardin qui entoure les cases de végétation. Le ventilateur a marché pendant six heures; l'ammoniaque a été renouvelée trois fois, et il a été évaporé en tout un litre d'ammoniaque à 50 %.

Déjà, après quelques minutes de fonctionnement de l'aspirateur, la présence de traces d'ammoniaque s'annonçait dans les cases du système I (laveurs sans acide), et l'intensité des colorations allait augmentant jusqu'à la fin de l'essai. A ce moment, pas le moindre changement du papier réactif, ni la moindre coloration du réactif Nessler ne se constataient dans le système II (laveurs à acide), pour autant que l'on pût en juger à travers la glace.

L'appareil fut laissé en repos jusqu'au lendemain à 10 heures, les carreaux de devant furent enlevés, et nous ne pûmes, en entrant dans la cage, y constater la moindre réaction d'ammoniaque.

Cette expérience, faite à la fin des cultures, nous permet de conclure que la cage est restée étanche pendant l'essai, ensuite que l'absorption complète des combinaisons azotées diffusées dans l'atmosphère s'est convenablement effectuée dans le système II.

Certes, notre appareil n'a pas une étanchéité *absolue,* telle qu'on peut la réaliser dans des expériences de laboratoire. Pour un appareil de dimension et de construction telles que le nôtre, il ne peut s'agir évidemment que d'une étanchéité relative, mais suffisante *pour que l'erreur d'expérimentation qui peut résulter de l'infiltration de traces d'air n'ayant pas traversé le laveur, ne puisse pas influencer le résultat définitif.* Sous ce rapport, nous pouvons avoir entière confiance dans nos essais. Admettons même, ce qui est considérablement exagéré, vu les dimensions larges des tuyaux d'arrivée d'air, que cette erreur monte à 2 % de l'air total aspiré à travers les cages, l'azote combiné y contenu et apporté à nos plantes clandestinement, si nous pouvons nous exprimer ainsi, ne s'élèverait qu'à une faible fraction du gain constaté.

La question de l'étanchéité absolue n'a donc pas, en réalité, l'importance qu'elle paraît présenter à première vue.

Le même raisonnement peut être appliqué au fonctionnement des laveurs. Le dépouillement absolu de l'air en combinaisons azotées n'est pas une condition *sine qua non* de la réussite de notre expérience, car l'erreur pouvant résulter d'un dépouillement incomplet laissant passer, par exemple, 5 % des combinaisons azotées diffusées dans l'air, serait considérablement inférieure au gain d'azote constaté finalement. L'essai très concluant renseigné plus haut, ensuite l'absorption complète de l'azote combiné de l'air que nous obtenons dans un autre appareil, qui n'est au fond qu'une réduction de l'installation que nous discutons, et qui fonctionne depuis

longtemps à côté des cases de végétation [1], nous autorisent à considérer le chiffre arbitraire de 5 % comme étant considérablement au-dessus de la vérité, et même à conclure à un dépouillement complet de l'air ayant traversé les laveurs du système II.

Afin d'apprécier la portée de toutes les erreurs d'expérimentation qui ont pu se produire, nous avons aussi procédé à l'analyse du mastic employé pour fixer les glaces, sa matière organique pouvant, par sa décomposition, devenir une source d'ammoniaque. Le mastic, fabriqué avec de la céruse et de l'huile de lin, nous a donné 0.0014 % d'azote. En admettant, ce qui certes ne peut se faire dans l'espace d'une centaine de jours, que la totalité de cet azote organique fût transformée en ammoniaque sous l'influence du carbonate plombique et de la vapeur d'eau, cette source d'azote aurait produit, *au maximum*, 14 millièmes de gramme, la quantité de mastic employée à l'intérieur de la cage vitrée étant d'environ un kilogramme par compartiment.

Enfin, une dernière objection. D'après la construction de notre appareil, on pourrait admettre que les cases II et V, situées au centre de chaque système, ont reçu un volume d'air faiblement supérieur à celui des cases qui les entourent, la conduite étant moins longue et par conséquent le frottement

[1] *Quantité d'azote retenue par les laveurs de l'appareil de contrôle, après un fonctionnement de trois mois; analyses faites d'après la méthode Warington :*

	Azote.		
	Ammoniacal.	Nitrique et nitreux.	Total milligrammes.
	—	—	—
Laveur I	0.28	0.52	0.80
— II	0.19	0.51	0.70
— III.	0.10	0.15	0.25
— IV.	0.04	0.10	0.14
— V . . .	0	0	0

de l'air à la paroi intérieure des tuyaux étant moindre. Quoiqu'on ne puisse juger *a priori* que cette différence doit être peu sensible, nous avons néanmoins distribué nos compartiments de manière que les essais à comparer entre eux se trouvent absolument dans les mêmes conditions. Un coup d'œil sur la planche prouvera la répartition symétrique des diverses espèces de plantes.

Sol et engrais. — Le milieu de culture était formé par 1 mètre cube de sable lavé de Marbais, pesant, à l'état sec, 1435 kilogrammes. L'analyse nous a révélé la composition suivante :

Matières organiques	0.936
Chaux	0.021
Magnésie	0.051
Oxyde de fer et alumine	0.834
Potasse	0.134
Soude	0.102
Acide phosphorique	0.027
Acide sulfurique	Traces.
Sable + silice	997.925
TOTAL	1000.000

Dosage de l'azote opéré sur 5 kilogrammes [1] . . 0.00228 ‰,
soit 3gr.2756 par case (N^s).

Ce sol a été pourvu d'un bon approvisionnement en éléments minéraux par l'application de 52gr,8 de scories de déphosphoration et de 95 grammes de kaïnite, les mêmes que ceux employés l'année précédente.

Afin d'assurer la présence des micro-organismes du sol cultivé, le sable a été inoculé, comme lors des expériences de

[1] Voir, pour la méthode suivie : Premier mémoire (*Loc. cit.*, p. 7).

1889 et de celles de la serre, en 1890 (250 centimètres cubes de l'extrait, p. 8 du premier mémoire).

Semences. — Les semences sont les mêmes que celles plantées dans la serre : orge de printemps et haricot nain, en plus le lupin de l'année passée. Les apports d'azote (N^g) sont les suivants :

Haricot (cases I et VI),	33 graines pesant	5gr.381 à 3.474	% d'azote	=	0gr.1869
Orge (cases II et V),	72 —	2.345 à 1.551	—	=	0.0364
Lupin (case IV),	36 —	5.504 à 5.900	—	=	0.3247
Lupin (case III),	45 (36+9) —	6.881 à 5.900	—	=	0.4060

Le nombre de graines pour les deux essais avec le lupin n'est pas le même, parce que la levée dans III s'étant opérée plus irrégulièrement que dans IV, nous avons dû replanter quelques graines. Il convient de faire remarquer que la case III fait partie de l'essai I (air normal); il n'y avait donc aucun inconvénient à l'ouvrir pendant la nouvelle plantation. Les compartiments de l'essai II (azote élémentaire) *n'ont pas été ouverts un seul instant* pendant toute la durée de l'expérience.

Notes sur la marche de l'expérience. — Avril 15 à la fin du mois : remplissage des cases, placement de l'appareil et vérification. — Mai 2 : application des engrais, inoculation, commencement des arrosages. — Mai 9 : plantation des graines montrant leur germe. — Mai 13 à 15 : levée. — Mai 19 : placement du dernier carreau de vitre de devant, mise en marche du ventilateur. — Juin 3 : le soleil devenant brûlant, un grand store a été abaissé à partir de 9 heures du matin jusqu'à 4 heures du soir, lorsque le ciel était découvert. — Juin 17 : nos plantes se portent fort bien. L'orge et le lupin sont de toute beauté et mieux venus que nous ne pouvions

l'espérer, vu les conditions dans lesquelles ils végètent. Le haricot nain est la moins réussie de nos plantes d'essai ; mais tout en étant faible, il présente une végétation normale et se couvre déjà de boutons floraux. — Juin 24 : belle végétation ; aucun sujet chlorotique ; quelques feuilles roussies par les rayons solaires. Les haricots sont en fleurs. Point de différences appréciables entre les deux essais, air normal et air exempt d'azote combiné ; seul le lupin du premier est moins avancé que celui du second, les plantes issues de graines replantées restant en retard. — Juin 27 : les gousses du haricot se forment ; les épis de l'orge se montrent ; le lupin pousse vigoureusement. — Juillet 10 : épiage complet ; le lupin entre en floraison ; les gousses du haricot se remplissent. — Juillet 21 : on cesse les arrosages du haricot. — Juillet 28 : on ouvre I et VI, fermés depuis le 19 mai ; on récolte le haricot. — Août 2 : on cesse les arrosages de l'orge, qui a atteint en hauteur la toiture de la cage ; le lupin est en pleine floraison, tout le compartiment est garni d'une végétation luxuriante. — Août 5 : récolte de l'orge. — Août 15 : les gousses du lupin sont visibles ; elles continuent à grandir et à se remplir. — Août 28 : on cesse les arrosages. — Septembre 2 : récolte du lupin.

En ouvrant les cases de végétation on a reconnu que le sol était partiellement couvert d'une végétation d'algues à chlorophylle.

On a constaté aussi, au moment de la récolte, que les racines des haricots étaient garnies de nodosités du volume d'une tête d'épingle à celui d'une graine de chanvre. Elles sont striées, parfois agglomérées en amas de la grosseur d'un pois, parfois réunies en chapelet.

Comme l'année précédente, le lupin est richement garni de nodosités atteignant parfois le volume d'une noisette.

Arrosage et titre en azote de l'eau. Eau de drainage. — Le tableau suivant résume la quantité d'eau employée

à l'arrosage et sa richesse en azote nitrique, ce qui nous permettra d'établir la valeur des termes $\mathbf{N}^{a}$ et $\mathbf{N}^{a'}$.

EAU D'ARROSAGE.

	Litres.	Azote par litre en milligrammes.	Azote total par case en grammes.
Cases I et VI. — Haricot . .	48	2.08	0.0998
	12	3.05	0.0366
	6	3.18	0.0191
Total.	. . . . .	. . . . .	0.1555
Cases II et V. — Orge . . .	48	2.08	0.0998
	18	3.05	0.0549
	6	3.18	0.0191
Total.	. . . . .	. . . . .	0.1738
Cases III et IV. — Lupin . .	48	2.08	0.0998
	12	3.05	0.0366
	30	3.18	0.0954
Total.	. . . . .	. . . . .	0.2318

EAU DE DRAINAGE.

		Litres.	Azote par litre en milligrammes.	Azote total par case en grammes.
Haricot . .	Case I . .	17.00	2.997	0.0509
	Case VI . .	20.20	3.450	0.0697
Orge. . . .	Case II . .	7.00	5.552	0.0389
	Case V . .	10.00	5.552	0.0555
Lupin . . .	Case III . .	4.50	4.200	0.0189
	Case IV . .	3.75	4.200	0.0158

Azote contenu dans le sol à la fin de l'expérience. — L'analyse du sol a été opérée sur 5 kilos de sable sec. Le taux en azote trouvé nous permet d'établir la proportion de cet élément contenue dans le milieu de culture après la récolte ($N^{s'}$).

Azote contenu dans le sol après la récolte.

	Nos des cases.	Azote total pour mille en grammes.	Azote total par case en grammes.
Haricot	I	0.003562	5.4115
	VI	0.003253	4.6681
Orge	II	0.004197	6.0227
	V	0.004003	5.7443
Lupin	III	0.004081	5.8562
	IV	0.003850	5.5248

Poids de la récolte sèche et richesse en azote. — Ainsi que nous l'avons fait pour les plantes de la serre, nous avons exécuté d'abord le dosage de l'azote dans la récolte brute par les deux méthodes indiquées, Kjeldahl et Ruffle, et ramené ensuite les chiffres trouvés au poids de la plante sèche et pure, ce qui nous fournit la valeur du terme N^r.

A. HARICOT.

				Moyenne.
Case I.	Plante	K. 2.320 / R. 2.358	2.339	% d'azote dans la récolte brute.
	Racines	K. 0.796 / R. 0.846	0.822	—
Case VI.	Plante	K. 2.106 / R. 2.207	2.157	—
	Racines	K. 0.809 / R. 0.897	0.853	—

B. ORGE.

				Moyenne.		
Case II.	Plante	K.	0.973	0.950 % d'azote dans la récolte brute.		
		R.	0.927			
	Racines . . .	K.	0.419	0.428	—	—
		R.	0.436			
Case V.	Plante	K.	0.998	1.011	—	—
		R.	1.023			
	Racines . . .	K.	0.386	0.390	—	—
		R.	0.393			

C. LUPIN.

				Moyenne.		
Case III.	Plante	K.	2.232	2.245 % d'azote dans la récolte brute.		
		R.	2.258			
	Racines sans nodosités.	K.	0.562	0.575	—	—
		R.	0.587			
	Nodosités. . .	K.	4.616	4.591	—	—
		R.	4.565			
Case IV.	Plante	K.	2.069	2.088	—	—
		R.	2.106			
	Racines sans nodosités.	K.	0.562	0.587	—	—
		R.	0.612			
	Nodosités. . .	K.	4.465	4.490	—	—
		R.	4.515			

Poids des plantes récoltées et richesse en azote.

			Poids de la substance sèche et pure produite en grammes.	Azote pour cent.	Azote total retrouvé dans la récolte d'une case en grammes.
Haricot	Case I	Plantes	22.62	3.237	0.7323
		Racines	6.44	2.630	0.1694
		Total	29.06	3.103	0.9017
	Case III	Plantes	17.64	3.244	0.5723
		Racines	5.51	2.279	0.1256
		Total	23.15	3.015	0.6979
Orge	Case II	Plantes	79.45	1.128	0.8959
		Racines	14.93	0.976	0.1457
		Total	94.38	1.104	1.0416
	Case V	Plantes	80.51	1.171	0.9425
		Racines	13.52	0.848	0.1147
		Total	94.03	1.124	1.0572
Lupin	Case III	Plantes	217.74	2.612	5.6882
		Racines	43.61	1.626	0.7092
		Nodosités	6.37	4.590	0.2924
		Total	267.72	2.499	6.6898
	Case IV	Plantes	292.26	2.348	6.8623
		Racines	52.28	1.625	0.8496
		Nodosités	8.10	4.490	0.3637
		Total	352.64	2.290	8.0756

BILAN DE L'AZOTE : $N^x = N^r + N^{s'} + N^{a'} - N^g - N^s - N^e - N^a$.

N°s des cases.	Espèce végétale.	Milieu de culture.	$+ N^r$	$+ N^s$	$+ N^{a'}$	$- N^g$	$- N^s$	$- N^e$	$- N^a$	N^x
			gr.	gr.	gr	gr.	gr.	gr.	gr.	gr.
I. . . .	Haricot air normal.	Sable + fumure minérale + microbes.	0.9017	5.1115	0.0509	0.1869	3.2756	0	0.1555	+ 2.4461
VI. . .	Haricot air exempt d'azote combiné	Sable + fumure minérale + microbes.	0.6979	4.6681	0.0697	0.1869	3.2756	0	0.1555	+ 1.8177
II . . .	Orge air normal . .	Sable + fumure minérale + microbes.	1.0446	6.0227	0.0389	0.0364	3.2756	0	0.1738	+ 3.6174
V . . .	Orge air exempt d'azote combiné.	Sable + fumure minérale + microbes.	1.0572	5.7443	0.0555	0.0364	3.2756	0	0.1738	+ 3.3742
III. . .	Lupin air normal .	Sable + fumure minérale + microbes.	6.6898	5.8562	0.0189	0.4060	3.2756	0	0.2318	+ 8.6515
IV. . .	Lupin air exempt d'azote combiné.	Sable + fumure minérale + microbes	8.0756	5.5248	0.0158	0.3247	3.2756	0	0.2318	+ 9.7841

En comparant le tableau final résumant les chiffres acquis par les expériences dans les cases avec celui des cultures dans la serre d'une part, et d'autre part avec les résultats obtenus en 1889, il ressort à nouveau et avec la plus grande concordance entre les divers essais, le fait péremptoire suivant : intervention incontestable de l'azote atmosphérique dans la végétation non seulement du lupin et du haricot, mais aussi dans celle de l'orge. Le gain en azote ($\mathbf{N}^x$) monte même à des chiffres dont l'importance frappe et qui les élève bien au delà des limites de l'influence des erreurs expérimentales inévitables.

Le tableau nous montre encore, ce qui constitue du reste le point capital établi par cette partie de notre étude, *que ce gain repose,* en dehors de l'apport dû aux combinaisons azotées diffusées dans l'atmosphère, apport démontré par MM. J. Sachs, Ad. Mayer et Schloesing père et accepté d'une manière générale, *essentiellement sur la fixation de l'azote élémentaire.*

L'intervention de l'azote *combiné* est manifeste dans les essais avec le haricot et l'orge. En effet, la balance de l'azote penche dans ces deux cas en faveur de la série à air normal, respectivement $2^{gr},45$ contre $1^{gr},82$ et $3^{gr},62$ contre $3^{gr},37$; si le contraire se manifeste dans les essais sur le lupin, $8^{gr},65$ contre $9^{gr},78$, cela provient simplement de ce que le poids de la masse végétale produite était moins fort dans la case III que dans la case IV, par suite du retard dû au remplacement des plantes perdues. Quoi qu'il en soit, ce qui nous importe avant tout dans les expériences avec le lupin, c'est le gain considérable en azote réalisé même par les plantes vivant dans le milieu exempt de combinaisons azotées de la case IV. Ce chiffre est même supérieur à celui constaté en 1889 ($9^{gr},7$ contre $6^{gr},5$) ce qui peut s'expliquer par la durée plus longue de la végétation de cette année (117 jours contre 99).

Un point important doit encore être mis en lumière : en retranchant de l'azote retrouvé dans la récolte : 1° celui fourni par la graine; 2° la différence entre l'azote de l'eau d'arrosage et celui de l'eau de drainage et, d'un autre côté, en comparant

la richesse en azote du sol après et avant la récolte, on constate que le gain final porte à la fois sur le sol et sur la plante.

Le tableau de la page 32 nous apprend encore, en confirmation des chiffres trouvés l'année précédente, que les nodosités du lupin ont une richesse en azote presque double de celle de la plante entière, presque triple de celle des racines débarrassées des nodosités.

Embrassant l'ensemble des faits se dégageant de nos recherches de 1889 et 1890, nous croyons pouvoir formuler les conclusions suivantes :

1° *Lorsqu'on élève dans l'air normal des plantes de lupin jaune, de haricot nain et d'orge de printemps dans un milieu de culture pauvre en azote, mais pourvu de matières minérales et, en outre, de bactéries du sol, et qu'on établit le taux de l'azote contenu dans le sol avant et après l'essai, dans la semence, les eaux de pluie ou d'arrosage, les eaux de drainage et la récolte, on constate finalement,* **partie aérienne, racines et sol pris dans leur ensemble,** *un gain important en azote, dû à l'intervention de l'atmosphère ;*

2° *Le même phénomène a lieu également lorsqu'on met à la disposition des plantes, les autres conditions étant égales, non l'air normal, mais l'air dépouillé de ses combinaisons azotées ;*

3° *Les plantes expérimentées appartenant à des familles si distinctes, les papilionacées et les graminées, on peut conclure que d'une manière générale l'atmosphère intervient dans l'alimentation végétale, non seulement par les combinaisons azotées qu'elle contient, mais aussi et principalement par l'azote élémentaire.*

Nous croyons avoir avancé d'un pas sérieux la question délicate de l'azote. Mais en dehors du vaste champ de recherches qui reste ouvert sur le mécanisme physiologique qui détermine la fixation de l'azote, une lacune existe encore particulièrement dans le cadre de notre étude personnelle.

Dans l'exposé et la description de nos recherches, ainsi que

dans la formation des conclusions, nous nous sommes tenu scrupuleusement sur le terrain exact des faits.

Nous avons évité toute dissertation problématique, toute spéculation hypothétique.

Mais si nous nous demandons, pour terminer, comment s'opère l'intervention de l'azote élémentaire dans l'alimentation végétale, nous devons reconnaître que la réponse ne se dégage pas encore avec précision des faits accumulés.

En effet, si l'explication de la participation de l'azote élémentaire dans l'alimentation des légumineuses, plantes à nodosités radicales, ne rencontre plus de difficultés, grâce surtout aux études de MM. Hellriegel et Wilfarth, de M. Bréal et de M. Prazmowski; si en outre, la différence de nos résultats et de ceux obtenus par Boussingault et tous ses successeurs qui ont opéré avec un milieu de culture *calciné* se comprend et fait naître l'idée de rapporter l'utilisation de l'azote libre à une intervention des micro-organismes [1] (bactéries, algues, etc.) du sol, même pour l'espèce graminées, il faut reconnaître qu'il n'est nullement prouvé par là qu'à côté de ce phénomène, des réactions d'un autre ordre n'aient lieu, contribuant, dans une mesure plus ou moins importante, au même résultat final. Il en est ainsi de l'assimilation directe de l'azote libre par la cellule végétale, insuffisamment démontrée, il est vrai, par M. Ville, mais qui a cependant trouvé dans les travaux de M. Franck un fort appui.

Il nous reste par conséquent à répéter l'expérience fondamentale de la culture de l'orge dans l'atmosphère dépouillée

[1] Le rôle que jouent certains cryptogames, qui couvrent le sol, dans la fixation de l'azote combiné a déjà été démontré par MM. Gautier et Drouin. (*Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris*, p. 106, année 1888.)

[1'] Dans les expériences de MM. Schloesing fils et Laurent, publiées après le dépôt de notre travail, un gain en azote a été également constaté lorsque le sol s'est couvert d'une végétation spontanée de plantes vertes inférieures. (*Note ajoutée pendant l'impression*).

de combinaisons azotées avec les modifications suivantes : Une série d'essais recevra un milieu de culture *pourvu de microbes du sol*, une autre sera garnie *du même milieu*, mais *stérilisé*.

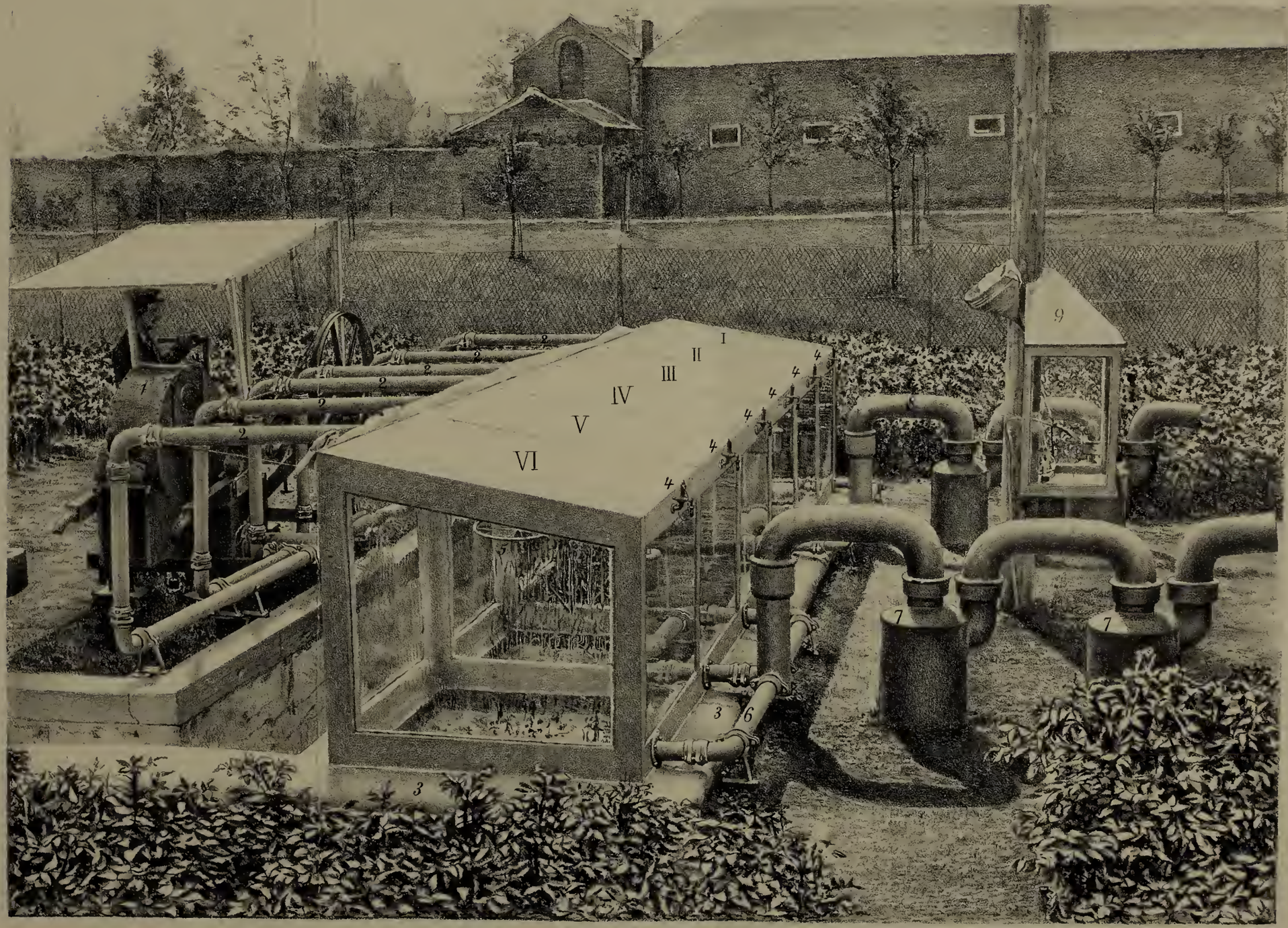
Une constatation nouvelle de l'intervention de l'azote libre dans le dernier cas ne saurait alors être attribuée à une autre cause qu'à son assimilation directe par la plante. Mais si, au contraire, un gain en azote n'était obtenu que dans le milieu de culture dans lequel l'action des micro-organismes aurait libre cours, c'est dans l'intervention de ceux-ci qu'il faudrait chercher la cause de la fixation de l'azote élémentaire, soit qu'ils enrichissent le sol par l'augmentation de leur propre masse devenant assimilable après sa décomposition, — *loi générale* s'appliquant aux plantes sans nodosités, — soit que certaines espèces de microbes vivent en symbiose avec certains végétaux, *cas spécial* des légumineuses chez lesquelles se manifeste avec une intensité toute particulière le phénomène de l'intervention de l'azote élémentaire.

Ce sont les essais à entreprendre dans cette direction que nous espérons réaliser dans le courant de l'été prochain et que nous aurons l'honneur de communiquer également à l'Académie.

BRITISH MUSEUM
NATURAL HISTORY.

A. PETERMANN. CONTRIBUTION A LA QUESTION DE L'AZOTE

INSTALLATION POUR LA CULTURE DES PLANTES DANS L'AIR TEL QUEL ET DANS L'AIR EXEMPT D'AZOTE COMBINÉ.



Lith J L. Goffart, succr de G Severeyns

EXPLICATION DE LA PLANCHE.

I. Culture du haricot dans l'air normal.
II. — de l'orge — —
III. — du lupin — —
IV. — du lupin dans l'air exempt d'azote combiné.
V. — de l'orge — — —
VI. — du haricot — — —

1. Aspirateur d'air.
2. Tuyaux d'aspiration d'air.
3. Encadrement en pierre de taille des cases de végétation.
4. Robinets d'arrosage.
5. Serpentin muni de nombreuses ouvertures pour la répartition de l'eau d'arrosage.
6. Tuyaux d'arrivée d'air.
7. Laveurs remplis de pierre ponce imprégnée d'acide sulfurique.
8. Laveurs remplis de fragments de quartzite.
9. Abri pour l'appareil de contrôle (voir page 25 du texte).

RECHERCHES

SUR

LA COMPOSITION DE L'ATMOSPHÈRE

ACIDE CARBONIQUE.
COMBINAISONS AZOTÉES CONTENUES DANS L'AIR ATMOSPHÉRIQUE
ET DANS L'EAU DE PLUIE

PAR

A. PETERMANN,
Directeur

ET

J. GRAFTIAU,
Chef des travaux chimiques
de la Station agronomique de l'État à Gembloux.

PREMIÈRE PARTIE.

Acide carbonique contenu dans l'air atmosphérique.

(Présenté à la Classe des sciences le 5 décembre 1891.)

RECHERCHES

SUR

LA COMPOSITION DE L'ATMOSPHÈRE

A l'occasion de nos recherches « Contribution à la question de l'azote » que l'Académie nous a fait l'honneur d'accueillir dans ses Mémoires [1], nous avons été amenés à procéder régulièrement, et pendant une longue période, à l'analyse de l'eau de pluie et au dosage des combinaisons azotées de l'atmosphère.

D'une part, la connaissance de la richesse de l'eau de pluie en azote combiné nous était indispensable dans la série de nos expériences sur des plantes élevées à l'air libre (page 4 du premier Mémoire); d'autre part, la vérification de l'enlèvement complet, par les appareils laveurs, du carbonate et du nitrite ammoniques contenus dans l'air amené aux cases de végétation (second Mémoire), nous obligeait à installer un appareil de contrôle, apte à renseigner les proportions d'azote combiné dans l'atmosphère.

L'installation et l'exécution de ces essais exigeant beaucoup de temps et de surveillance, nous avons cru utile d'en tirer profit pour faire en même temps une étude sur la richesse de l'air en acide carbonique.

[1] *Mémoires couronnés et autres Mémoires* publiés par l'Académie royale de Belgique, t. XLIV, 1889.

Nous rendrons compte de nos recherches dans l'ordre suivant :

Première partie : Acide carbonique contenu dans l'air atmosphérique.

Deuxième partie : Combinaisons azotées contenues dans l'eau de pluie.

Troisième partie : Combinaisons azotées contenues dans l'air atmosphérique.

C'est la première partie de notre travail que nous avons l'honneur de présenter aujourd'hui à l'Académie.

Nous ferons précéder chaque Mémoire d'un court exposé de l'état de la question et d'une description des appareils et méthodes employés ; les opérations analytiques sur lesquelles est basée notre étude étant des plus délicates, et toute la valeur des conclusions tirées d'un travail de cette nature reposant directement sur la précision des procédés suivis, nous les décrirons avec tous les détails qu'ils comportent.

Nous avons été assistés de la manière la plus dévouée, dans le travail considérable que l'ensemble des observations météorologiques, les analyses et surtout leur calcul a exigé, par tout le personnel de la station agronomique ; nous nous empressons de le remercier publiquement.

PREMIÈRE PARTIE.

Acide carbonique contenu dans l'air atmosphérique.

CHAPITRE PREMIER.

INTRODUCTION.

« Le rôle physiologique de l'acide carbonique, son influence » géognosique et ses rapports avec les phénomènes météoro- » logiques les plus habituels à la surface de la terre, tout » conduit à attribuer une importance particulière aux études » qui ont pour objet la détermination de la proportion nor- » male d'acide carbonique contenu dans l'air. »

Ainsi s'exprimait Dumas, le 6 mars 1882, en résumant devant l'Académie des sciences de Paris les travaux entrepris à ce sujet par M. Schulze, M. J. Reiset et MM. Müntz et Aubin. Frappé de la concordance réellement remarquable des résultats obtenus par ces habiles expérimentateurs, ayant cependant opéré dans des conditions si différentes, l'illustre savant n'hésitait plus à déclarer que la quantité d'acide carbonique de l'atmosphère semble à peu près fixe et se rapproche très sensiblement de $\frac{3}{10000}$ en volume. Il acceptait aussi l'ingénieuse explication de la constance relative de ce chiffre donnée par M. Schloesing, qui considère la dissociation et la reconstitution du bicarbonate calcique dissous dans l'eau de mer comme la cause régulatrice de la richesse de l'air en acide carbonique.

Les résultats de ces recherches furent une révélation.

En effet, d'après les travaux de de Saussure, de Thénard et de Boussingault, la proportion d'acide carbonique avait toujours été considérée comme sensiblement supérieure $\left(\frac{4 \text{ à } 6}{10000}\right)$ et

soumise à l'influence non seulement de causes locales, mais aussi des divers phénomènes météorologiques.

Il suffit pour s'assurer de la grande divergence des chiffres auxquels étaient arrivés les premiers expérimentateurs, de consulter l'exposé, dû à M. Spring, de tous les travaux publiés à ce sujet [1]. Il serait superflu de refaire l'historique de la question qui nous occupe, après la publication de ce résumé si complet auquel nous renvoyons.

Les expériences de M. Spring sont une confirmation puissante des travaux modernes de MM. Schulze, Reiset, Müntz et Aubin ; elles condamnent les chiffres de de Saussure et de Boussingault, mais sans atteindre en rien le prestige de ces savants, lesquels, nécessairement, se sont servis d'un matériel et de méthodes d'analyse moins parfaits que ceux de leurs successeurs.

Nous aurons souvent à revenir sur les remarquables recherches entreprises à Liège, seule étude faite en Belgique sur un problème intéressant à un si haut degré la physique du globe.

Pour ne citer ici qu'un chiffre, signalons que les 266 analyses faites, dans le courant de l'année 1883, par MM. Spring et Roland, ont conduit au résultat suivant : en moyenne, 10,000 parties d'air renferment en volume 3.3526 d'acide carbonique.

Ce chiffre ne doit pas être mis en opposition avec les travaux des auteurs précités, quoiqu'il soit supérieur à la moyenne générale $\left(\frac{3}{10000}\right)$, trouvée par eux. Si l'air de Liège accuse une plus forte proportion d'acide carbonique que l'air des campagnes, cela est dû — M. Spring l'a prouvé péremptoirement (*loc. cit.*, pages 27 et suivantes) — à des influences locales : concentration d'immenses fourneaux industriels sur un espace restreint, production active d'acide carbonique au sein même

[1] *Recherches sur les proportions d'acide carbonique contenues dans l'air*, par MM. Spring et L. Roland (*Mémoires couronnés et autres Mémoires* publiés par l'Académie royale de Belgique, t. XXXVII, pp. 10 à 25).

du sol [1] de Liège, appartenant à la formation houillère. Sous le régime des vents NNW. qui amènent à Liège l'air normal des campagnes, il arrive au chiffre de 3.03.

L'éminent chimiste se rallie donc à la conclusion qui se dégage des quatre données positives fournies par les observations de Paris, Dieppe, Rostock et Lund [2], à savoir que la proportion d'acide carbonique dans l'air est la même dans toute l'Europe, sinon dans tout l'hémisphère boréal.

« Toutefois de nouvelles observations sont encore néces-» saires avant que l'on puisse considérer cette conclusion » comme acquise à la science » (*loc. cit.*, page 11).

La concordance entre toutes les observations récentes sur la richesse moyenne en acide carbonique de l'air normal, est donc aussi complète que possible. Mais l'accord cesse à partir du moment où l'on veut établir les lois qui président aux variations causées par les perturbations de l'atmosphère ou par

[1] Les relations entre l'air confiné du sol et l'atmosphère, déjà étudiées par Pettenkofer, ont été, depuis, le sujet d'une belle étude due à M. Wollny (*Forschungen auf dem Gebiete der Agrikulturphysik*, Bd. VIII, et *Landw. Versuchsstationen*, 1889, 3). Le dégagement d'acide carbonique provenant des matières organiques en décomposition a exercé une influence sensible sur la richesse en acide carbonique de l'air du sol et de l'atmosphère.

[2] On pourrait y joindre les dosages faits, depuis la publication de M. Spring, par M. Blochmann, de Königsberg (*Liebig's Ann. der Chemie*, Bd. 237, 1), qui arrive au chiffre moyen de $\frac{3}{10000}$ avec un minimum de 2.84 et un maximum de 3.15. Il est regrettable que ces expériences, faites à l'aide d'une modification très élégante de la méthode de Pettenkofer, aient été si peu nombreuses. MM. Defrey et Heimann ont également exécuté à Dorpat, pendant les années 1888 et 1889, un grand nombre de dosages; mais les chiffres trouvés par ces expérimentateurs diffèrent tellement de tout ce qui a été publié jusqu'à ce jour, avec des écarts variant presque du simple au double, que nous croyons ne pas devoir les prendre en considération (*Chemisches Centralblatt*, 1890). Renseignons encore que la moyenne de onze années d'observations faites au parc de Montsouris (*Annuaire de l'Observatoire municipal de Montsouris*, 1891, p. 391) fixe le taux d'acide carbonique à 2.93 litres pour 10000 litres d'air.

les précipitations aqueuses : direction et force du vent, pression atmosphérique, état hygrométrique, pluie, brouillard, neige, influence des saisons et de la température, etc.

Seuls, les travaux classiques de M. Schulze, de M. Reiset, de MM. Müntz et Aubin, et de M. Spring, accompagnés d'observations météorologiques complètes, permettent de déduire, dans la variation du taux en acide carbonique, l'existence de deux causes prédominantes, entrevues, il est vrai, par quelques-uns de leurs précurseurs, mais contredites par d'autres, à savoir : les précipitations aqueuses lentes produisent les *maxima;* le temps clair et l'insolation, les *minima*.

La proportion d'acide carbonique a été reconnue aussi plus forte pendant la *nuit* que pendant le *jour*.

En ce qui concerne l'état hygrométrique, la pression et la température de l'atmosphère, la question reste ouverte. Il en est de même de l'influence de la direction du vent.

Si M. Spring a constaté des différences assez sensibles, dépassant la limite des erreurs d'observation, provoquées par les changements dans la direction du vent, les causes locales, si manifestes dans les expériences de Liège, les expliquent aisément. Dans la plaine de Vincennes et dans la campagne de Dieppe, l'influence de la direction du vent, qu'il soufflât d'un milieu *producteur* d'acide carbonique (Paris) ou d'un milieu *réducteur* (champs couverts de végétation), était presque nulle.

Cependant le grand nombre d'observations faites par M. Schulze à Rostock autorise à admettre l'influence manifeste et régulière de la direction du vent sur le taux en acide carbonique. Telle est aussi l'opinion de M. Marié-Davy.

Quant à la constance du taux en acide carbonique, les conclusions des divers expérimentateurs varient encore maintenant d'une manière appréciable, malgré le fort appui que lui ont fourni les recherches de M. Reiset.

On comprend dès lors le vœu que Dumas émettait à l'Académie des sciences de Paris, de ne pas voir abandonner cette étude, destinée à contribuer à la solution de ce problème de philosophie naturelle.

On comprend aussi que M. Spring souhaite plusieurs fois, dans son mémoire, que son propre travail soit repris et étendu, particulièrement par l'installation d'expériences soustraites, autant que possible, aux influences locales.

Telles sont les considérations qui nous ont inspiré l'idée de nos propres essais. Commencés le 1er mai 1889, ceux-ci embrassent une période de deux années sans comprendre plusieurs mois consacrés à l'étude de la méthode, la vérification des appareils et la formation de la main des opérateurs.

Nous disposons en tout de 525 dosages réussis.

CHAPITRE II.

LA PRISE D'AIR. — LES APPAREILS. — LA MÉTHODE D'ANALYSE. ESSAIS PRÉLIMINAIRES. — VÉRIFICATIONS.

Emplacement. — L'air à analyser a été prélevé au milieu d'une pelouse où se trouvent réunies les installations météorologiques de la station agronomique de Gembloux.

Cette pelouse a une altitude de 150 mètres et une superficie de 1,300 mètres carrés. Entièrement ouverte à l'air de la campagne dans les directions E. et W., elle est abritée au N. par un bâtiment de remise très bas, éloigné de 40 mètres de la prise d'air et du SE. au SSW. par des constructions peu élevées (7 mètres) ; un seul bâtiment (17 mètres) avec cheminée domine la prise d'air dans la direction SW., à une distance de 45 mètres.

Ajoutons encore que notre emplacement est situé en dehors de la petite ville de Gembloux, sur un point culminant, et qu'aucune cheminée industrielle ne se rencontre dans un rayon de 500 mètres.

Il sera établi ainsi que la situation de notre prise d'air doit être considérée comme « champêtre » et soustraite à toute cause locale capable d'influencer d'une manière saisissable la composition de l'atmosphère.

Pendant une partie des mois de janvier et février 1891, à la suite d'un accident causé par les fortes gelées, la prise d'air a été transférée dans la cour de l'Institut agricole de l'État. Nous n'avons pas fait intervenir dans le calcul des moyennes les dosages exécutés dans ces conditions; nous les avons utilisés uniquement pour démontrer l'influence des causes locales.

Prise d'air. Appareil barboteur. — La prise d'air consistait en un tube en verre placé verticalement, du diamètre intérieur de 12 millimètres, dont l'orifice, situé à 5 mètres au-dessus du sol, était recourbé vers le bas et garni d'une bourre filtrante en laine de verre.

Elle était directement reliée aux appareils laveurs par un court manchon en caoutchouc. Nous avons emprunté à M. Schlœsing le principe de son barboteur, tout en lui faisant subir, afin de l'approprier à notre mode opératoire, des modifications dont quelques-unes avaient déjà été réalisées par M. Reiset.

Notre barboteur comprend (voir dessin) :

1° Un gros tube de verre de $0^m,50$ de hauteur et de 25 millimètres de diamètre intérieur, dans lequel sont engagées, à frottement dur, trois capsules en platine (*c*) renversées, distantes l'une de l'autre de 8 centimètres et dont le fond est percé de nombreux trous de petit diamètre;

2° Un ballon rond à deux tubulures. Par l'ouverture supérieure pénètre jusqu'au fond le gros tube à disques de platine. Le joint est formé par un manchon en caoutchouc souple, assujetti par des ligatures.

Pendant l'opération, le liquide absorbant placé dans le ballon est aspiré dans le tube barboteur et forme au-dessus de chacun des trois disques une couche rendue mousseuse par le passage continu d'innombrables petites bulles d'air.

L'air à analyser traversait successivement trois barboteurs semblables, suivis d'un tube de Pettenkofer (*t*), destiné à contrôler l'absorption complète de l'anhydride carbonique. Il se dirigeait alors vers l'aspirateur-mesureur par un tube en

plomb parfaitement raccordé d'un côté aux laveurs par un robinet, et de l'autre soudé au tube de Mariotte de l'aspirateur.

L'ensemble des appareils barboteurs se trouvait placé dans une armoire vitrée et entouré par un treillage métallique de $1^m,50$ de hauteur.

L'aspirateur-mesureur. — L'aspiration et le mesurage de l'air ont été effectués au moyen d'un aspirateur à écoulement, placé dans notre laboratoire, et semblable à celui employé par M. Reiset et par M. Spring.

C'est une caisse cylindrique en forte tôle, dont les deux extrémités coniques portent les tuyaux d'aspiration et d'écoulement. Sur l'un des côtés se trouve un tube indicateur de niveau.

Le fond se termine par un robinet à cadran, destiné à régler la vitesse d'écoulement de l'eau.

Au robinet est fixé un tube en cristal gradué, dont l'extrémité inférieure plonge dans un vase à trop-plein.

Ce tube-manomètre sert à l'écoulement de l'eau et permet de déterminer, par la mesure de la colonne d'eau qui s'y maintient à la fin de l'opération, la pression réelle de l'air aspiré. Un thermomètre dont le réservoir plonge à l'intérieur de l'aspirateur en indique la température. Le couvercle de l'aspirateur porte un robinet donnant issue à l'air pendant le remplissage, et le tuyau d'aspiration qui se prolonge jusqu'aux deux tiers de la profondeur. Le tube d'aspiration en plomb a été logé dans le sol, à une profondeur de $0^m,60$, pour être relié aux appareils laveurs situés près de la prise d'air.

Jaugeage. — Le jaugeage de l'aspirateur a été effectué par écoulement. Nous nous sommes servis pour cela d'un flacon mesureur à col étroit, dont la contenance a été déterminée très exactement par pesée. La moyenne de plusieurs opérations dont les résultats furent très rapprochés nous donna une capacité de 163 litres 600.

Méthode d'analyse. Liqueurs titrées. — Dans l'organisa-

tion de nos expériences et particulièrement dans le choix de la méthode, nous avons largement profité des nombreux renseignements analytiques et autres renfermés dans les mémoires de MM. Reiset et Spring. Nous avons soigneusement évité, dans nos barboteurs, tout contact de la baryte avec le caoutchouc, et fait durer plusieurs heures le passage de l'air dans les barboteurs.

Employant depuis plus de vingt ans l'eau de baryte titrée dans nos divers travaux de laboratoire, nous avons pu nous convaincre que, moyennant quelques précautions, le titre de cette liqueur se maintient bien mieux que celui des autres liqueurs alcalines, et que sa manipulation, même *à l'air libre*, qui a tant préoccupé nos prédécesseurs dans cette étude, ne présente point de difficulté insurmontable. En effet, après la période d'essais préliminaires, les opérateurs acquièrent assez de dextérité pour que, toutes conditions égales, l'acide carbonique absorbé pendant la manipulation de l'eau de baryte représente une valeur non seulement très faible, mais aussi, et ce qui est bien plus important, d'une constance telle qu'elle peut, en toute sécurité, former un facteur du dosage.

Une longue période d'étude préparatoire nous ayant complètement rassurés sur ce point, nous avons pu sensiblement simplifier la disposition matérielle adoptée dans les recherches faites avant les nôtres. Nous avons évité aussi toute filtration de l'eau de baryte.

Si, *a priori*, la méthode résultant de ces modifications paraît « sommaire », nous démontrerons plus loin que, grâce à la forte dilution de nos liqueurs, le maximum de l'erreur d'observation auquel elle expose est compris dans des limites plus étroites que celles posées par M. Reiset.

Solution d'acide oxalique. — Nous avons obtenu l'acide oxalique chimiquement pur en soumettant le produit « purissimum » du commerce à plusieurs cristallisations successives, et en écartant chaque fois les premiers cristaux déposés, renfermant des traces d'oxalates alcalins. Les cristaux d'acide oxalique

ont été séchés entre des feuilles de papier buvard, puis à douce chaleur.

Le produit obtenu était complètement exempt de chaux, de magnésie et d'alcalis. L'incinération d'une forte prise d'essai laissait une trace d'oxyde ferrique.

Le dosage de l'eau a donné :

	Eau de cristallisation.	
	Théorique.	Trouvée.
$C^2H^2O^4 + 2H^2O$. . . .	28.57 %	28.38 %

Nous avons préparé une liqueur titrée renfermant, par centimètre cube :

0gr.0028636 d'acide oxalique = 0.001 d'acide carbonique.

Ce titre a été trouvé exact et constant en le comparant périodiquement avec notre liqueur-type d'acide sulfurique. La valeur de celui-ci est fixée par des dosages directs de sulfate de baryum et des essais volumétriques à l'aide du carbonate de sodium anhydre.

L'acide oxalique titré se conserve très longtemps sans la moindre altération, si l'on a soin de placer, pour empêcher le développement de végétations, un petit morceau de camphre dans le flacon.

Eau de baryte. — Elle est préparée en dissolvant dans l'eau distillée une quantité de baryte caustique telle, que 50 centimètres cubes soient neutralisés par 85 centimètres cubes d'acide oxalique.

On laissait la dissolution s'opérer pendant une huitaine de jours, dans une place chaude, en agitant fréquemment le mélange pour remettre en suspension le dépôt de carbonate barytique et en saturer la liqueur.

Après un repos de plusieurs jours, l'eau de baryte, de concentration voulue et parfaitement limpide, était siphonnée dans

un flacon de 10 litres, fermé par un bouchon en caoutchouc portant trois tubes en verre.

Le tube *A* (voir dessin) est garni de fragments de chaux sodée et de potasse caustique, dans le but de priver l'air rentrant de son acide carbonique. Le tube-siphon *B*, plongeant jusqu'à 2 centimètres du fond du flacon, est raccordé à une pipette de 50 centimètres cubes par un ajutage en caoutchouc muni d'une pince de Mohr. Le tube *C* permet les déplacements d'air indispensables au fonctionnement de la pipette, tout en évitant la communication avec l'air extérieur.

Cette disposition simple et commode, que nous utilisons pour toutes nos liqueurs titrées, maintient celles-ci à un degré de concentration invariable [1].

[1] Exemples extraits de notre registre de laboratoire : 20 centimètres cubes d'acide sulfurique titré ont exigé pour la neutralisation (indicateur : acide rosolique, beaucoup plus sensible que le tournesol, lequel précipite partiellement avec la baryte) :

a) 4 avril 1890. . . .	49.2	centimètres cubes	de baryte.
11 juin 1890. . . .	49.2	id.	id.
b) Autre solution :			
3 décembre 1890 . .	49.1	id.	id.
22 avril 1891. . . .	49.1	id.	id.
3 juin 1891	49.1	id.	id.
c) Autre solution :			
29 juillet 1891 . . .	50.05	id.	id.
9 août 1891. . . .	50.0	id.	id.
20 août 1891. . . .	50.0	id.	id.

50 centimètres cubes de baryte sont neutralisés par :

a) 10 février 1890 . . .	92.1	centimètres cubes	d'acide oxalique.
26 mars 1890 . . .	92.1	id.	id.
b) Autre solution :			
1er juillet 1890 . . .	91.5	id.	id.
27 janvier 1891 . . .	91.7	id.	id.

La liqueur de la concentration employée ne laisse jamais déposer de

Marche d'une opération. — L'aspirateur étant rempli, chacun des barboteurs reçoit 50 centimètres cubes d'eau de baryte, mesurés au moyen de la pipette décrite plus haut.

On assujettit tous les joints, puis on adapte l'appareil ainsi monté à la prise d'air et au tuyau d'aspiration.

Au moyen du robinet à cadran, on règle l'aspiration de façon qu'elle dure pendant environ cinq heures. Lorsqu'elle est terminée, on ferme le robinet et l'on détache les laveurs.

On procède à ce moment à la lecture des instruments dont les indications sont nécessaires pour calculer le volume réel de l'air aspiré : baromètre, thermomètre de l'aspirateur et hauteur de la colonne d'eau dans le tube-manomètre.

Si l'on examine l'état des laveurs, on remarque que le premier contient un fort dépôt de carbonate de baryum, le second un dépôt moindre ; le troisième est faiblement trouble et le tube de Pettenkofer reste clair, indice certain du complet dépouillement de l'air. Toutefois, au bout d'un certain nombre d'opérations, les parois de ce tube se voilent par le dépôt

baryte hydratée. Les beaux cristaux du système hexagonal, très brillants, mesurant jusqu'à 5 millimètres de longueur, qui se forment quelquefois dans les flacons ou dans la burette à baryte, sont constitués par un silicate de baryum qui, d'après une analyse faite en 1886, dans notre laboratoire, par M. de Marneffe, a la composition suivante :

Eau (100°)	27.31
Perte par calcination	6.17
Acide silicique.	19.13
Oxyde de baryum	46.61
Non dosé et perte	0.78
	100.00

La baryte, en se combinant à la silice du verre, met en liberté une quantité équivalente de base; la formation des cristaux doit donc être sans influence sur le titre — ce que, d'ailleurs, l'expérience a maintes fois confirmé.

d'une légère couche de carbonate formée pendant les manipulations à l'air.

Le contenu des barboteurs et du tube de Pettenkofer est rapidement vidé dans une fiole d'un litre, couvert d'un large entonnoir, puis lavé à l'eau distillée fraîchement bouillie et refroidie. On complète le volume, ferme par un bouchon à l'émeri, agite et laisse en repos pendant vingt-quatre heures. Le carbonate de baryum se dépose complètement.

Au moyen d'une pipette plongeant à mi-hauteur du ballon et raccordée à une trompe à eau de Bunsen, on prélève 100 centimètres cubes de liquide parfaitement clair ; on colore avec quelques gouttes d'une solution alcoolique sensibilisée d'acide rosolique, et l'on détermine l'excès de baryte par la liqueur titrée d'acide oxalique.

Calcul d'un dosage. — Le volume d'air analysé nous est donné par la formule connue :

$$V_0 = \frac{V(H_0 - F - p)}{(1 + 0.00367 \times \theta)760}.$$

V_0 = volume d'air à 0° et 760 millimètres de pression ;

V = volume de l'aspirateur ;

H_0 = hauteur barométrique réduite à la température de 0° C. ;

F = tension de la vapeur d'eau ;

p = indication du manomètre en millimètres de mercure ;

θ = indication du thermomètre de l'aspirateur.

En remplaçant, par exemple, les lettres par leur valeur dans l'expérience du 15 septembre 1889, nous avons :

$$V_0 = \frac{163.6(751.2 - 18.5 - 45.8)}{(1 + 0.00367 \times 21)760} = 137^{l}.4.$$

Titre de la baryte : 50 centimètres cubes = 90.5 d'acide oxalique. Les quatre laveurs ont reçu $50 \times 4 = 200$ centi-

mètres cubes de baryte, correspondant à $90.5 \times 4 = 362.0$ centimètres cubes d'acide oxalique. Par le lavage, les 200 centimètres cubes de baryte sont portés à 1 litre et la titration se fait sur 100 centimètres cubes, soit sur $\frac{1}{10}$.

Le titre théorique des 200 centimètres cubes de baryte avant leur emploi $= \frac{362.0}{10} = 36.2$ centimètres cubes.

Pendant le mesurage des volumes, le montage, le démontage, le lavage des barboteurs et la mise au volume, une partie se carbonate; l'essai à blanc, exécuté absolument comme un dosage, sauf le passage de l'air, nous ayant donné 34.8, notre titration serait donc faussée de 1.4 centimètre cube d'acide oxalique.

Nous éliminons cette cause d'erreur en prenant comme base de notre calcul, non le titre théorique 36.2, mais le chiffre trouvé par l'essai à blanc, soit 34.8.

Par conséquent, 100 centimètres cubes de la liqueur barytique titrant :

avant le passage de l'air	34.8	c³	d'acide oxalique,
et après le passage de l'air . . .	26.8	id.	id.
la perte pour 100 c³ correspond à .	8,0	id.	id.
et pour 1 litre à.	80.0	id.	id.

Or, 1 centimètre cube d'acide oxalique équivalant à 1 milligramme d'acide carbonique, le volume d'air analysé, 137.4 litres, renfermait donc 80 milligrammes d'acide carbonique et 10,000 litres d'air, $5^{gr},822 = 2^{lit},94$ d'acide carbonique.

Ce qui caractérise notre méthode, c'est que nous avons pris comme base de nos calculs la différence constatée entre les essais *à blanc* et les *dosages*. Les causes d'erreur inhérentes aux manipulations se rencontrent d'une part comme de l'autre, et elles doivent être de même valeur, puisque les conditions de l'opération, les manipulations, etc., sont les mêmes dans les deux cas. La concentration de la liqueur barytique a

seule varié, mais d'une quantité trop faible pour modifier d'une manière appréciable, vu le grand excès de baryte restant après le dosage, la diminution du titre par les manipulations à l'air libre, qui d'ailleurs n'ont qu'une courte durée.

Pour déterminer le degré d'approximation auquel nous avons pu prétendre, il suffit donc de comparer une série d'essais à blanc faits sur une liqueur de même concentration. Nous avons reconnu que des essais à blanc faits à différentes époques, par deux opérateurs, différaient au maximum de 0.2 centimètre cube.

La même erreur pourra donc atteindre nos dosages, et elle portera alors nécessairement sur la quantité d'acide oxalique correspondant à l'acide carbonique fixé pendant le dosage, c'est-à-dire sur la différence entre l'essai à blanc et le chiffre du dosage.

Dans l'exemple que nous avons choisi, ce chiffre est de 8.0 centimètres cubes.

La différence possible serait, dans ce cas, de $\frac{0.2}{8.0}$ ou $\frac{1}{40}$, ce qui, rapporté au titre en acide carbonique constaté $\left(\frac{2.94}{10000}\right)$, se réduit à $\frac{0.74}{100000}$, fraction inférieure à la limite de précision exigée par M. Reiset, laquelle est de $\frac{1}{100000}$.

Nous ajoutons que la correction à faire d'après les données des essais à blanc a toujours été comprise entre 1.6 et 1.2 centimètre cube pour toute la durée de nos recherches, et qu'elle a été déterminée pour chaque nouvelle solution de baryte.

Observations météorologiques. — Des observations météorologiques sont organisées à la station agronomique depuis plusieurs années ; elles sont faites deux fois par jour, à 8 heures du matin et à 1 heure du soir.

Afin d'éviter une trop grande complication de nos tableaux déjà très chargés, nous y avons inscrit seulement les observations indispensables à la vérification de nos calculs et de nos conclusions.

Nous insistons sur ce point, que nos observations météorologiques ont été faites à l'emplacement même de la prise d'air.

L'heure des dosages. — Nos dosages d'acide carbonique ont toujours été exécutés entre 9 heures du matin et 4 heures du soir. La durée exacte du passage de l'air se trouve inscrite dans les tableaux. Comme nous l'avons déjà dit, les recherches antérieures aux nôtres ont démontré avec un accord parfait que l'air est plus chargé d'acide carbonique la nuit que le jour. Nous avons jugé sans intérêt de reprendre l'étude de cette partie de la question.

CHAPITRE III.

GROUPEMENT ET DISCUSSION DES RÉSULTATS. CONCLUSIONS.

Richesse moyenne. — Il ressort de nos dosages exécutés du 1er mai 1889 au 30 avril 1891, et dont les résultats sont consignés dans les tableaux du chapitre IV, que 10,000 litres d'air à 0° et 760 millimètres de pression renferment en moyenne :

2.944 litres d'acide carbonique.

En comparant ce chiffre à ceux obtenus dans les principales recherches entreprises dans les mêmes conditions que les nôtres, on ne conserve aucun doute quant à la richesse moyenne en acide carbonique de l'atmosphère soustraite à l'influence des causes locales.

En effet, les chiffres obtenus sont les suivants :

Rostock (Schulze)	2.92
Dieppe (Reiset)	2.96
Plaine de Vincennes (Müntz et Aubin) .	2.84
Montsouris (Marié-Davy et Lévy) . . .	2.93
Gembloux (Petermann et Graftiau) . .	2.94

On doit, par conséquent, écarter définitivement les anciens chiffres, beaucoup plus élevés ($\frac{4 \text{ à } 6}{10000}$), indiqués encore maintenant dans beaucoup d'ouvrages.

Maximum et minimum. — La moyenne de 2.944 résulte de chiffres oscillant entre le maximum absolu, 3.54, et le minimum absolu, 2.60.

Ces écarts aussi se rapprochent de ceux constatés auparavant :

	Maximum.	Minimum.	Différence.
Rostock.	3.44	2.25	1.19
Dieppe	3.52	2.74	0.78
Plaine de Vincennes	3.17	2.70	0.47
Gembloux	3.54	2.60	0.94

La différence entre les maxima et les minima est importante, sauf dans les expériences de Vincennes.

Mais on se tromperait, d'après nous, si l'on voulait en déduire une grande variabilité du taux en acide carbonique diffusé dans l'air. En effet, c'est moins le plus grand écart constaté dans une série d'expériences que l'on doit envisager que la fréquence des chiffres qui dévient sensiblement de la moyenne.

A ce propos, nous avons dressé le tableau suivant :

11 observations ont donné exactement la moyenne. . . . . (2.94);
94 id. s'écartent de la moyenne de ± 0.05 . . . . . (2.89 à 2.99);
115 id. id. id. de ± 0.10 . . . . . (2.84 à 3.04);
170 id. id. id. de ± 0.20 . . . . . (2.74 à 3.14);
96 id. id. id. de ± 0.30 . . . . . (2.64 à 3.24);
39 id. id. id. de — 0.30 à + 0.60 . . (2.60 à 3.54).

On reconnaît que dans 486 cas sur 525, soit 93 pour cent, la richesse en acide carbonique de l'air s'écarte de la moyenne de quantités inférieures à ± 0.30, soit de 10 pour cent.

Si, dans l'exécution d'expériences de laboratoire, ce chiffre peut paraître élevé, nous sommes d'avis que, dans l'enregistrement des grands phénomènes naturels, un écart de $\frac{1}{10}$ de la loi générale est une quantité presque négligeable.

Dans 7 pour cent seulement des observations, cet écart dépasse 10 pour cent, pour atteindre à peu près 20 pour cent quatre fois dans l'espace de deux ans.

Nous concluons donc que la proportion d'acide carbonique dans l'air, lorsque celui-ci est soustrait aux influences locales, est d'une constance très remarquable.

Causes locales. — Il est établi que les causes locales : nature géologique du sol, densité de la population, abondance de foyers industriels, etc., élèvent sensiblement la moyenne. Elles produisent quelquefois des *maxima* très élevés : c'est ainsi que M. Spring a observé, le 10 février 1883, en pleine ville de Liège, un taux de 5.25 d'acide carbonique et, dans le cours de ses expériences, des chiffres presque aussi forts ont été plusieurs fois constatés.

Il en a été de même à Gembloux. Aussitôt que nous avons placé la prise d'air à la fenêtre du laboratoire donnant sur la grande cour de l'Institut agricole de l'État, entourée de trois côtés par des bâtiments élevés, fermée du quatrième côté par des bâtiments plus bas, mais donnant vers la ville, notre moyenne de 2.944 en plein air monte à 3.70 (39 dosages), avec un maximum de 4.34 et un minimum de 3.00.

Nous avons à examiner à présent si, la proportion d'acide carbonique étant reconnue en général très constante dans l'air libre, les fluctuations observées sont sous la dépendance de l'un ou l'autre des grands phénomènes météorologiques.

Nous avons classé les dosages suivant les diverses directions du vent, et ainsi dressé le tableau suivant :

Moyenne d'acide carbonique dans l'air suivant la direction et la force du vent.

Direction du vent.	Nombre de dosages.	Acide carbonique.	Écart de la moyenne générale de 2.944.	Acide carbonique par	
				les vents faibles (force 1 à 3).	les vents forts (force 4 à 6).
N.	25	2.94	0.0	2.93	3.00
NNE.	13	2.99	+ 0.05	3.00	2.91
NE.	39	3.02	+ 0.08	3.02	»
ENE.	11	2.95	+ 0.01	2.95	»
E.	33	2.91	— 0.03	2.91	»
ESE.	10	3.06	+ 0.12	3.06	»
SE.	13	2.99	+ 0.05	2.99	»
SSE.	10	2.85	— 0.09	2.85	»
S.	57	2.94	0.0	2.94	2.88
SSO.	57	2.95	+ 0.01	2.95	2.89
SO.	95	2.91	— 0.03	2.89	3.00
OSO.	27	2.96	— 0.02	2.97	2.95
O.	77	2.95	+ 0.01	2.95	2.96
ONO.	21	2.96	+ 0.02	2.95	3.04
NO.	30	2.88	— 0.06	2.89	2.68
NNO.	7	2.97	+ 0.03	2.97	»

Il est ainsi impossible de déduire du tableau qui précède une relation quelconque entre la direction du vent et la richesse en acide carbonique. Pour douze points de la rose des vents, les écarts d'avec la moyenne générale tombent dans la limite

des erreurs d'observation. Et si, à la vérité, quatre moyennes s'en écartent faiblement, les différents dosages ne présentent aucune régularité. Les *minima* et les *maxima* s'obtiennent en effet avec des courants ou absolument opposés (2.85 et 2.88 : vent du SSE et du NO), ou au moins très différents (3.06 et 3.02 : vent du NE. et de l'ESE.).

La représentation graphique (pl. II) montre clairement l'absence de relation entre la direction du vent et la richesse de l'air en acide carbonique; le diagramme représentant cette richesse, grâce à sa grande constance, forme en effet presque un cercle.

Ni le régime des courants continentaux, ni celui des vents maritimes ne font varier sensiblement le taux en acide carbonique de l'atmosphère, lorsque celle-ci est analysée dans une station soustraite aux influences locales.

Nous sommes donc d'accord avec M. Reiset et MM. Müntz et Aubin, mais en désaccord avec M. Schulze et avec les observateurs de Montsouris, ceux-ci attribuant une influence prépondérante à la direction des courants aériens.

Ce que nous venons de démontrer quant à la direction du vent s'applique aussi à son intensité. Les chiffres de notre relevé, groupés d'après la force du vent, diffèrent très peu de la moyenne générale, et les dosages qui s'en écartent légèrement lui sont tantôt inférieurs, tantôt supérieurs.

Ajoutons les dosages faits pendant trois tempêtes qui ont sévi en 1890, lesquels ont donné : 3.04, 3.40 et 3.19 (moyenne 3.21). Les trois tempêtes, accompagnées d'une forte dépression barométrique (720.1, 727.4 et 727.8 millimètres), nous venaient deux fois de l'ouest et une fois de l'ONO., amenant au centre de la Belgique l'air marin.

Le chiffre de 3.21 dépasse la moyenne générale d'une quantité supérieure aux erreurs d'observation. Cette influence des vents violents n'a pas été constatée par M. Reiset. Durant les trois tempêtes signalées dans les tableaux de ce savant, les proportions d'acide carbonique étaient absolument normales.

A Liège, les vents violents ont abaissé la moyenne, ce que

M. Spring explique tout naturellement par le déplacement plus complet et plus rapide de l'air de la ville, reconnu anormalement riche en acide carbonique.

En règle générale, l'influence des vents O. et ONO. sur la richesse de l'atmosphère en acide carbonique, est nulle; mais lorsqu'ils sont accompagnés d'une forte dépression, elle devient très sensible. M. Schloesing a déjà démontré que la théorie de M. Schulze sur le rôle de la mer comme cause d'absorption de l'acide carbonique aérien est vraie, mais que l'inverse a lieu également.

Lorsque, par une cause ou l'autre, le taux de l'air en acide carbonique diminue, le bicarbonate calcique dissous dans l'eau cède de l'acide carbonique jusqu'à ce que celui-ci ait dans l'atmosphère une tension égale à la tension de dissociation du bicarbonate. Mais comme l'intensité du phénomène de la dissociation est sous la dépendance, non seulement de la température, mais aussi sous celle de la pression, on peut rapporter en partie à une dissociation plus énergique du bicarbonate dissous, l'augmentation de la proportion d'acide carbonique constatée pendant les tempêtes soufflant de la mer et accompagnées de fortes dépressions.

Mais elle doit être rapportée surtout, pensons-nous, à un dégagement plus intense de l'acide carbonique du sol, principal milieu producteur, provoqué par la diminution de la pression atmosphérique. Cette explication devient péremptoire lorsqu'on examine le tableau suivant :

Classement des dosages suivant la pression barométrique moyenne du jour.

	720 à 730	730 à 740	740 à 750	750 à 760	760 à 770
Acide carbonique.	3.11	2.94	2.93	2.95	2.93

Il nous montre en effet que si, en thèse générale, la pression est sans influence sur le taux en acide carbonique aérien,

celui-ci monte sensiblement pendant toutes les dépressions extraordinaires, qu'elles soient accompagnées de tempêtes ou non, et quelle que soit la direction du vent.

État du ciel. Météores aqueux. État hygrométrique de l'atmosphère. — Afin de nous rendre compte de l'influence de ces différents facteurs, nous avons classé nos dosages par saisons et suivant l'état du ciel : beau temps, temps couvert, temps orageux, brouillard, neige.

Ce travail nous ayant fait reconnaître l'absence de toute régularité dans la répartition sur les saisons des *maxima* et *minima* et celle des moyennes, nous renonçons à le reproduire et nous nous bornons à publier les moyennes des dosages exécutés sous le régime des différents états du ciel et des divers météores aqueux. Voici les chiffres que nous avons obtenus :

Moyenne générale de 525 dosages			. . . .	2.944
Temps beau :	moyenne de	217	dosages . . .	2.95
Temps couvert :	id. de	103	id. . . .	2.92
Temps orageux :	id. de	26	id. . . .	2.88
Pluie :	id. de	120	id. . . .	2.93
Brouillard :	id. de	42	id. . . .	3.13
Neige :	id. de	17	id. . . .	3.10

Il résulte de ce qui précède qu'un fait est définitivement acquis : *l'augmentation de la richesse en acide carbonique lors des précipitations aqueuses, denses et de formation lente : le brouillard et la neige.*

Couvrant la terre d'un épais rideau de vapeur d'eau à l'état vésiculaire ou cristallin, elles [illegible]tissent évidemment la diffusion dans les couches supérieures de l'atmosphère, de l'acide carbonique dégagé par le sol.

Deux faits viennent à l'appui de cette explication : *a*) le taux en acide carbonique constaté pendant le temps de pluie ne

diffère pas de la moyenne générale; *b*) le relevé suivant démontre l'absence de relation entre les indications du psychromètre et la composition de l'air.

Classement par degré hygrométrique moyen du jour.

	DEGRÉ HYGROMÉTRIQUE.					
	40 à 50	50 à 60	60 à 70	70 à 80	80 à 90	90 à 100
Acide carbonique.	2.99	2.91	2.94	2.94	2.95	2.95

La pluie et l'état hygrométrique de l'air (eau dissoute) n'influent donc absolument pas sur le taux en acide carbonique. Il faut cet état spécial de grande dissémination (à l'état liquide) des molécules d'eau, qui produit les brouillards, pour ralentir, comme nous l'avons dit, la diffusion, ordinairement si rapide, de l'acide carbonique dégagé par le sol.

La température de l'air. Les saisons. — Lorsque nous classons nos dosages d'après la température moyenne du jour, nous constatons que les *maxima* (8 dosages) correspondent à des températures très basses, les *minima* (7 dosages), à des températures très élevées. L'écart (3.12 et 2.88), soit 0.24, est important. Les chiffres constatés aux températures intermédiaires se rapprochent sensiblement de la moyenne; ils ont cependant une tendance à s'abaisser avec l'élévation de la température de l'air.

	TEMPÉRATURE.							
	-10 à -5	-5 à 0	0 à 5	5 à 10	10 à 15	15 à 20	20 à 25	25 à 30
Ac. carb.	3.12	2.94	2.97	2.95	2.95	2.92	2.91	2.88

Le maximum observé de — 10 à — 5° ne peut être attribué, comme on serait tenté de le faire, au brouillard ou à la neige

qui accompagnent quelquefois les fortes gelées, car quatre observations sur huit ont été faites pendant une période de beau temps.

Il ne peut s'expliquer non plus par l'absence de la végétation, la grande cause de réduction de l'acide carbonique, car la moyenne en acide carbonique de tous les dosages faits en hiver ne diffère ni de celle de l'été, ni de la moyenne générale.

C'est donc bien réellement le fort abaissement de la température qui, en ralentissant l'élévation du gaz carbonique des couches inférieures de l'atmosphère, est cause de l'augmentation constatée. Le phénomène inverse s'est produit pour les températures élevées, de même que M. Reiset avait obtenu les *minima* pendant des journées à forte insolation.

		SAISONS.			
	Moyenne générale.	Printemps.	Été.	Automne.	Hiver.
	—	—	—	—	—
Acide carbonique.	2.944	2.958	2.919	2.927	2.958

Les moyennes pour les différentes saisons concordent presque absolument avec la moyenne générale ; les différences sont beaucoup inférieures à la grandeur de l'erreur d'observation.

En consultant l'historique de la question fait par M. Spring, on remarque que c'est sur l'influence de la température et des saisons que règne le plus grand désaccord entre les divers expérimentateurs, désaccord que n'ont pu aplanir les travaux modernes, lesquels cependant, sur d'autres points, ont fait définitivement la lumière.

Si de Saussure admettait que la quantité d'acide carbonique contenue dans l'atmosphère est beaucoup plus grande en été qu'en hiver, Boussingault trouva que la variation de la proportion d'acide carbonique avec les saisons est incertaine, sinon insensible.

D'après M. Schulze, le taux en acide carbonique aérien ne varierait pas avec la saison ; MM. Hasselbart et Fittbogen, au

contraire, arrivent aux mêmes résultats que de Saussure. M. Spring tire de ses observations la conclusion que la proportion d'acide carbonique varie seulement des mois d'*hiver* aux mois d'*été*.

Mais la situation urbaine de la prise d'air, dans les essais de ce savant, n'explique-t-elle pas cette constatation simplement par l'abondance de bouches à acide carbonique fonctionnant en hiver dans tout grand centre de population? Absolument comme M. Reiset trouve, le 27 janvier 1879, dans la rue de Vigny à Paris, son maximum de 3.516, chiffre qui descend peu à peu, dans le courant du mois de mai, avec l'extinction progressive des foyers, pour atteindre, à la fin du mois, le minimum de 2.913. Mais aussitôt que M. Reiset se soustrait aux influences locales, en reprenant ses essais à la station « champêtre » de Dieppe, l'influence des saisons disparaît complètement.

Il est vrai que cet habile expérimentateur n'insiste pas sur ce point dans son mémoire; mais ayant cru un instant que nos conclusions étaient opposées aux siennes, nous avons fait la répartition par saisons des observations de M. Reiset.

22 septembre au 22 décembre 1872 . .	2.92
22 décembre 1872 au 22 mars 1873 . .	2.95
22 mars au 22 juin 1873.	2.99
22 juin au 20 août 1873.	2.91

Les expériences de Gembloux font conclure dans le même sens que les travaux de Boussingault, de M. Schulze et de M. Reiset, c'est-à-dire à la non-influence des saisons sur le taux en acide carbonique de l'atmosphère.

CONCLUSIONS.

Nous croyons pouvoir condenser dans les lignes suivantes le résultat de notre étude, nous estimant heureux si, en contrôlant et en complétant les travaux de nos prédécesseurs, nous avons pu contribuer à faire la lumière sur le grand problème de la circulation du gaz carbonique à travers le monde, problème considéré par les plus illustres savants, tels que Gay-Lussac et Dumas, comme un des plus importants de la physique et de la chimie du globe :

Lorsqu'on analyse régulièrement et pendant une période suffisamment longue les couches inférieures de l'atmosphère, de manière que la prise d'air soit soustraite à l'influence des sources locales d'acide carbonique, on constate que le taux de ce gaz se rapproche très sensiblement de 3 litres (moyenne générale de 525 dosages : 2.944) par 10,000 litres d'air à 0° et 760 millimètres de pression.

Grâce à la diffusion rapide du gaz carbonique, cette proportion est d'une très grande constance.

Dans 486 observations sur 525, soit 93 pour cent, les écarts avec la moyenne ne dépassent pas ± 10 pour cent.

Ni le régime des courants continentaux, ni celui des vents maritimes, pas plus que la pluie, l'état hygrométrique de l'air, les variations ordinaires de pression et de température et les saisons, ne font varier le taux de l'air en acide carbonique.

Quatre causes tendent à l'augmenter :

1° Les dépressions barométriques extraordinaires, favorisant le dégagement de l'acide carbonique du sol ;

2° Les dépressions barométriques extraordinaires accompagnées de forts vents maritimes, amenant sur le continent le gaz carbonique dû à une dissociation plus abondante des bicarbonates de la mer ;

3° Le brouillard et la neige, en ralentissant l'ascension du gaz carbonique des couches inférieures de l'atmosphère ;

4° Le fort abaissement de la température, agissant de même.

L'élèvement sensible de la température tend au contraire à diminuer le taux en acide carbonique.

En ajoutant aux causes dont nous venons d'établir l'effet, l'influence réductrice de la végétation, on comprend que les forces naturelles, suivant qu'elles agissent dans un sens opposé, augmentation ou diminution du taux moyen en acide carbonique, tendent à rendre constante la composition de l'atmosphère.

Mais elles peuvent aussi, lorsque, par coïncidence, elles agissent dans le même sens, produire des écarts très sensibles, jusqu'à 20 pour cent de la moyenne générale de 2.944 (maximum absolu de nos essais 3.54, minimum absolu 2.60).

Il résulte de l'ensemble des travaux modernes, particulièrement de ceux de MM. Schulze, Reiset, Müntz et Aubin, Spring et des nôtres, que les chiffres élevés de $\frac{4 \text{ à } 6}{10000}$, *trouvés par de Saussure, Thénard, Boussingault et d'autres, doivent être définitivement abandonnés, et que, contrairement aux anciennes idées, la richesse en acide carbonique de l'atmosphère est en général d'une grande constance.*

Nous comptons prochainement présenter à l'Académie le compte rendu de la seconde partie de nos études sur la richesse en combinaisons azotées de l'atmosphère et de l'eau de pluie.

CHAPITRE IV.

TABLEAUX.

NUMÉRO d'ordre.	DATE.	DURÉE de l'opération. — Heures.	CALCUL DU VOLUME D'AIR ASPIRÉ. VOLUME APPARENT = 163.6 LITRES. Manomètre. Millimètres de mercure.	Température de l'aspirateur.	Tension de la vapeur d'eau. Millimètres de mercure.	Pression réduite à 0°.	Volume en litres
1	2	5.55	45.0	18	15.3	745.0	138
2	3	5.20	39.1	20	17.4	748.7	138
3	4	6.00	41.3	20	17.4	746.2	137
4	5	5.10	38.4	19	16.3	744.4	138
5	6	5.40	36.9	21	18.5	742.7	137
6	7	7.00	46.5	21	18.5	744.9	135
7	8	6.30	46.5	21	18.5	745.6	136
8	9	7.10	39.9	23	20.9	741.5	135
9	10	5.15	37.6	19	16.3	742.1	138
10	11	4.10	53.2	18	15.3	741.9	136
11	13	5.40	22.8	20	17.4	746.1	141
12	14	5.00	53.2	21	18.5	742.9	134
13	15	5.15	40.6	21	18.5	741.0	136
14	16	5.00	39.9	21	18.5	745.4	137
15	17	4.20	39.9	19	16.3	746.2	138
16	18	4.40	53.9	18	15.3	747.1	136
17	19	5.20	41.3	18	15.3	746.6	139
18	20	4.30	46.5	18	15.3	748.3	138
19	21	6.05	52.4	19	16.3	748.7	136
20	22	6.00	39.1	23	20.9	745.2	136
21	23	5.00	37.6	22	19.7	742.9	136
22	24	6.15	53.9	22	19.7	740.2	132
23	25	6.55	43.6	22	19.7	737.3	134
24	26	7.20	33.9	22	19.7	737.7	136
25	27	6.00	38.4	24	22.7	738.8	134
26	28	6.00	39.9	20	17.4	742.6	137
27	29	6.10	50.2	21	18.5	744.2	135
28	30	6.10	48.0	20	17.4	748.2	136
29	31	5.15	48.7	18	15.3	746.6	137

LCUL DE L'ACIDE CARBONIQUE.				VENT.		ÉTAT DU CIEL.
Dosage. 200 c³ de baryte portés à 1 litre 100 c³ = ... c³ d'acide oxalique ou milligrammes d'acide carb. (200 c³ de baryte portés à 1 litre c³ d'acide oxalique.)	Acide carbonique en milligrammes dans l'air aspiré.	Acide carbonique en grammes dans 10,000 litres d'air.	Acide carbonique en volume dans 10,000 volumes d'air	Direction dominante.	Force.	
28.2	74	5.353	2.71	SE à E.	3	Demi-couvert.
28.1	75	5.403	2.73	SW à E.	1	Beau temps.
27.0	86	6.237	3.15	E à SE.	1	Beau temps.
28.0	76	5.476	2.77	S.	1	Beau temps.
28.0	76	5.533	2.80	SSE.	1	Orage.
27.6	80	5.887	2.98	SSW.	2	Orage.
27.4	76	5.587	2.83	S.	1	Beau temps.
27.9	71	5.254	2.66	E.	2	Beau temps.
26.6	84	6.066	3.07	S à SW.	2	Pluie.
27.5	75	5.516	2.79	SW.	3	Pluie.
27.3	77	5.439	2.75	S à WSW.	2	Beau temps.
27.2	78	5.815	2.94	E à NE.	2	Beau temps.
26.7	83	6.090	3.08	SW.	2	Couvert, orage la veille.
27.1	79	5.754	2.91	WSW.	2	Couvert.
27.4	76	5.474	2.77	SW.	1	Couvert.
26.9	80	5.844	2.96	SW.	1	Pluie.
26.9	80	5.742	2.90	SW à S.	1	Demi-couvert.
27.6	73	5.266	2.66	SW.	1	Pluie
27.3	76	5.554	2.81	NW.	1	Couvert.
27.6	73	5.367	2.71	W.	1	Beau, orage la veille.
27.1	78	5.712	2.89	NE.	1	Beau temps.
27.3	76	5.724	2.89	S à WSW.	2	Beau temps, orage la veille.
27.5	74	5.512	2.79	WSW.	2	Beau temps, orage la veille.
26.9	80	5.871	2.97	SW.	1	Beau temps.
27.1	78	5.818	2.94	E.	1	Beau temps.
26.6	83	6.039	3.05	WSW.	2	Beau temps.
27.5	74	5.481	2.77	SW.	3	Pluie, éclaircies.
26.6	83	6.061	3.07	SW.	2	Beau temps.
27.3	76	5.514	2.79	SE à S.	2	Pluie.
	Moyenne ...		2.87			
	Maximum...		3.15			
	Minimum ...		2.66			

NUMÉRO d'ordre.	DATE.	DURÉE de l'opération. — Heures.	CALCUL DU VOLUME D'AIR ASPIRÉ. VOLUME APPARENT = 163.6 LITRES. Manomètre. Millimètres de mercure.	Température de l'aspirateur.	Tension de la vapeur d'eau. Millimètres de mercure.	Pression réduite à 0°.	Volume en litres
30	1	5.30	44.3	25	23.6	747.0	13[illegible]
31	2	6.00	48.7	22	19.7	741.9	134
32	3	5.00	50.2	20	17.4	745.8	136
33	4	6.00	53.2	22	19.7	754.6	13[illegible]
34	5	6.45	53.2	20	17.4	753.7	137
35	6	5.55	52.4	25	23.6	749.0	13[illegible]
36	7	6.35	55.4	25	23.6	746.7	131
37	8	5.20	50.2	22	19.7	743.9	134
38	9	5.30	45.0	22	19.7	737.2	13[illegible]
39	10	5.00	45.8	21	18.5	738.7	134
40	18	5.45	42.8	19	16.3	751.0	13[illegible]
41	19	5.45	45.8	20	17.4	749.4	137
42	21	5.00	51.7	22	19.6	747.6	134
43	22	5.15	46.5	22	19.6	747.5	13[illegible]
44	23	5.30	43.6	21	18.5	747.4	13[illegible]
45	24	6.00	54.7	22	19.6	747.5	134
46	25	5.15	42.8	23	20.8	748.4	13[illegible]
47	26	5.45	46.5	25	23.6	748.7	13[illegible]
48	29	6.00	50.2	24	22.1	751.8	13[illegible]
49	30	7.05	49.5	22	19.6	754.0	136

ALCUL DE L'ACIDE CARBONIQUE.					VENT.		ÉTAT DU CIEL.
c³ d'acide oxalique.	Dosage. 200 c³ de baryte portés à 1 litre 100 c³ = ... c³ d'acide oxalique ou milligrammes d'acide carb.	Acide carbonique en milligrammes dans l'air aspiré.	Acide carbonique		Direction dominante.	Force.	
			en grammes dans 10,000 litres d'air.	en volume dans 10,000 volumes d'air.			
39	27.4	75	5.601	2.83	E.	3	Beau temps.
	27.7	72	5.367	2.71	SE à WSW	1	Beau temps.
	27.8	71	5.220	2.64	SW.	2	Couvert, orage et forte pluie la nuit.
	27.2	77	5.671	2.87	WNW.	2	Beau temps.
	27.2	77	5.621	2.84	NNE.	2	Couvert.
	27.5	74	5.577	2.82	E.	1	Beau temps.
	27.8	71	5.393	2.73	SE à SSW.	1	Beau temps, orage à la fin.
	28.0	69	5.140	2.60	SE à W.	2	Orage et forte pluie la nuit.
	27.1	78	5.823	2.94	S.	2	Orages.
	27.0	79	5.861	2.96	S.	1	Beau temps.
	27.7	72	5.171	2.62	E.	3	Beau temps.
	27.1	78	5.668	2.87	NE.	2	Beau temps.
	27.0	79	5.865	2.97	E.	2	Beau temps.
	27.1	78	5.747	2.91	NNW.	2	Beau temps.
	27.3	76	5.549	2.81	NW.	3	Beau temps.
	27.7	72	5.369	2.72	NW.	1	Beau temps, orage la veille.
	27.2	77	5.664	2.86	SSW à NE.	1	Beau temps.
	28.0	69	5.156	2.61	E.	1	Beau temps.
	27.6	73	5.430	2.75	W.	1	Orage.
	27.8	71	5.205	2.63	NW.	1	Beau temps, orage la veille.
		Moyenne...		2.78			
		Maximum..		2.97			
		Minimum..		2.61			

NUMÉRO d'ordre.	DATE.	DURÉE de l'opération. — Heures.	CALCUL DU VOLUME D'AIR ASPIRÉ. VOLUME APPARENT = 163.6 LITRES. Manomètre. Millimètres de mercure.	Température de l'aspirateur.	Tension de la vapeur d'eau. Millimètres de mercure.	Pression réduite à 0e.	Volume en litres
50	2	6.00	53.2	21	18.5	754.2	136
51	3	5.10	51.7	21	18.5	751.7	136
52	5	5.00	48.7	25	23.5	750.3	133
53	8	5.00	51.0	21	18.5	743.7	134
54	9	5.30	45.0	23	20.8	745.6	134
55	10	6.45	44.3	24	22.1	742.5	133
56	11	6.00	43.6	23	20.8	748.6	135
57	12	5.00	36.2	23	20.8	746.2	136
58	13	5.00	42.1	22	19.6	744.9	136
59	14	4.45	39.1	22	19.6	743.8	136
60	17	5.30	47.3	20	17.4	741.0	135
61	18	7.00	52.4	20	17.4	746.4	135
62	19	6.00	42.8	21	18.5	746.0	136
63	20	5.30	48.7	21	18.5	744.7	135
64	21	6.00	42.8	21	18.5	742.4	136
65	22	5.00	48.7	20	17.4	745.6	136
66	23	6.00	35.4	20	17.4	743.6	138
67	24	6.30	51.0	19	16.3	744.3	136
68	25	6.00	42.8	20	17.4	739.0	136
69	26	6.00	46.5	18	15.3	738.2	136
70	30	5.00	30.2	20	17.4	732.4	141

LCUL DE L'ACIDE CARBONIQUE.					VENT.		ÉTAT DU CIEL.
	Dosage. 200 c³ de baryte portés à 1 litre 100 c³ = ... c³ d'acide oxalique ou milligrammes d'acide carb. c³ d'acide oxalique.	Acide carbonique en milligrammes dans l'air aspiré.	Acide carbonique en grammes dans 10,000 litres d'air.	Acide carbonique en volume dans 10,000 volumes d'air.	Direction dominante.	Force.	
	27.8	71	5.205	2.63	N.	2	Beau temps.
	27.9	70	5.139	2.60	ENE à SE.	2	Beau temps.
	28.0	69	5.161	2.61	N.	1	Beau temps.
	27.5	74	5.492	2.78	SW.	2	Pluie, éclaircies.
	27.3	76	5.632	2.85	S.	2	Orage, pluie.
	27.6	73	5.458	2.76	S.	4	Beau temps, vent fort.
	27.5	74	5.448	2.76	SW à NW.	1	Beau temps.
	27.2	77	5.628	2.85	E à SE.	1	Orage, pluie.
	27.1	78	5.732	2.90	SSW.	2	Temps couvert.
	27.8	71	5.203	2.63	WSW.	3	Beau temps.
	27.5	74	5.457	2.76	SW.	3	Pluie, orage.
	27.3	76	5.601	2.83	W.	2	Pluie.
	27.0	79	5.773	2.92	SW.	1	Beau temps.
	27.3	76	5.613	2.84	S.	2	Beau temps.
	26.9	80	5.877	2.97	SW à NW.	2	Beau temps.
	27.1	78	5.724	2.89	W.	4	Beau temps.
	26.1	77	5.558	2.81	NW.	1	Orage, pluie.
	26.1	77	5.652	2.86	W.	3	Temps couvert.
	26.0	78	5.730	2.90	SW.	2	Pluie, éclaircies.
	26.2	76	5.554	2.81	SW.	2	Pluie.
	26.5	73	5.165	2.61	NNW.	1	Beau temps.
		Moyenne...		2.79			
		Maximum..		2.97			
		Minimum ..		2.60			

NUMÉRO d'ordre.	DATE.	DURÉE de l'opération. — Heures.	CALCUL DU VOLUME D'AIR ASPIRÉ. VOLUME APPARENT = 163.6 LITRES. Manomètre. Millimètres de mercure.	Température de l'aspirateur.	Tension de la vapeur d'eau. Millimètres de mercure.	Pression réduite à 0°.	
71	2	6.00	52.4	23	20.8	749.3	
72	3	6.15	32.5	22	19.6	747.7	
73	5	5.00	36.9	21	18.5	745.0	
74	10	6.20	37.6	21	18.5	744.4	
75	12	5.15	46.5	18	15.3	739.1	
76	13	7.00	44.3	18	15.3	747.2	
77	14	6.15	51.0	17	14.4	748.3	
78	15	5.45	38.4	19	16.3	744.1	
79	16	6.15	48.0	20	17.4	749.5	
80	19	4.20	57.6	20	17.4	743.6	
81	20	5.10	49.5	19	16.3	737.2	
82	21	5.50	49.5	19	16.3	737.7	
83	22	4.50	48.0	19	16.3	739.2	
84	23	6.20	51.7	19	16.3	746.5	
85	25	5.45	56.1	18	15.3	745.2	
86	26	6.15	56.1	18	15.3	748.6	
87	30	5.30	44.3	22	19.6	752.6	
88	31	6.30	51.7	23	20.8	751.3	

CALCUL DE L'ACIDE CARBONIQUE.				VENT.		ÉTAT DU CIEL.
	Dosage. 200 c³ de baryte portés à 1 litre 100 c³ = ... c³ d'acide oxalique ou milligrammes d'acide carb.	Acide carbonique en milligrammes dans l'air aspiré.	Acide carbonique	Direction dominante.	Force.	
			en grammes dans 10,000 litres d'air.	en volume dans 10,000 volumes d'air.		
	26.8	70	5.216	2.64	WSW.	1	Beau temps, peu couvert.
	25.9	79	5.702	2.88	SW.	3	Beau temps.
	26.2	76	5.514	2.79	SW.	2	Temps couvert.
	26.3	75	5.452	2.76	W à SW.	2	Beau temps.
	26.2	76	5.557	2.81	WSW.	3	Pluie.
	26.1	77	5.546	2.80	NW.	3	Pluie.
	26.3	75	5.420	2.74	W.	4	Temps couvert.
	26.0	78	5.622	2.84	W.	3	Temps couvert.
	26.3	75	5.467	2.76	W.	3	Beau temps.
	28.2	72	5.370	2.72	SSE.	2	Temps couvert et pluie.
	28.4	70	5.181	2.62	SW à W.	5	Pluie.
	28.2	72	5.325	2.69	SSW.	4	Temps couvert et pluie.
	28.2	72	5.301	2.68	SSW.	5	Temps couvert et pluie.
	28.2	72	5.273	2.67	W.	3	Temps couvert.
	28.2	72	5.292	2.68	SW à W.	2	Pluie, orage.
	28.0	74	5.412	2.74	NW.	2	Beau temps.
	28.0	74	5.495	2.78	S.	1	Beau temps.
	28.2	72	5.343	2.70	SW à ENE.	1	Beau temps.
		Moyenne ...		2.74			
		Maximum ..		2.88			
		Minimum ..		2.62			

NUMÉRO d'ordre.	DATE.	DURÉE de l'opération. — Heures.	CALCUL DU VOLUME D'AIR ASPIRÉ. VOLUME APPARENT = 163.6 LITRES. Manomètre. Millimètres de mercure.	Température de l'aspirateur.	Tension de la vapeur d'eau. Millimètres de mercure.	Pression réduite à 0°.	Volume en litres à 0° et 760.
89	1	10.40	49.5	18	15.3	750.8	13.5
90	3	5.00	38.4	21	18.5	749.4	13.4
91	4	4.15	36.9	22	19.6	750.5	13.2
92	5	5.30	37.6	21	18.5	752.5	13.2
93	6	5.30	44.3	21	18.5	752.8	13.2
94	7	5.00	39.1	20	17.4	749.8	13.6
95	8	5.00	39.1	21	18.5	749.2	13.2
96	9	5.40	45.8	21	18.5	753.2	13.7
97	10	6.00	21.4	21	18.5	754.8	14.9
98	11	5.30	34.7	24	22.1	753.4	13.8
99	12	5.30	41.3	21	18.5	751.7	13.3
100	13	5.30	35.4	21	18.5	753.0	13.7
101	14	6.00	34.7	16	13.5	754.6	14.6
102	15	7.00	20.6	17	14.4	754.6	14.8
103	16	5.00	53.2	19	16.3	757.9	13.5
104	17	5.30	45.8	15	12.7	754.1	14.9
105	18	5.00	47.3	15	12.7	752.7	14.3
106	19	6.00	46.5	14	11.9	745.0	14.6
107	20	6.25	56.1	17	14.4	738.0	13.3
108	21	5.00	50.2	19	16.3	738.4	13.2
109	22	10.30	51.7	16	13.5	737.9	13.8
110	23	5.40	46.5	16	13.5	746.0	13.5
111	24	5.30	50.2	17	14.4	740.1	13.9
112	25	6.15	51.7	17	14.4	742.3	13.0
113	26	5.40	51.0	19	16.3	751.9	13.8
114	27	5.45	51.0	18	15.3	750.7	13.2
115	28	5.30	48.7	19	16.3	741.5	13.1
116	29	6.00	48.7	12	10.4	738.3	14.0
117	30	5.25	45.8	17	14.4	737.7	13.3

LCUL DE L'ACIDE CARBONIQUE.				VENT.		ÉTAT DU CIEL.
c³ d'acide oxalique.	Dosage. 200 c³ de baryte portés à 1 litre 100 c³ = ... c³ d'acide oxalique ou milligrammes d'acide carb.	Acide carbonique en milligrammes dans l'air aspiré.	Acide carbonique	Direction dominante.	Force.	
			en grammes dans 10,000 litres d'air.	en volume dans 10,000 volumes d'air.		
	26.7	87	6.282	3.48	NE.	1	Beau temps.
	27.1	83	6.085	3.08	SW à W.	3	Temps couvert.
	27.3	81	5.861	2.96	N.	1	Beau temps, orage la veille.
	27.1	83	5.963	3.02	NW.	2	Temps couvert.
	27.3	79	5.729	2.90	NE.	1	Beau temps.
	27.2	82	5.899	2.98	E.	2	Beau temps.
	27.2	82	5.933	3.00	W à NW.	1	Beau temps.
	27.3	81	5.882	2.97	W à NW.	1	Beau temps.
	27.3	79	5.528	2.80	S à W.	1	Beau temps.
	27.6	78	5.660	2.86	S.	1	Beau temps.
	27.9	75	5.423	2.74	W à NW.	2	Temps couvert
	27.8	76	5.440	2.75	W.	2	Beau temps.
	27.3	79	5.501	2.78	NNE.	3	Temps couvert.
	27.0	84	5.761	2.91	NNE.	4	Beau temps.
	27.3	79	5.704	2.88	NE.	2	Beau temps.
	27.9	75	5.285	2.67	NE.	2	Temps couvert.
	27.4	83	5.874	2.97	E à NE.	3	Beau temps.
	27.6	78	5.548	2.80	S à SW.	2	Beau temps.
	27.9	75	5.543	2.80	W.	4	Temps couvert.
	27.6	78	5.769	2.92	W.	4	Temps couvt, orage la veille.
	27.7	77	5.629	2.85	SW à NW.	2	Petite pluie, orage la veille.
	27.0	84	6.022	3.05	WSW.	2	Beau temps.
	27.3	79	5.771	2.92	S à WSW.	1	Temps couvert.
	27.6	78	5.693	2.88	NW.	3	Pluie.
	27.4	83	6.023	3.05	W.	4	Temps couvert.
	27.1	83	6.006	3.04	W.	2	Pluie.
	27.6	78	5.731	2.90	W à NW.	4	Pluie.
	27.6	78	5.571	2.82	W à NW.	3	Pluie.
	27.8	76	5.535	2.80	NW.	2	Pluie
		Moyenne . . .		2.91			
		Maximum . .		3.48			
		Minimum . .		2.67			

NUMÉRO d'ordre.	DATE.	DURÉE de l'opération. — Heures.	CALCUL DU VOLUME D'AIR ASPIRÉ. VOLUME APPARENT = 163.6 LITRES. Manomètre. Millimètres de mercure.	Température de l'aspirateur.	Tension de la vapeur d'eau. Millimètres de mercure.	Pression réduite à 0e.	Volume en litres
118	1	6.00	45.0	17	14.4	742.3	138
119	2	7.10	50.2	18	15.3	743.3	130
120	3	5.25	48.7	19	16.3	744.9	136
121	4	6.00	53.2	21	18.5	741.7	133
122	5	6.30	53.2	20	17.4	743.4	134
123	7	7.00	48.7	19	16.3	736.7	132
124	8	6.30	51.0	18	15.3	739.3	133
125	10	5.00	51.0	19	16.3	734.8	134
126	11	5.45	51.7	19	16.3	737.1	134
127	12	6.10	50.2	18	15.3	740.0	130
128	21	5.25	45.0	18	15.3	730.3	133
129	22	5.30	50.2	19	16.3	734.0	134
130	23	5.00	53.2	18	15.3	740.5	133
131	24	5.35	53.2	17	14.4	747.8	137
132	25	7.00	55.4	15	12.7	750.8	139
133	26	5.00	52.4	18	15.3	749.0	137
134	27	5.35	45.0	16	13.5	743.0	139
135	28	5.45	45.8	18	15.3	743.3	137
136	29	6.15	47.3	20	17.4	747.4	136
137	30	5.45	48.0	19	16.3	748.4	137
138	31	5.00	49.3	18	15.3	747.7	137

CALCUL DE L'ACIDE CARBONIQUE.				VENT.		ÉTAT DU CIEL.
Dosage. 200 c³ de baryte portés à 1 litre 400 c³ = ... c³ d'acide oxalique ou milligrammes d'acide carb.	Acide carbonique en milligrammes dans l'air aspiré.	Acide carbonique en grammes dans 10,000 litres d'air.	Acide carbonique en volume dans 10,000 volumes d'air.	Direction dominante.	Force.	
28.2	73	5.276	2.67	NW.	1	Brouillard.
28.1	74	5.407	2.73	W.	1	Brouillard.
28.5	70	5.116	2.64	SW.	3	Brouillard.
28.3	72	5.377	2.72	S.	3	Beau temps.
28.0	75	5.558	2.81	S.	1	Beau temps.
28.3	72	5.327	2.69	SW.	4	Pluie, vent très fort.
28.3	72	5.298	2.68	SW.	4	Pluie, vent fort.
27.9	76	5.658	2.86	SW.	2	Temps couvert.
28.1	74	5.496	2.78	S.	2	Temps couvert.
28.2	73	5.360	2.71	SSW.	1	Pluie.
27.7	78	5.765	2.92	E à SW.	2	Temps couvert, pluie.
28.4	71	5.286	2.67	E à SW.	2	Temps couvert.
28.5	70	5.158	2.61	SW.	2	Temps couvert.
28.2	73	5.301	2.68	S à W.	2	Temps couvert.
27.8	77	5.528	2.79	SW.	2	Beau temps.
27.6	79	5.742	2.90	ENE.	3	Temps couvert.
27.8	77	5.533	2.80	E.	2	Beau temps.
28.3	72	5.227	2.64	SE à SW.	3	Temps couvert.
27.7	78	5.697	2.88	S.	1	Beau temps.
27.6	79	5.739	2.90	SW.	2	Temps couvert.
28.4	71	5.149	2.60	W.	2	Temps couvert.
	Moyenne...		2.75			
	Maximum ..		2.92			
	Minimum ..		2.60			

NUMÉRO d'ordre.	DATE.	DURÉE de l'opération. — Heures.	CALCUL DU VOLUME D'AIR ASPIRÉ. VOLUME APPARENT = 163.6 LITRES. Manomètre. Millimètres de mercure.	Température de l'aspirateur.	Tension de la vapeur d'eau. Millimètres de mercure.	Pression réduite à 0°.	Volume en litres
139	2	6.15	51.0	10	9.1	746.9	142
140	4	6.30	47.3	16	13.5	744.1	138
141	5	5.20	49.5	17	14.4	744.9	138
142	6	5.30	50.2	17	14.4	755.4	140
143	7	6.40	51.0	16	13.5	759.2	141
144	8	6.00	53.2	17	14.4	758.3	140
145	9	6.05	53.9	17	14.4	754.0	13
146	10	5.35	50.2	16	13.5	750.2	139
147	11	6.15	56.9	16	13.5	757.3	139
148	12	6.00	48.7	16	13.5	757.3	143
149	13	6.00	55.4	16	13.5	757.3	140
150	14	6.25	55.4	13	11.1	756.7	143
151	15	6.30	53.9	13	11.1	758.8	145
152	16	6.30	53.9	15	12.7	761.6	145
153	17	5.00	57.6	14	11.9	764.1	142
154	18	5.00	52.4	17	14.4	763.4	14 1
155	19	5.55	53.9	15	12.7	763.4	142
156	20	6.40	51.7	16	13.5	763.7	140
157	21	6.00	53.9	15	12.7	760.0	14 5
158	22	6.45	50.2	17	14.4	759.3	140
159	23	7.10	53.2	18	15.3	755.7	138
160	24	6.10	42.8	15	12.7	750.3	14 8
161	25	5.30	54.7	14	11.9	735.8	130
162	26	6.00	54.7	15	12.7	739.7	132
163	27	7.00	53.2	16	13.5	736.8	130
164	28	5.30	51.7	17	14.4	745.5	137
165	29	5.15	53.9	15	12.7	748.9	132
166	30	6.30	53.2	16	13.5	750.3	130

CALCUL DE L'ACIDE CARBONIQUE.					VENT.		ÉTAT DU CIEL.
cᵉ d'acide oxalique.	Dosage. 200 cᵉ de baryte portés à 1 litre 100 cᵉ = ... cᵉ d'acide oxalique ou milligrammes d'acide carb.	Acide carbonique en milligrammes dans l'air aspiré.	Acide carbonique en grammes dans 10,000 litres d'air.	Acide carbonique en volume dans 10,000 volumes d'air.	Direction dominante.	Force.	
5	27.4	81	5.680	2.87	SW.	1	Beau temps.
	27.7	78	5.616	2.84	WSW.	2	Temps couvert.
6	26.9	87	6.304	3.19	NNE	1	Beau temps.
	27.8	78	5.571	2.82	NNE.	1	Brouillard.
	27.1	85	6.020	3.04	W.	1	Beau temps.
	26.7	89	6.357	3.21	WNW.	1	Brouillard.
	27.8	78	5.616	2.84	WNW.	2	Brouillard.
	27.4	82	5.874	2.97	WNW.	3	Brouillard.
	27.9	77	5.512	2.79	NE	2	Temps couvert.
	27.3	83	5.874	2.97	E.	2	Beau temps.
	26.7	89	6.357	3.21	S	1	Beau temps.
	27.2	84	5.924	3.00	S.	1	Beau temps.
	26.8	88	6.219	3.15	S	1	Beau temps.
	27.0	86	6.065	3.07	SW	1	Beau temps.
	27.3	83	5.837	2.95	S à SE.	1	Brouillard.
	27.2	84	5.953	3.01	SE à NE.	1	Brouillard intense.
	27.7	79	5.556	2.81	SE à S.	1	Brouillard.
	26.7	89	6.268	3.17	SE à SW.	1	Temps couvert.
	26.3	93	6.572	3.32	E.	1	Brouillard intense.
	27.4	82	5.824	2.95	SSW.	1	Beau temps.
	27.3	81	5.836	2.95	SSW.	1	Beau temps.
	27.1	85	5.994	3.03	SSW.	2	Beau temps.
	27.3	81	5.912	2.99	SW à S.	3	Pluie.
	26.9	87	6.341	3.21	WSW.	2	Beau temps.
	27.0	86	6.314	3.19	SW à W.	2	Beau temps.
	26.7	89	6.463	3.27	NW.	2	Neige, orage la veille.
	27.2	84	6.035	3.05	W.	2	Neige, pluie.
	28.0	76	5.467	2.76	NE.	2	Beau temps.
		Moyenne ...		3.02			
		Maximum ..		3.32			
		Minimum ..		2.76			

NUMÉRO d'ordre.	DATE.	DURÉE de l'opération. — Heures.	CALCUL DU VOLUME D'AIR ASPIRÉ. VOLUME APPARENT = 163.6 LITRES. Manomètre. Millimètres de mercure.	Température de l'aspirateur.	Tension de la vapeur d'eau. Millimètres de mercure.	Pression réduite à 0°.	Volume en litres
167	2	5.60	53.2	13	11.1	759.8	142
168	4	5.00	53.9	13	11.1	758.4	142
169	5	5.15	39.9	10	9.1	760.3	147
170	6	4.50	35.4	9	8.5	759.2	149
171	7	5.00	48.7	9	8.5	751.6	144
172	8	5.10	51.0	10	9.1	754.9	144
173	9	4.40	46.5	12	10.4	746.4	142
174	10	5.15	40.6	12	10.4	734.3	140
175	12	5.35	56.1	15	12.7	749.7	138
176	13	5.10	54.7	12	10.4	749.1	141
177	14	5.20	51.7	13	11.1	752.2	141
178	15	5.10	53.2	11	9.8	758.2	143
179	16	7.15	59.0	14	11.9	760.3	141
180	17	5.20	51.7	16	13.5	762.0	141
181	18	5.35	58.4	12	10.4	757.0	141
182	19	5.30	54.7	13	11.1	755.8	141
183	20	4.40	56.9	12	10.4	744.5	139
184	21	5.00	52.4	14	11.9	745.9	139
185	22	5.20	52.4	12	10.4	740.6	139
186	23	6.20	52.4	15	12.7	748.5	139
187	24	4.30	56.7	12	10.4	743.3	139
188	25	5.05	56.1	12	10.4	757.8	142
189	26	5.30	49.5	10	9.1	760.8	145
190	28	5.00	55.4	9	8.5	752.3	143
191	29	5.00	53.2	9	8.5	754.0	144
192	30	6.00	47.3	10	9.1	757.6	145
193	31	6.30	53.9	10	9.1	757.2	144

CALCUL DE L'ACIDE CARBONIQUE.					VENT.		ÉTAT DU CIEL.
100 c³ = ... c³ d'acide oxalique.	Dosage. 200 c³ de baryte portés à 1 litre 100 c³ = ... c³ d'acide oxalique ou milligrammes d'acide carb.	Acide carbonique en milligrammes dans l'air aspiré.	Acide carbonique en grammes dans 10,000 litres d'air.	Acide carbonique en volume dans 10,000 volumes d'air.	Direction dominante.	Force.	
6	27.1	85	5.948	3.01	E.	1	Temps couvert.
»	27.0	86	6.035	3.05	E.	1	Beau temps.
»	27.4	82	5.552	2.81	ENE.	1	Neige, pluie.
»	27.5	81	5.433	2.75	ENE.	3	Temps couvert.
»	26.8	88	6.082	3.07	E à S.	1	Neige.
»	27.3	83	5.752	2.91	N à SW.	1	Brouillard intense.
»	27.5	81	5.696	2.88	SW.	5	Neige.
»	28.0	76	5.394	2.73	S.	2	Pluie.
4	25.6	78	5.616	2.84	SW.	1	Beau temps.
»	25.4	80	5.662	2.86	SSW.	3	Beau temps.
	25.4	80	5.650	2.86	E.	1	Temps couvert.
	25.0	84	5.841	2.95	W.	2	Beau temps.
	25.6	78	5.524	2.79	SW.	1	Beau temps.
	25.6	78	5.505	2.78	SW.	2	Beau temps.
	25.7	77	5.446	2.75	SSW.	2	Beau temps.
	25.2	82	5.783	2.92	SSW.	2	Pluie.
	25.8	76	5.444	2.75	SSW	3	Temps couvert.
	25.6	78	5.587	2.83	SW.	3	Temps couvert.
	25.5	79	5.659	2.86	WSW.	4	Pluie.
	25.6	78	5.595	2.83	W.	3	Beau temps.
	25.9	75	5.380	2.72	S.	2	Temps couvert.
	25.7	77	5.404	2.73	W à NW.	2	Beau temps.
	25.3	81	5.556	2.81	NNE	2	Brouillard.
	25.4	80	5.579	2.82	E à N.	1	Beau temps.
	25.6	78	5.405	2.73	SW.	1	Beau temps.
	25.9	75	5.151	2.60	E.	1	Brouillard.
	25.3	81	5.621	2.84	SW.	3	Brouillard.
		Moyenne...		2.83			
		Maximum..		3.07			
		Minimum ..		2.60			

NUMÉRO d'ordre.	DATE.	DURÉE de l'opération. — Heures.	CALCUL DU VOLUME D'AIR ASPIRÉ. VOLUME APPARENT = 163.6 LITRES. Manomètre. Millimètres de mercure.	Température de l'aspirateur.	Tension de la vapeur d'eau. Millimètres de mercure.	Pression réduite à 0°.	Volume en litres à 0° et 760.
194	1	6.45	46.3	7	7.3	756.2	147
195	2	6.00	55.4	9	8.3	748.9	145
196	3	6 00	56.9	10	9.1	742.9	146
197	4	6.30	57.6	14	11.9	745.3	138
198	7	5.05	53.2	18	15.3	760.0	136
199	8	6.05	58.4	17	14.4	756.5	138
200	9	5.10	54.7	16	13.5	756.5	139
201	10	5.00	56.1	17	14.4	747.9	132
202	11	5.00	51.7	14	11.9	753.1	142
203	12	6.30	53.9	14	11.9	751.3	140
204	13	5.30	44.3	14	11.9	752.6	143
205	14	5.30	53.9	15	12.7	754.4	140
206	15	6.30	51.7	15	12.7	752.6	140
207	16	6.00	53.2	14	11.9	754.0	141
208	17	5.45	52.4	14	11.9	752.1	140
209	18	6.00	56.1	15	12.7	746.0	138
210	19	6.35	54.7	13	11.1	738.4	138
211	20	6.10	53.2	13	11.1	737.6	138
212	21	4.30	48.7	17	14.4	742.2	137
213	22	6.15	53.2	16	13.5	730.2	134
214	23	6.20	51.7	17	14.4	718.5	132
215	24	5.25	51.0	15	12.7	744.2	138
216	25	5.30	53.2	16	13.5	743.2	137
217	26	5.00	30.2	13	11.1	748.6	145
218	27	7.00	40.6	15	12.7	745.2	141
219	28	6.25	50.2	15	12.7	742.2	138
220	29	5.15	53.2	14	11.9	750.3	140
221	30	6.40	51.7	16	13.5	755.3	140
222	31	6.30	51.0	15	12.7	756.6	141

ALCUL DE L'ACIDE CARBONIQUE.					VENT.		ÉTAT DU CIEL.
c³ d'acide oxalique.	Dosage. 200 c³ de baryte portés à 1 litre 100 c³ = ... c³ d'acide oxalique ou milligrammes d'acide carb.	Acide carbonique en milligrammes dans l'air aspiré.	Acide carbonique en grammes dans 10,000 litres d'air.	Acide carbonique en volume dans 10,000 volumes d'air.	Direction dominante.	Force.	
3	26.8	87	5.902	2.98	NE.	2	Brouillard.
	27.2	83	5.816	2.94	NE.	2	Brouillard.
	26.7	88	6.259	3.17	S.	2	Beau temps.
	27.2	83	5.997	3.03	S.	3	Beau temps.
	27.4	81	5.802	2.93	SW.	2	Beau temps.
	26.7	88	6.354	3.21	SW.	1	Beau temps.
	27.3	82	5.861	2.96	SW.	2	Brouillard.
	27.8	77	5.612	2.84	W.	3	Pluie.
	28.0	75	5.312	2.69	W à SW.	1	Temps couvert.
	27.3	82	5.840	2.95	SW.	3	Temps couvert.
	27.6	79	5.540	2.80	SW.	3	Temps couvert.
	27.2	83	5.916	2.99	SW.	2	Temps couvert.
	27.2	83	5.912	2.99	SW.	3	Temps couvert.
	27.5	80	5.674	2.87	SSW.	1	Temps couvert.
	26.9	86	6.108	3.09	S.	2	Temps couvert.
	27.2	83	6.006	3.04	SSW.	5	Pluie.
	26.8	87	6.295	3.18	SW.	4	Pluie.
	26.9	86	6.219	3.15	W.	4	Temps couvert.
	27.6	79	5.741	2.90	W.	3	Temps couvert.
	27.4	81	6.004	3.04	W.	5	Pluie, tempête.
	26.6	89	6.732	3.40	W.	6	Pluie, tempête.
	27.9	76	5.476	2.77	SW.	2	Pluie.
	27.0	85	6.182	3.13	SW.	4	Temps couvert, vent fort.
	27.4	81	5.575	2.82	W.	3	Temps couvert.
	27.8	77	5.453	2.76	W.	5	Pluie, vent fort.
	27.2	83	5.988	3.03	S.	3	Pluie.
	27.7	78	5.559	2.81	N.	3	Neige.
	27.1	84	5.987	3.03	SW.	1	Neige.
	26.5	90	6.365	3.22	E.	1	Beau temps.
		Moyenne...		2.99			
		Maximum..		3.40			
		Minimum ..		2.69			

NUMÉRO d'ordre.	DATE.	DURÉE de l'opération. — Heures.	CALCUL DU VOLUME D'AIR ASPIRÉ. VOLUME APPARENT = 163.6 LITRES. Manomètre. Millimètres de mercure.	Température de l'aspirateur.	Tension de la vapeur d'eau. Millimètres de mercure.	Pression réduite à 0°.	Volume en litres [illegible]
223	1	6.00	38.4	15	12.7	756.2	143
224	3	6.10	54.7	12	10.4	757.5	143
225	4	5.45	53.9	12	10.4	748.9	142
226	5	5.50	53.2	15	12.7	747.8	139
227	6	5.00	56.9	15	12.7	752.1	139
228	7	5.40	51.0	16	13.5	755.8	140
229	8	6.00	53.2	13	11.1	756.6	142
230	9	6.00	22.1	10	9.1	753.1	149
231	10	5.10	46.5	13	11.1	756.2	143
232	11	5.25	53.9	14	11.9	753.7	140
233	12	4.35	22.8	16	13.5	745.8	144
234	13	5.00	47.3	13	11.1	742.7	140
235	14	6.30	41.3	15	12.7	748.0	141
236	15	6.35	51.7	15	12.7	738.2	137
237	17	4.35	47.3	16	13.5	747.5	139
238	18	6.30	55.4	16	13.5	753.0	139
239	19	5.25	44.3	14	11.9	754.3	142
240	20	6.30	54.7	16	13.5	750.0	138
241	21	6.50	48.0	14	11.9	751.0	141
242	22	5.50	51.7	13	11.1	757.7	142
243	24	7.20	50.2	11	9.8	759.5	144
244	25	7.25	53.9	12	10.4	754.6	142
245	26	7.30	53.2	11	9.8	751.3	142
246	27	6.30	51.0	13	11.1	753.0	142
247	28	6.45	56.1	12	10.4	753.8	141

CALCUL DE L'ACIDE CARBONIQUE.				VENT.		ÉTAT DU CIEL.
			Acide carbonique			
cᵉ d'acide oxalique.	Dosage. 200 cᵉ de baryte portés à 1 litre 100 cᵉ = ... cᵉ d'acide oxalique ou milligrammes d'acide carb.	Acide carbonique en milligrammes dans l'air aspiré.	en grammes dans 10,000 litres d'air.	en volume dans 10,000 volumes d'air.	Direction dominante.	Force.	
	27.5	80	5.559	2.81	S.	1	Beau temps.
	27.5	80	5.602	2.83	NE.	1	Beau temps.
	27.6	79	5.595	2.83	E.	1	Brouillard.
	27.8	77	5.536	2.80	NE.	2	Brouillard, neige.
	26.7	88	6.318	3.20	E.	3	Temps couvert.
	27.2	83	5.903	2.99	E.	3	Beau temps.
	27.7	78	5.485	2.77	E.	2	Beau temps.
	27.1	84	5.604	2.83	E.	3	Beau temps.
	27.0	84	5.854	2.96	SE.	1	Beau temps.
	27.8	76	5.398	2.73	E.	2	Beau temps.
	27.7	77	5.336	2.70	E.	3	Beau temps.
	27.8	76	5.405	2.73	SSE.	2	Temps couvert.
	27.4	80	5.650	2.86	S.	3	Beau temps.
	28.0	74	5.382	2.72	S.	4	Pluie.
	26.4	90	6.447	3.26	S.	2	Beau temps.
	26.8	86	6.183	3.13	SE.	1	Beau temps.
	26.7	87	6.088	3.08	SE.	1	Beau temps.
	26.6	88	6.349	3.21	SE.	1	Beau temps.
	26.7	87	6.148	3.11	SE à W.	1	Brouillard.
	26.5	89	6.232	3.15	NE.	3	Temps couvert.
	26.8	86	5.943	3.01	E à NE.	2	Temps couvert.
	26.9	85	5.973	3.02	NE.	3	Temps couvert.
	26.5	89	6.250	3.11	NE.	2	Beau temps.
	26.8	86	6.056	3.06	NE à NW.	4	Beau temps.
	27.2	82	5.787	2.93	N.	4	Beau temps.
		Moyenne...		2.95			
		Maximum ..		3.26			
		Minimum ..		2.70			

NUMÉRO d'ordre.	DATE.	DURÉE de l'opération. — Heures.	CALCUL DU VOLUME D'AIR ASPIRÉ. VOLUME APPARENT = 163.6 LITRES. Manomètre. Millimètres de mercure.	Température de l'aspirateur.	Tension de la vapeur d'eau. Millimètres de mercure.	Pression réduite à 0°.	Volume en litres [illegible]
248	1	6.15	55.4	12	10.4	748.0	140
249	3	5.20	50.2	11	9.8	756.4	144
250	4	5.30	53.2	13	11.1	734.1	141
251	5	5.00	54.7	11	9.8	741.5	140
252	6	5.40	54.7	12	10.4	739.7	139
253	7	6.40	53.9	12	10.4	742.4	139
254	8	6.00	51.0	15	12.7	738.8	137
255	10	6.45	53.2	13	11.1	754.9	141
256	11	6.50	53.2	14	11.9	756.7	141
257	12	5.10	53.9	14	11.9	756.2	141
258	13	5.10	45.0	12	10.4	748.8	143
259	14	5.45	44.3	18	15.3	744.2	138
260	15	6.00	47.3	17	14.4	741.2	137
261	17	5.15	43.6	17	14.4	734.0	137
262	18	6.30	45.8	16	13.5	731.4	136
263	19	6.25	52.4	16	13.5	729.3	134
264	20	7.00	48.7	16	13.5	734.4	136
265	21	5.50	46.5	16	13.5	739.0	138
266	22	6.00	43.6	14	11.9	743.5	140
267	24	6.30	47.3	16	13.5	737.6	137
268	25	5.15	46.5	14	11.9	734.2	138
269	26	6.30	46.5	16	13.5	745.9	139
270	27	5.50	53.9	18	15.3	751.9	137
271	28	5.40	37.6	20	17.4	750.5	139
272	29	5.45	47.3	21	18.5	747.4	136
273	31	5.50	46.5	18	15.3	751.6	139

CALCUL DE L'ACIDE CARBONIQUE.					VENT.		ÉTAT DU CIEL.
100 c³ = ... c³ d'acide oxalique. Essai à blanc.	Dosage. 200 c³ de baryte portés à 1 litre 100 c³ = ... c³ d'acide oxalique ou milligrammes d'acide carb.	Acide carbonique en milligrammes dans l'air aspiré.	Acide carbonique en grammes dans 10,000 litres d'air.	Acide carbonique en volume dans 10,000 volumes d'air.	Direction dominante.	Force.	
.4	26.7	87	6.183	3.13	SW.	2	Neige.
»	26.9	85	5.899	2.98	NE.	2	Neige.
»	26.6	88	6.210	3.14	ENE.	1	Beau temps.
»	26.8	86	6.143	3.11	W.	3	Neige.
»	27.1	83	5.967	3.02	W.	3	Pluie.
»	26.9	85	6.080	3.07	W..	4	Temps couvert.
»	27.7	77	5.592	2.83	SW.	3	Pluie.
»	27.2	82	5.779	2.92	S.	3	Neige.
»	26.6	88	6.215	3.14	SW.	3	Temps couvert.
»	26.9	85	6.011	3.04	S à SW.	2	Temps couvert.
»	26.8	86	6.014	3.04	S.	1	Temps couvert.
»	27.2	82	5.933	3.00	S.	2	Beau temps.
»	27.3	81	5.882	2.97	S.	2	Beau temps.
»	27.4	80	5.839	2.95	W.	3	Temps couvert.
»	27.0	84	6.144	3.11	NE.	2	Temps couvert.
»	27.2	82	6.079	3.07	WNW.	2	Brouillard et pluie.
»	27.9	75	5.486	2.77	S.	2	Temps couvert.
»	28.0	74	5.358	2.71	W.	2	Beau temps.
»	27.5	79	5.607	2.84	SW.	2	Beau temps.
»	27.7	77	5.596	2.83	SSW.	3	Pluie.
»	27.8	76	5.491	2.78	SW.	2	Pluie.
»	27.0	84	6.022	3.05	SW.	4	Temps couvert.
»	27.2	82	5.946	3.01	S à SW.	4	Temps couvert.
2	27.2	80	5.735	2.90	S.	1	Beau temps.
»	27.4	78	5.727	2.90	SW.	4	Beau temps.
»	27.1	81	5.815	2.94	NNE.	2	Beau temps.
		Moyenne...		2.97			
		Maximum..		3.14			
		Minimum ..		2.71			

NUMÉRO d'ordre.	DATE.	DURÉE de l'opération. — Heures.	CALCUL DU VOLUME D'AIR ASPIRÉ. VOLUME APPARENT = 163.6 LITRES. Manomètre. Millimètres de mercure.	Température de l'aspirateur.	Tension de la vapeur d'eau. Millimètres de mercure.	Pression réduite à 0°.	Volume en litres
274	1	5.05	42.1	17	14.4	754.1	141.
275	2	4.10	42.1	17	14.4	748.4	140.
276	3	6.15	50.2	19	16.3	746.8	136
277	4	5.30	43.6	18	15.3	747.2	139.
278	5	5.35	51.0	17	14.4	747.6	138.
279	6	4.40	40.6	17	14.4	746.0	140.
280	7	5.10	42.1	15	12.7	737.7	139.
281	9	6.00	45.0	14	11.9	740.5	140.
282	10	6.00	45.0	16	13.5	741.1	138.
283	11	6.15	51.0	18	15.3	743.2	136.
284	12	6.00	46.5	20	17.4	741.2	135.
285	14	5.30	49.5	23	20.8	734.7	131.
286	15	5.30	42.1	22	19.6	732.9	133.
287	16	6.30	42.1	22	19.6	733.5	133.
288	17	6.25	43.6	18	15.3	730.8	135.
289	18	6.35	45.8	17	14.4	733.4	136.
290	19	6.25	45.8	17	14.4	741.4	138.
291	21	7.35	56.1	17	14.4	755.1	138.
292	22	5.30	45.8	16	13.5	746.3	139.
293	23	7.00	44.3	16	13.5	748.0	140.
294	24	7.00	48.0	18	15.3	738.1	136.
295	25	7.25	50.2	18	15.3	729.3	134.
296	26	6 15	47.3	17	14.4	738.5	137.
297	27	6.50	47.3	16	13.5	744.8	139.
298	28	5.15	46.5	17	14.4	747.5	139.
299	29	5.40	45.0	18	15.3	746.6	138.
300	30	6.10	48.0	18	15.3	746.9	138.

CALCUL DE L'ACIDE CARBONIQUE.					VENT.		ÉTAT DU CIEL.
100 c³ = ... c³ d'acide oxalique. Essai à blanc.	Dosage. 200 c³ de baryte portés à 1 litre 100 c³ = ... c³ d'acide oxalique ou milligrammes d'acide carb.	Acide carbonique en milligrammes dans l'air aspiré.	Acide carbonique en grammes dans 10,000 litres d'air.	Acide carbonique en volume dans 10,000 volumes d'air.	Direction dominante.	Force.	
2	26.3	89	6.299	3.19	NE.	2	Beau temps.
	26.0	92	6.562	3.32	NE.	3	Beau temps.
	27.2	80	5.844	2.96	NE.	3	Beau temps.
	27.1	75	5.396	2.73	E à NE.	2	Beau temps.
	27.7	75	5.427	2.74	NE.	1	Beau temps.
	27.6	76	5.429	2.75	SW.	1	Beau temps.
	27.6	76	5.456	2.76	SW.	2	Pluie.
	26.6	86	6.143	3.11	WNW.	3	Pluie, neige.
	27.6	76	5.476	2.77	SW à NW.	3	Pluie.
	27.0	82	5.999	3.03	NE à SE.	2	Pluie.
	27.2	80	5.891	2.98	N.	1	Pluie, giboulées.
	26.4	88	6.672	3.37	E à SE.	2	Beau temps.
	26.8	84	6.283	3.18	SSE à E.	1	Beau temps.
	26.7	85	6.353	3.21	S.	2	Beau temps.
	25.9	93	6.853	3.47	NE.	3	Temps couvert.
	26.7	85	6.232	3.15	NNE.	1	Pluie.
	26.0	92	6.667	3.37	NNW.	1	Brouillard, pluie.
	26.2	90	6.489	3.28	SSW.	2	Beau temps.
	26.2	90	6.442	3.26	SW.	4	Pluie.
	26.8	84	5.987	3.03	W.	4	Pluie, orage.
	26.8	84	6.163	3.12	SW.	4	Pluie.
	26.9	83	6.194	3.13	SW.	4	Pluie, orage.
	26.7	85	6.200	3.14	W.	2	Temps couvert.
	27.2	80	5.751	2.91	NW.	2	Beau temps.
	27.3	79	5.679	2.87	W.	2	Beau temps.
	27.6	76	5.483	2.77	S.	1	Temps couvert.
	27.6	76	5.507	2.78	NE.	2	Beau temps.
		Moyenne ...		3.05			
		Maximum...		3.47			
		Minimum ...		2.73			

NUMÉRO d'ordre.	DATE.	DURÉE de l'opération. — Heures.	CALCUL DU VOLUME D'AIR ASPIRÉ. VOLUME APPARENT = 163.6 LITRES. Manomètre. Millimètres de mercure.	Température de l'aspirateur.	Tension de la vapeur d'eau. Millimètres de mercure.	Pression réduite à 0°.	Volume en litres à 0° et 760
301	1	6.30	48.0	18	15.3	742.9	13
302	2	6.15	45.8	18	15.3	742.8	13
303	3	5.20	45.0	19	16.3	743.9	13
304	5	6.40	47.3	19	16.3	739.7	13
305	6	7.00	45.0	22	19.6	740.8	13
306	7	7.10	48.0	20	17.4	737.1	13
307	9	7.15	46.5	18	15.3	734.7	13
308	10	7.10	45.8	18	15.3	737.0	13
309	12	6.00	45.8	20	17.4	731.6	13
310	13	4.15	46.5	17	14.4	734.6	13
311	14	5.30	44.3	18	15.3	745.2	134
312	16	5.45	56.1	21	18.5	745.6	134
313	17	5.00	47.3	18	15.3	742.8	133
314	19	5.45	47.3	20	17.4	741.1	136
315	20	6.00	48.7	19	16.3	746.7	13
316	21	6.00	63.4	18	15.3	752.7	134
317	22	5.40	59.7	18	15.3	753.8	134
318	23	7.05	61.2	20	17.4	750.3	13
319	24	6.50	61.2	21	18.5	746.7	13
320	28	6.00	61.2	18	15.3	746.4	13
321	29	6.35	56.9	24	22.7	749.4	13
322	30	5.15	61.2	22	19.7	746.6	13
323	31	6.25	62.0	18	15.3	749.9	13

CALCUL DE L'ACIDE CARBONIQUE.				VENT.		ÉTAT DU CIEL.
cᵉ d'acide oxalique.	Dosage. 200 cᵉ de baryte portés à 1 litre 100 cᵉ = ... cᵉ d'acide oxalique ou milligrammes d'acide carb.	Acide carbonique en milligrammes dans l'air aspiré.	Acide carbonique		Direction dominante.	Force.	
			en grammes dans 10,000 litres d'air.	en volume dans 10,000 volumes d'air.			
	27.7	75	5.466	2.76	NE.	2	Beau temps.
	26.9	83	6.032	3.05	N.	2	Beau temps.
	26.9	83	6.041	3.06	WNW.	2	Beau temps.
	27.6	76	5.584	2.82	SSW.	1	Pluie.
	27.0	82	6.088	3.08	S.	1	Temps couvert.
	27.1	81	6.013	3.04	SE à SW.	3	Beau temps.
	26.9	83	6.107	3.09	SE.	2	Pluie.
	27.1	81	5.934	3.00	S.	2	Beau temps.
	27.8	74	5.522	2.79	N.	3	Temps couvert.
	26.1	77	5.641	2.85	W à NW.	2	Pluie.
	25.5	83	5.997	3.03	W.	4	Pluie.
	25.9	79	5.891	2.98	S.	1	Beau temps.
	26.2	76	5.535	2.80	SW.	1	Pluie, orage.
	25.6	82	6.047	3.06	SE à S.	2	Beau temps.
	25.8	80	5.831	2.95	S.	2	Beau temps.
	25.9	79	5.805	2.94	N.	2	Beau temps.
	25.5	83	6.054	3.06	NE.	2	Temps couvert.
	25.4	84	6.236	3.15	NE.	3	Beau temps.
	25.4	84	6.302	3.19	NE.	3	Beau temps.
	24.0	80	5.913	2.99	N.	2	Beau temps.
	23.7	83	6.264	3.17	W à SW.	2	Beau temps.
	23.6	84	6.335	3.20	SW à W.	4	Pluie.
	23.9	81	5.965	3.02	NW.	2	Temps couvert.
		Moyenne...		3.00			
		Maximum ..		3.20			
		Minimum ..		2.76			

NUMÉRO d'ordre.	DATE.	DURÉE de l'opération. — Heures.	CALCUL DU VOLUME D'AIR ASPIRÉ. VOLUME APPARENT = 163.6 LITRES. Manomètre. Millimètres de mercure.	Température de l'aspirateur.	Tension de la vapeur d'eau. Millimètres de mercure.	Pression réduite à 0°.	Volume en litres
324	1	7.00	59.7	18	15.3	748.9	13(
325	2	7.00	59.7	18	15.3	747.1	13
326	3	7.05	60.5	18	15.3	749.5	13(
327	4	6.25	62.7	21	18.5	746.8	13
328	5	5.25	60.5	19	16.3	749.5	13
329	6	5.00	56.9	18	15.3	748.3	13(
330	7	7.00	62.7	18	15.3	753.7	13(
331	9	6.30	64.2	19	16.3	750.8	13
332	10	6.00	62.0	20	17.4	742.5	13
333	11	5.30	62.0	19	16.3	741.5	13
334	12	5.45	66.4	17	14.4	741.4	13
335	13	6.45	62.0	20	17.4	746.1	13
336	14	5.45	67.1	20	17.4	754.5	134
337	16	6.30	66.4	19	16.3	754.5	13
338	17	7.45	65.7	20	17.4	748.5	133
339	18	7.50	64.9	20	17.4	750.1	133
340	19	7.50	66.4	21	18.5	749.8	132
341	20	6.15	58.4	20	17.4	750.1	135
342	21	5.40	66.5	19	16.3	750.6	135
343	23	5.30	64.9	20	17.4	751.0	134
344	24	7.10	64.2	20	17.4	751.3	134
345	25	6.30	62.0	21	18.5	750.8	134
346	26	7.00	59.0	21	18.5	745.3	133
347	27	6.15	58.4	20	17.4	743.9	134
348	28	5.40	58.4	19	16.3	744.9	134
349	30	6.15	59.7	18	15.3	736.9	133

CALCUL DE L'ACIDE CARBONIQUE.					VENT.		ÉTAT DU CIEL.
cᵉ d'acide oxalique.	Dosage. 200 cᵉ de baryte portés à 1 litre 100 cᵉ = ... cᵉ d'acide oxalique ou milligrammes d'acide carb.	Acide carbonique en milligrammes dans l'air aspiré.	Acide carbonique en grammes dans 10,000 litres d'air.	Acide carbonique en volume dans 10,000 volumes d'air.	Direction dominante.	Force.	
13)	24.2	78	5.731	2.90	W.	2	Beau temps.
	24.2	78	5.748	2.91	W.	3	Temps couvert.
	24.5	75	5.515	2.79	SW.	2	Beau temps.
	24.0	80	6.015	3.04	SW.	4	Beau temps.
13.	26.6	85	6.278	3.17	SW.	2	Temps orageux.
	26.9	82	6.007	3.04	SW.	3	Pluie.
	26.8	83	6.085	3.08	W.	3	Pluie.
	27.2	79	5.856	2.96	WNW.	3	Temps couvert.
	27.0	81	6.090	3.08	S à W.	2	Beau temps.
	27.4	77	5.768	2.92	SW.	3	Pluie.
	27.4	77	5.751	2.91	S.	2	Pluie, orage.
	27.1	74	5.535	2.80	NW.	1	Beau temps.
	27.5	76	5.655	2.86	NW.	2	Pluie.
	27.9	72	5.325	2.69	SW.	2	Beau temps.
	28.0	71	5.322	2.69	SW.	3	Temps couvert.
	27.1	80	5.975	3.02	W.	3	Beau temps.
	27.0	81	6.095	3.08	NW.	3	Temps couvert.
	27.5	76	5.621	2.84	SW.	2	Beau temps.
	27.2	79	5.826	2.95	W.	2	Beau temps.
	27.3	78	5.817	2.94	NW.	2	Beau temps.
	27.0	81	6.031	3.05	SW à NW.	1	Beau temps.
	26.9	82	6.119	3.09	SSW.	2	Beau temps.
	27.1	80	5.993	3.03	W.	1	Beau temps.
	27.9	72	5.373	2.72	W.	3	Beau temps.
	27.0	81	6.004	3.04	SW.	2	Beau temps.
	27.2	79	5.909	2.99	S.	3	Pluie.
		Moyenne ..		2.94			
		Maximum ..		3.17			
		Minimum ..		2.69			

NUMÉRO d'ordre.	DATE.	DURÉE de l'opération. — Heures.	CALCUL DU VOLUME D'AIR ASPIRÉ. VOLUME APPARENT = 163.6 LITRES. Manomètre. Millimètres de mercure.	Température de l'aspirateur.	Tension de la vapeur d'eau. Millimètres de mercure.	Pression réduite à 0e.	Volume en litres
350	1	4.15	61.2	18	15.3	734.4	138
351	2	5.30	61.2	18	15.3	744.5	130
352	3	6.05	64.9	18	15.3	743.6	139
353	4	7.10	65.7	18	15.3	744.3	130
354	5	6.00	63.4	19	16.3	733.2	135
355	7	7.10	62.0	18	15.3	747.7	134
356	8	7.45	67.9	19	16.3	740.8	131
357	9	6.15	64.2	19	16.3	743.4	137
358	10	6.45	63.4	18	15.3	746.4	138
359	11	5.30	57.6	18	15.3	743.0	133
360	12	6.30	60.5	19	16.3	746.4	137
361	14	6.10	62.0	19	16.3	748.2	138
362	15	6.00	51.7	19	16.3	745.3	133
363	16	6.20	54.7	22	19.7	749.9	135
364	17	6.25	64.2	23	20.8	744.8	130
365	18	6.45	63.4	22	19.7	745.1	139
366	19	7.05	58.4	20	17.4	743.9	130
367	20	6.45	57.6	18	15.3	750.9	139
368	22	6.15	62.7	18	15.3	749.0	135
369	23	5.55	59.7	20	17.4	750.8	134
370	24	5.15	58.4	19	16.3	746.7	132
371	25	6.15	59.7	20	17.4	749.2	138
372	26	6 35	62.0	20	17.4	751.3	137
373	28	6.50	61.2	20	17.4	745.1	137
374	29	4.00	62.7	21	18.3	749.2	135
375	30	6.00	59.7	22	19.7	748.8	133
376	31	7.40	64.9	23	20.8	749.4	137

LCUL DE L'ACIDE CARBONIQUE.				VENT.		ÉTAT DU CIEL.
c³ d'acide oxalique.	Dosage. 200 c³ de baryte portés à 1 litre 100 c³ = ... c³ d'acide oxalique ou milligrammes d'acide carb.	Acide carbonique en milligrammes dans l'air aspiré.	Acide carbonique	Direction dominante.	Force.	
			en grammes dans 10,000 litres d'air.	en volume dans 10,000 volumes d'air.		
	26.7	84	5.325	3.20	SW.	3	Pluie, orage.
	27.5	76	5.551	2.81	SW.	2	Pluie, orage.
	27.3	78	5.821	2.94	SSW.	1	Temps couvert.
	26.9	82	6.124	3.10	SSW.	2	Pluie.
	27.1	80	6.084	3.08	S à SW.	1	Pluie.
	27.4	77	5.687	2.88	SW.	3	Temps couvert.
	27.8	73	5.526	2.79	SSW.	3	Pluie.
	28.4	73	5.526	2.79	SSW.	2	Pluie.
	27.5	76	5.638	2.85	WNW.	2	Beau temps.
	26.9	82	6.061	3.07	NE.	1	Pluie.
	26.8	83	6.162	3.12	WNW.	2	Beau temps.
	26.2	89	6.602	3.34	SW.	1	Beau temps.
	27.0	81	5.943	3.01	S à W.	2	Beau temps.
	26.9	82	6.097	3.08	S à NE.	1	Beau temps.
	27.1	80	6.107	3.09	E à S.	1	Beau temps.
	27.6	75	5.686	2.88	SSW à W.	3	Pluie.
	27.0	81	6.045	3.06	SW.	4	Pluie, orage.
	27.9	72	5.259	2.66	NW.	3	Pluie.
	27.6	75	5.535	2.80	SW à W.	2	Pluie.
	27.6	75	5.551	2.81	W.	4	Beau temps.
	27.0	81	5.991	3.03	W.	4	Pluie.
	26.8	83	6.157	3.11	NW.	2	Beau temps.
	27.0	81	6.013	3.04	SW.	1	Beau temps.
	27.3	78	5.834	2.95	SSW.	1	Pluie, orage.
	27.5	76	5.693	2.88	W.	2	Beau temps.
	27.1	80	6.001	3.03	SSW.	1	Beau temps.
	27.6	75	5.695	2.88	SSW.	2	Beau temps.
		Moyenne ...		2.97			
		Maximum ..		3.34			
		Minimum ..		2.66			

NUMÉRO d'ordre.	DATE.	DURÉE de l'opération. — Heures.	CALCUL DU VOLUME D'AIR ASPIRÉ. VOLUME APPARENT = 163.6 LITRES. Manomètre. Millimètres de mercure.	Température de l'aspirateur.	Tension de la vapeur d'eau. Millimètres de mercure.	Pression réduite à 0°.	Volume en litres à 0° et 760
377	1	7.00	53.9	26	25.0	745.5	13
378	2	4.50	53.2	21	18.5	747.3	13
379	3	5.40	51.7	21	18.5	750.6	13
380	4	6.00	51.7	21	18.5	753.3	13
381	5	5.30	53.2	23	20.8	751.0	13
382	6	6.00	60.5	22	19.7	748.2	13
383	7	6.40	55.4	22	19.7	749.6	13
384	8	5.15	53.9	20	17.4	748.8	13
385	11	5.45	56.9	21	18.5	744.3	13
386	12	6.00	59.7	22	19.7	743.7	13
387	13	6.00	56.9	23	20.8	741.9	13
388	14	6.10	56.1	22	19.7	744.5	13
389	16	5.25	56.1	21	18.5	745.2	13
390	18	5.25	57.6	22	19.7	742.3	13
391	19	5.00	51.7	22	19.7	744.2	13
392	20	6.40	54.7	25	23.6	746.0	13
393	21	5.30	53.9	24	22.1	750.6	13
394	22	7.30	61.2	21	18.5	750.5	13
395	23	6.45	51.7	22	19.7	743.5	13
396	25	5.55	62.7	21	18.5	740.0	13
397	26	7.15	63.4	20	17.4	738.5	13
398	27	6.25	58.4	20	17.4	733.4	13
399	28	7.05	45.0	22	19.7	743.6	13
400	29	5.45	48.7	21	18.5	745.1	13
401	30	7.10	45.0	19	16.3	746.7	13

LCUL DE L'ACIDE CARBONIQUE.				VENT.		ÉTAT DU CIEL.
Dosage. 200 c³ de baryte portés à 1 litre 100 c³ = ... c³ d'acide oxalique ou milligrammes d'acide carb. c³ d'acide oxalique.	Acide carbonique en milligrammes dans l'air aspiré.	Acide carbonique en grammes dans 10,000 litres d'air.	Acide carbonique en volume dans 10,000 volumes d'air.	Direction dominante.	Force.	
27.7	74	5.632	2.85	S.	2	Beau temps.
27.3	78	5.778	2.92	W.	1	Beau temps.
27.0	81	5.956	3.01	W.	2	Pluie, orage..
27.9	72	5.275	2.67	NNW.	1	Beau temps.
27.0	81	6.027	3.05	N.	3	Temps couvert.
26 7	84	6.311	3.19	W à N.	2	Pluie.
26.9	82	6.106	3.09	N.	2	Beau temps.
27.0	81	5.960	3.01	N.	2	Temps couvert.
27.1	80	5.984	3.03	WSW.	3	Beau temps.
26.5	86	6.500	3.29	WSW.	3	Temps couvert.
27.3	78	5.918	2.99	W.	2	Temps couvert.
27.3	78	5.856	2.96	SSW.	2	Temps couvert.
27.2	79	5.896	2.98	SSW.	3	Pluie.
27.1	80	6.038	3.05	N.	1	Beau temps.
28.0	71	5.299	2.68	SW.	4	Beau temps.
27.6	75	5.699	2.88	SW.	3	Beau temps.
27.4	77	5.768	2.92	SW à W.	3	Temps couvert.
27.9	72	5.369	2.72	W.	4	Beau temps.
27.1	80	5.975	3.02	W.	4	Beau temps.
26.8	83	6.302	3.19	W.	3	Temps couvert.
26.4	87	6.697	3.39	W.	3	Pluie.
26.6	85	6.444	3.26	SSW.	2	Pluie.
26.5	86	6.361	3.21	W.	2	Pluie.
26.3	88	6.494	3.28	SSW.	1	Beau temps.
26.9	82	5.946	3.01	WNW.	1	Beau temps.
	Moyenne...		3.03			
	Maximum..		3.39			
	Minimum ..		2.67			

NUMÉRO d'ordre.	DATE.	DURÉE de l'opération. — Heures.	CALCUL DU VOLUME D'AIR ASPIRÉ. VOLUME APPARENT = 163.6 LITRES. Manomètre. Millimètres de mercure.	Température de l'aspirateur.	Tension de la vapeur d'eau. Millimètres de mercure.	Pression réduite à 0°.	Volume en litres
402	1	5.45	53.2	17	14.4	754.9	139
403	2	5.15	40.6	20	17.4	755.1	139
404	3	4.15	51.7	19	16.3	754.4	138
405	4	4.15	59.7	18	15.3	754.4	137
406	5	5.00	25.8	20	17.4	756.1	143
407	6	6.45	54.7	19	16.3	756.2	137
408	9	5.55	53.9	21	18.5	755.2	136
409	10	5.25	57.6	24	22.1	751.9	133
410	12	5.15	54.7	22	19.7	753.4	135
411	13	6.10	56.1	19	16.3	753.9	137
412	15	6.15	45.8	21	18.5	751.2	137
413	16	5.15	56.1	23	20.8	749.4	133
414	17	5.45	47.3	23	20.8	747.5	134
415	18	5.05	51.0	24	22.1	748.5	133
416	19	6.25	53.9	23	20.8	748.5	133
417	20	6.45	52.4	21	18.5	745.5	134
418	22	6.00	53.2	20	17.4	745.1	135
419	23	6.45	62.7	20	17.4	749.9	134
420	24	4.55	51.0	20	17.4	755.3	137
421	25	7.00	52.4	20	17.4	758.2	138
422	26	4.40	50.2	21	18.5	759.2	138
423	30	5.35	50.2	19	16.3	749.3	137

LCUL DE L'ACIDE CARBONIQUE.				VENT.		ÉTAT DU CIEL.
c³ d'acide oxalique. 200 c³ de baryte portés à 1 litre	Dosage. 200 c³ de baryte portés à 1 litre 160 c³ = ... c³ d'acide oxalique ou milligrammes d'acide carb.	Acide carbonique en milligrammes dans l'air aspiré.	Acide carbonique en grammes dans 10,000 litres d'air.	en volume dans 10,000 volumes d'air.	Direction dominante.	Force.	
	27.2	79	5.671	2.87	NW.	1	Pluie.
	26.8	83	5.937	3.00	SW.	1	Beau temps.
	26.1	90	6.317	3.30	W.	1	Beau temps.
	26.5	86	6.268	3.17	S à W.	1	Pluie
	26.8	80	5.594	2.83	N.	1	Temps couvert.
	26.3	85	6.164	3.12	N.	1	Beau temps.
	26.4	84	6.154	3.11	N.	1	Temps couvert.
	26.1	87	6.341	3.31	SSW.	1	Beau temps.
	25.9	89	6.383	3.33	NNW.	2	Temps couvert.
	26.2	86	6.273	3.17	NE.	2	Temps couvert.
	26.8	80	5.822	2.94	E.	3	Beau temps.
	26.9	79	5.918	2.99	E.	3	Beau temps.
	26.4	84	6.227	3.15	E.	3	Beau temps.
	25.8	90	6.737	3.41	S.	2	Beau temps.
	26.6	82	6.128	3.10	S.	2	Pluie.
	27.0	78	5.786	2.93	S.	4	Temps couvert.
	26.9	79	5.839	2.95	S.	2	Temps couvert.
	26.9	79	5.882	2.97	SSW.	2	Pluie.
	26.9	79	5.733	2.90	SW.	1	Beau temps.
	26.4	84	6.083	3.08	SW.	1	Pluie.
	26.3	85	6.159	3.11	W.	2	Pluie.
	26.8	80	5.822	2.94	SW.	1	Beau temps.
		Moyenne...		3.08			
		Maximum ..		3.41			
		Minimum ..		2.83			

NUMÉRO d'ordre.	DATE.	DURÉE de l'opération. — Heures.	CALCUL DU VOLUME D'AIR ASPIRÉ. VOLUME APPARENT = 163.6 LITRES. Manomètre. Millimètres de mercure.	Température de l'aspirateur.	Tension de la vapeur d'eau. Millimètres de mercure.	Pression réduite à 0°.	Volume en litres à 0° et 760.
424	1	5.40	54.7	20	17.4	745.9	134
425	2	6.10	48.7	18	15.3	756.6	139
426	4	6.30	59.0	18	15.3	753.8	132
427	6	6.30	53.2	20	17.4	750.5	133
428	7	6.30	51.0	18	15.3	749.3	139
429	8	6.20	46.5	19	16.3	756.5	136
430	9	6.00	56.1	19	16.3	758.4	130
431	11	5.55	49.5	18	15.3	757.5	139
432	13	5.50	48.7	19	16.3	756.5	131
433	14	5.40	50.2	19	16.3	750.8	137
434	15	7.10	54.7	17	14.4	742.7	135
435	16	6.00	51.0	19	16.3	738.2	130
436	17	5.40	56.1	18	15.3	741.1	132
437	18	6.20	60.5	18	15.3	741.6	134
438	21	5.45	53.2	15	12.7	756.3	149
439	22	5.50	54.7	17	14.4	760.4	140
440	23	5.25	51.7	17	14.4	757.0	140
441	24	5.55	51.0	19	16.3	751.5	137
442	25	5.30	53.2	18	15.3	739.8	136
443	27	6.35	63.4	15	12.7	741.7	138
444	28	6.15	58.4	16	13.5	748.5	136
445	29	4.50	53.2	16	13.5	748.4	136
446	30	6.20	56.9	14	11.9	746.6	138
447	31	5.00	53.2	16	13.5	740.2	139

CALCUL DE L'ACIDE CARBONIQUE.				VENT.		ÉTAT DU CIEL.
	Dosage. 200 c³ de baryte portés à 1 litre 100 c³ = ... c³ d'acide oxalique ou milligrammes d'acide carb.	Acide carbonique en milligrammes dans l'air aspiré.	Acide carbonique	Direction dominante.	Force.	
c³ d'acide oxalique.			en grammes dans 10,000 litres d'air.	en volume dans 10,000 volumes d'air.		
33	26.7	81	5.996	3.03	W.	3	Temps couvert.
	26.9	79	5.647	2.86	NW.	3	Beau temps.
	26.9	79	5.758	2.91	WSW.	3	Beau temps.
	27.0	78	5.723	2.89	SW.	2	Beau temps.
	27.5	73	5.294	2.68	SW.	1	Pluie
	27.1	77	5.516	2.79	N.	2	Beau temps.
	26.6	82	5.942	3.00	NE.	1	Beau temps.
	26.7	81	5.790	2.93	N.	2	Beau temps.
	26.7	81	5.823	2.94	SW à S.	1	Beau temps.
	27.3	75	5.447	2.75	S.	1	Beau temps.
	27.0	78	5.714	2.89	SSW.	4	Temps couvert.
	27.4	74	5.481	2.77	W.	4	Beau temps.
	27.6	72	5.325	2.69	W.	5	Temps couvert.
	27.7	71	5.283	2.67	NW.	4	Pluie.
30	25.6	73	5.181	2.62	ESE.	2	Beau temps.
	25.0	79	5.643	2.85	NE.	1	Beau temps.
	25.5	74	5.286	2.67	SSW.	2	Brume, pluie.
	25.2	77	5.592	2.83	W.	1	Brouillard, pluie.
	25.8	71	5.236	2.65	WSW.	4	Pluie.
	25.7	72	5.302	2.68	W.	3	Pluie et neige.
	24.8	81	5.887	2.98	W.	3	Beau temps.
	24.6	83	5.988	3.03	SSW.	3	Beau temps.
	24.0	89	6.412	3.24	SSW	1	Brume.
	24.7	82	5.990	3.03	SSW.	1	Pluie.
		Moyenne ...		2.85			
		Maximum ...		3.24			
		Minimum ...		2.62			

NUMÉRO d'ordre.	DATE.	DURÉE de l'opération. — Heures.	CALCUL DU VOLUME D'AIR ASPIRÉ. VOLUME APPARENT = 163.6 LITRES. Manomètre. Millimètres de mercure.	Température de l'aspirateur.	Tension de la vapeur d'eau. Millimètres de mercure.	Pression réduite à 0°.	Volume en litres
448	3	5.45	47.3	15	12.7	739.8	138
449	4	6.20	49.5	15	12.7	730.7	136
450	5	5.40	49.5	13	11.1	735.3	138
451	6	5.50	50.2	11	9.8	742.1	141
452	7	4.40	53.2	17	14.4	730.8	134
453	8	5.05	53.9	16	13.5	737.6	136
454	10	5.45	57.6	14	11.9	741.4	137
455	11	6.10	56.1	15	12.7	739.7	136
456	12	6.10	57.6	15	12.7	746.3	137
457	13	4.45	53.2	16	13.5	748.7	138
458	14	6.15	59.7	13	11.1	749.4	139
459	17	6.20	52.4	14	11.9	756.9	141
460	18	5.50	51.0	15	12.7	757.9	141
461	19	6.55	56.9	15	12.7	759.3	140
462	20	5.05	59.0	16	13.5	758.0	139
463	21	6.45	49.5	18	15.3	751.9	138
464	22	5.05	54.7	19	16.3	750.2	136
465	24	6.30	52.4	19	16.3	729.4	133
466	25	5.15	61.2	16	13.5	739.2	135
467	26	5.00	53.2	14	11.9	748.0	139
468	27	4.20	48.7	15	12.7	744.1	139
469	28	6.45	60.5	14	11.9	747.5	138

LCUL DE L'ACIDE CARBONIQUE.				VENT.		ÉTAT DU CIEL.
2,30 c³ de baryte portés à 1 litre c³ d'acide oxalique.	Dosage. 200 c³ de baryte portés à 1 litre 100 c³ = ... c³ d'acide oxalique ou milligrammes d'acide carb.	Acide carbonique en milligrammes dans l'air aspiré.	Acide carbonique		Direction dominante.	Force.	
			en grammes dans 10.000 litres d'air.	en volume dans 10,000 volumes d'air.			
	24.6	83	5.984	3.03	W.	3	Pluie.
	27.4	80	5.865	2.97	SSW.	2	Pluie.
	27.2	82	5.916	2.99	W.	1	Pluie.
	26.7	87	6.166	3.12	SSW.	1	Brume.
	28.2	72	5.357	2.71	SSW	3	Pluie.
	27.7	77	5.649	2.86	SSW	1	Pluie.
	27.3	79	5.741	2.90	SW.	1	Beau temps.
	27.1	83	6.063	3.07	S.	2	Brouillard.
	27.2	82	5.946	3.01	S.	1	Temps couvert.
	27.3	81	5.340	2.95	S.	3	Beau temps.
	27.4	80	5.739	2.90	S.	1	Brouillard.
	26.6	88	6.206	3.14	W.	3	Pluie.
	26.8	86	6.073	3.07	SSW.	1	Temps couvert.
	26.7	87	6.183	3.13	W.	1	Temps couvert.
	26.4	90	6.456	3.26	W.	2	Brouillard, pluie.
	27.1	83	5.984	3.03	W.	3	Temps couvert.
	27.0	84	6.145	3.11	W.	5	Temps couvert.
	27.0	84	6.316	3.19	WNW.	5	Pluie, tempête.
	26.7	87	6.440	3.26	N.	3	Neige.
	26.8	86	6.152	3.11	NE.	3	Neige.
	27.4	80	5.743	2.90	ENE.	3	Beau temps.
	27.1	83	6.006	3.04	E.	2	Beau temps.
		Moyenne...		3.03			
		Maximum ..		3.26			
		Minimum ..		2.71			

NUMÉRO d'ordre.	DATE.	DURÉE de l'opération. — Heures.	CALCUL DU VOLUME D'AIR ASPIRÉ. VOLUME APPARENT = 163.6 LITRES. Manomètre. Millimètres de mercure.	Température de l'aspirateur.	Tension de la vapeur d'eau. Millimètres de mercure.	Pression réduite à 0°.	Volume en litres [illegible]
470	1	5.05	59.7	14	11.9	747.6	138
471	2	6.00	62.7	13	11.1	742.8	137
472	3	5.45	53.2	16	13.5	738.0	136
473	4	5.40	61.2	14	11.9	741.5	139
474	5	6.00	62.0	15	12.7	743.6	136
475	6	5.00	53.2	12	10.4	747.4	141
476	8	6.00	58.4	12	10.4	746.8	138
477	10	6.00	82.7	11	9.8	752.2	136
478	11	5.00	43.6	13	11.1	750.7	143
479	12	5.10	37.6	11	9.8	749.5	143
480	13	6.30	56.9	11	9.8	750.0	141

LCUL DE L'ACIDE CARBONIQUE.				VENT.		ÉTAT DU CIEL.
Dosage. 200 c³ de baryte portés à 1 litre 100 c³ = ... c³ d'acide oxalique ou milligrammes d'acide carb.	Acide carbonique en milligrammes dans l'air aspiré.	Acide carbonique en grammes dans 10,000 litres d'air	Acide carbonique en volume dans 10,000 volumes d'air.	Direction dominante.	Force.	
c³ d'acide oxalique.						
27.2	82	5.925	3.00	NNE.	2	Beau temps.
27.3	81	5.891	2.98	ENE.	1	Beau temps.
27.4	80	5.861	2.96	N.	1	Brouillard, neige.
26.5	89	6.502	3.29	S.	2	Brume.
27.4	80	5.861	2.96	NE.	2	Brouillard.
26.9	85	6.028	3.05	NE.	2	Temps couvert.
26.2	92	6.581	3.33	ENE.	2	Beau temps.
27.0	84	6.154	3.11	S à NE.	1	Beau temps.
25.8	96	6.713	3.39	E.	1	Beau temps.
26.1	93	6.401	3.24	NE.	1	Brume.
26.5	89	6.294	3.18	SE.	1	Brouillard.
	Moyenne . . .		3.14			
	Maximum . .		3.39			
	Minimum . .		2.96			

NUMÉRO d'ordre.	DATE.	DURÉE de l'opération. — Heures.	CALCUL DU VOLUME D'AIR ASPIRÉ. VOLUME APPARENT = 163.6 LITRES. Manomètre. Millimètres de mercure.	Température de l'aspirateur.	Tension de la vapeur d'eau. Millimètres de mercure.	Pression réduite à 0°.	Volume en litres
	(1)						
481	13	5.25	46.5	10	9.1	760.0	143
482	14	7.40	49.5	10	9.1	755.1	145
483	15	6.45	39.9	13	11.1	752.8	142
484	16	5.05	45.0	13	11.1	746.6	140
485	17	5.00	51.0	11	9.8	752.8	142
486	19	5.35	49.5	11	9.8	752.8	143
487	20	5.50	50.2	10	9.1	748.0	140
488	21	5.30	48.0	11	9.8	733.7	139
489	22	6.15	53.9	11	9.8	734.4	138
490	23	5.50	56.9	11	9.8	742.8	139
491	24	5.20	46.5	10	9.1	741.7	145
492	26	6.50	48.7	10	9.1	752.6	143
493	27	5.20	56.1	13	11.1	751.0	146
494	28	6.15	35.4	14	11.9	751.5	142
495	30	5.00	53.9	11	9.8	751.9	143
496	31	5.10	52.4	13	11.1	752.0	145

(1) La prise d'air a été transférée dans la cour de l'Institut agricole de l'État (voir pages 10 et 21 du

CUL DE L'ACIDE CARBONIQUE.				VENT.		ÉTAT DU CIEL.
Dosage. 200 c³ de baryte portés à 1 litre 100 c³ = ... c³ d'acide oxalique ou milligrammes d'acide carb.	Acide carbonique en milligrammes dans l'air aspiré.	Acide carbonique en grammes dans 10,000 litres d'air.	Acide carbonique en volume dans 10,000 volumes d'air.	Direction dominante.	Force.	
25.0	102	6.972	3.53	NE.	1	Brouillard, verglas.
25.6	96	6.639	3.36	NNW.	2	Neige.
26.1	91	6.311	3.19	N.	2	Neige.
26.3	89	6.272	3.17	NE.	4	Tempête de neige.
26.0	92	6.425	3.25	NE.	1	Temps couvert.
24.0	112	7.805	3.95	N.	1	Neige.
24.0	112	7.832	3.96	S.	2	Givre, neige.
25.4	98	7.005	3.54	SW.	1	Beau temps.
26.4	88	6.340	3.21	W.	2	Neige.
24.5	107	7.648	3.87	S.	2	Pluie.
24.3	109	7.649	3.87	SSW.	4	Pluie.
25.0	102	7.069	3.57	SSW.	2	Beau temps.
24.1	111	7.900	4.00	S.	2	Pluie.
23.3	119	8.252	4.17	WSW.	3	Beau temps.
23.8	114	8.006	4.05	SSW.	2	Temps couvert.
23.8	114	8.057	4.07	SSW.	3	Pluie.
	Moyenne...		3.67			
	Maximum..		4.17			
	Minimum ..		3.17			

NUMÉRO d'ordre.	DATE.	DURÉE de l'opération. — Heures.	CALCUL DU VOLUME D'AIR ASPIRÉ. VOLUME APPARENT = 163.6 LITRES. Manomètre. Millimètres de mercure.	Température de l'aspirateur.	Tension de la vapeur d'eau. Millimètres de mercure.	Pression réduite à 0°.	[illegible] à 0° et 760
497	2	6.10	49.5	10	9.1	764.0	15.5
498	3	5.55	48.0	11	9.8	762.3	15.8
499	4	6.00	52.4	11	9.8	761.0	14.6
500	5	5.25	59.0	10	9.1	762.9	14.3
501	6	6.35	46.5	12	10.4	762.2	15.4
502	7	6.10	49.5	11	9.8	759.6	14.9
503	9	5.35	52.4	10	9.1	755.6	14.1
504	10	5.30	56.1	10	9.1	757.2	15.7
505	12	5.15	57.6	12	10.4	754.7	14.6
506	13	4.55	50.2	13	11.1	757.7	15.1
507	14	7.10	66.4	14	11.9	764.3	10.5
508	16	6.40	65.7	12	10.4	763.9	14.8
509	17	5.40	56.9	10	9.1	763.5	14.8
510	18	5.15	59.0	12	10.4	763.9	14.9
511	19	4.55	59.7	13	11.1	759.3	14.4
512	20	6.00	57.6	14	11.9	757.4	14.8
513	21	5.30	62.0	13	11.1	755.9	15.3
514	23	5.50	45.8	13	11.1	759.8	14.4
515	24	6.25	65.7	13	11.1	759.6	14.3
516	25	5.40	62.7	16	13.5	753.2	14.1
517	26	5.40	62.0	17	14.4	748.9	14.3
518	27	6.05	62.7	18	15.3	753.1	14.1
519	28	7.15	64.9	19	16.3	753.3	14.2

LCUL DE L'ACIDE CARBONIQUE.				VENT.		ÉTAT DU CIEL.
200 c³ de baryte portés à 1 litre c³ d'acide oxalique.	Dosage. 200 c³ de baryte portés à 1 litre 100 c³ = ... c³ d'acide oxalique ou milligrammes d'acide carb.	Acide carbonique en milligrammes dans l'air aspiré.	Acide carbonique		Direction dominante.	Force.	
			en grammes dans 10,000 litres d'air.	en volume dans 10,000 volumes d'air.			
	24.8	104	7.099	3.59	SW.	1	Brouillard.
	25.8	98	6.722	3.40	SSW.	2	Brouillard.
	25.0	102	7.054	3.57	WSW à NW	2	Brouillard intense.
	25.7	95	6.584	3.33	NW.	2	Brumeux.
	24.6	106	7.290	3.69	SW.	1	Brouillard intense.
	25.3	99	6.832	3.46	SSW à E.	1	Brumeux.
	25.0	102	7.078	3.58	NNE.	1	Brumeux, givre.
	24.2	110	7.655	3.87	SW.	1	Brouillard, givre.
	24.7	105	7.415	3.75	W à NNE.	1	Brumeux.
	26.7	85	5.940	3.00	NW à N.	3	Couvert, éclaircies.
	25.9	93	6.619	3.35	SSW.	1	Beau temps.
	24.1	109	7.687	3.89	SW à W.	2	Brouillard.
	23.9	111	7.666	3.88	S à NE.	1	Brouillard.
	23.7	113	7.891	3.99	NE.	2	Brouillard, givre.
	23.4	116	8.204	4.15	E à NE.	2	Brouillard.
	24.3	107	7.599	3.84	S à NE.	2	Beau temps.
	25.0	100	7.128	3.60	NE.	2	Beau temps.
	24.2	108	7.479	3.78	E à SE.	1	Beau temps.
	23.7	113	8.054	4.07	SSE.	1	Beau temps.
	24.2	108	7.843	3.97	ESE.	1	Beau temps.
	25.7	93	6.823	3.45	S.	2	Beau temps
	24.0	110	8.106	4.10	SSE.	1	Beau temps.
	23.4	116	8.580	4.34	SE à SSW.	2	Beau temps.
		Moyenne...		3.72			
		Maximum..		4.34			
		Minimum ..		3.00			

NUMÉRO d'ordre.	DATE.	DURÉE de l'opération. — Heures.	CALCUL DU VOLUME D'AIR ASPIRÉ. VOLUME APPARENT = 163.6 LITRES. Manomètre. Millimètres de mercure.	Température de l'aspirateur.	Tension de la vapeur d'eau. Millimètres de mercure.	Pression réduite à 0°.	Volume en litres à 0° et 760.
520	(1) 4	6.20	50.2	18	15.3	754.7	1..
521	5	6.20	37.6	18	15.3	754.1	1..6
522	6	5.25	42.1	18	15.3	749.5	1..8
523	7	6.15	44.3	15	12.7	742.6	1..9
524	9	5.10	19.1	14	11.9	740.9	1..4
525	10	5.15	31.7	16	13.5	731.5	1..5
526	11	5.55	56.1	15	12.7	728.3	1..6
527	12	5.15	45.8	16	13.5	741.1	1..6
528	13	5.25	60.5	14	11.9	740.9	1..9
529	16	5.20	56.1	14	11.9	735.6	1..7
530	17	7.00	63.9	16	13.5	736.7	1..1
531	18	5.25	63.9	16	13.5	739.5	1..6
532	19	4.55	18.4	16	13.5	740.0	1..0
533	20	6.20	47.3	16	13.5	741.0	1..3
534	21	7.00	48.7	15	12.7	739.3	1..3
535	23	5.10	24.3	14	11.9	747.9	1..7
536	24	5.30	25.8	17	14.4	746.2	1..1
537	25	5.00	54.7	15	12.7	742.4	1..7
538	26	6.15	26.5	15	12.7	740.1	140
539	27	5.50	28.0	15	12.7	741.4	140
540	28	5.00	41.3	14	11.9	738.0	142

(1) La prise d'air a été replacée au jardin.

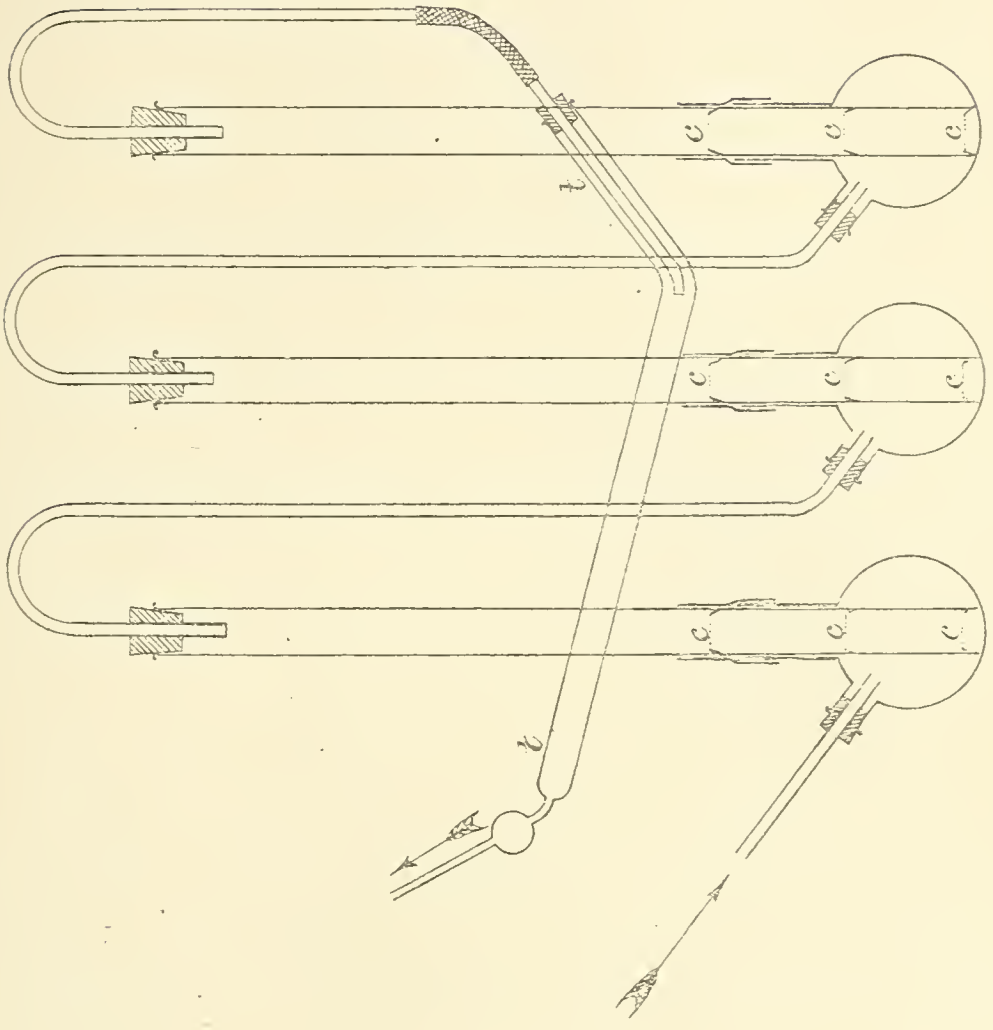
ALCUL DE L'ACIDE CARBONIQUE.					VENT.		ÉTAT DU CIEL.
c³ d'acide oxalique.	Dosage. 200 c³ de baryte portés à 1 litre 100 c³ = ... c³ d'acide oxalique ou milligrammes d'acide carb.	Acide carbonique en milligrammes dans l'air aspiré.	Acide carbonique en grammes dans 10,000 litres d'air.	Acide carbonique en volume dans 10,000 volumes d'air.	Direction dominante.	Force.	
3 5	25.5	91	6.537	3.31	W.	3	Couvert, pluie.
	25.5	91	6.427	3.25	W.	3	Couvert.
	25.7	89	6.366	3.22	SW.	5	Couvert.
	25.1	95	6.791	3.43	WSW.	5	Petite pluie.
	26.1	85	5.846	2.96	NNE.	2	Neige abondante.
	26.3	83	5.950	3.01	SSW à W.	2	Pluie.
	26.6	80	5.944	3.01	SSW.	2	Pluie et neige. Orage la veille.
	25.5	91	6.566	3.32	WSW.	1	Beau temps.
	26.4	82	5.990	3.03	SE à ENE.	1	Couvert.
	26.5	81	5.925	3.00	S	5	Petite pluie.
	26.6	80	5.966	3.02	SSE à ENE	2	Beau temps.
	26.0	86	6.389	3.23	W à NNE.	1	Beau temps.
	26.7	79	5.486	2.77	N.	3	Giboulées.
	26.2	84	6.074	3.07	SW.	3	Giboulées.
	26.8	78	5.640	2.85	W à NNW.	2	Giboulées.
	26.1	85	5.834	2.95	NE.	2	Beau temps.
	25.9	87	6.080	3.07	SW.	2	Beau temps.
	26 7	79	5.737	2.90	SW.	3	Pluie.
	27.1	75	5.245	2.65	SW.	2	Couvert.
	25.9	87	6.084	3.08	SSW à WNW.	3	Giboulées.
	26.2	84	5.991	3.03	W à NW.	4	Giboulées.
		Moyenne ...		3.06			
		Maximum ..		3.43			
		Minimum ..		2.65			

NUMÉRO d'ordre.	DATE.	DURÉE de l'opération. — Heures.	CALCUL DU VOLUME D'AIR ASPIRÉ. VOLUME APPARENT = 163.6 LITRES. Manomètre. Millimètres de mercure.	Température de l'aspirateur.	Tension de la vapeur d'eau. Millimètres de mercure.	Pression réduite à 0°.	Volume en litres
541	1	5.10	22.1	8	8.0	746.0	149
542	2	6.05	50.2	9	8.5	742.6	142
543	3	6.55	53.9	9	8.5	739.4	141
544	4	6.05	64.9	9	8.5	741.2	139
545	6	6.50	51.7	10	9.1	741.6	141
546	7	5.10	60.5	9	8.5	735.6	128
547	8	6.45	65.7	8	8.0	743.2	140
548	9	6.30	57.6	9	8.5	746.9	141
549	10	4.35	62.0	8	8.0	748.4	141
550	11	5.00	55.4	9	8.5	747.2	142
551	13	6.15	59.7	8	8.0	747.7	142
552	14	6.50	59.7	8	8.0	748.8	142
553	15	5.55	63.9	9	8.5	751.5	141
554	16	6.20	52.4	10	9.1	750.0	143
555	17	5.00	49.5	10	9.1	748.3	143
556	18	5.55	59.0	9	8.5	750.2	142
557	21	6.40	46.5	11	9.8	750.7	143
558	22	6.05	51.0	11	9.8	747.8	142
559	23	5.10	53.2	12	10.4	746.3	140
560	24	5.35	52.4	12	10.4	748.0	141
561	27	5.00	48.7	13	11.1	739.9	139.
562	28	6.25	58.4	13	11.1	736.1	137.
563	29	6.30	51.7	13	11.1	744.0	140.
564	30	5.35	49.5	13	11.1	744.8	140.

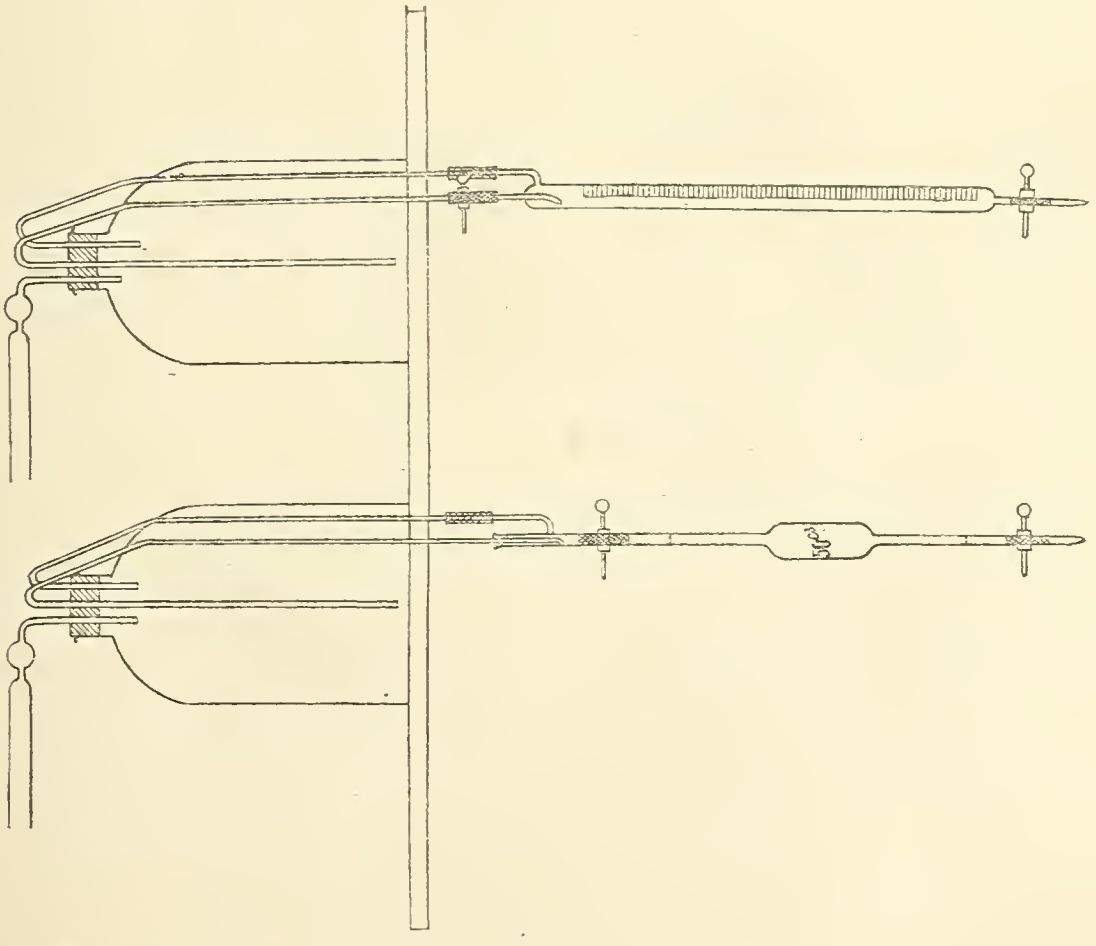
CALCUL DE L'ACIDE CARBONIQUE.					VENT.		ÉTAT DU CIEL.
100 c³ = ... c³ d'acide oxalique.	Dosage. 200 c³ de baryte portés à 1 litre 100 c³ = ... c³ d'acide oxalique ou milligrammes d'acide carb.	Acide carbonique en milligrammes dans l'air aspiré.	Acide carbonique en grammes dans 10,000 litres d'air.	Acide carbonique en volume dans 10,000 volumes d'air.	Direction dominante.	Force.	
3 6	25.5	91	6.079	3.07	NNE.	1	Beau temps.
	25.8	88	6.175	3.12	SE.	2	Beau temps.
	26.3	83	5.882	2.97	SSE.	1	Temps couvert.
	26.6	80	5.747	2.91	SE.	2	Temps couvert.
	26.5	81	5.728	2.90	SSW.	1	Beau temps.
	27.1	75	5.819	2.94	N.	2	Pluie.
3 3	24.1	84	6.000	3.03	WNW.	3	Temps couvert.
	24.4	81	5.708	2.89	W.	1	Beau temps.
	24.6	79	5.567	2.82	N.	2	Brouillard.
	24.8	77	5.407	2.73	E.	3	Temps couvert.
	23.9	86	6.048	3.06	NW.	1	Temps couvert.
	24.8	77	5.407	2.73	NW.	2	Temps couvert.
	25.2	73	5.159	2.61	NW.	2	Pluie.
	24.8	77	5.385	2.72	SW.	3	Pluie et neige.
	24.9	76	5.307	2.68	NW.	4	Temps couvert.
	23.9	86	6.044	3.06	NW	3	Beau temps.
	23.1	94	6.541	3.31	NNE	1	Beau temps.
	24.0	85	5 982	3.03	NNE.	2	Beau temps.
	22.8	97	6.889	3.48	NE.	2	Beau temps.
	22.6	99	7.006	3.54	NE.	2	Beau temps.
3 3	26.6	97	6.943	3.51	ESE.	1	Beau temps.
	27.5	88	6.423	3.25	S à NW.	2	Beau temps.
	27.6	87	6.214	3.14	SW	2	Beau temps.
	27.6	87	6.188	3.13	SW.	3	Beau temps.
		Moyenne ..		3.03			
		Maximum ..		3.54			
		Minimum ..		2.61			

Pl. I.

BARBOTEURS.



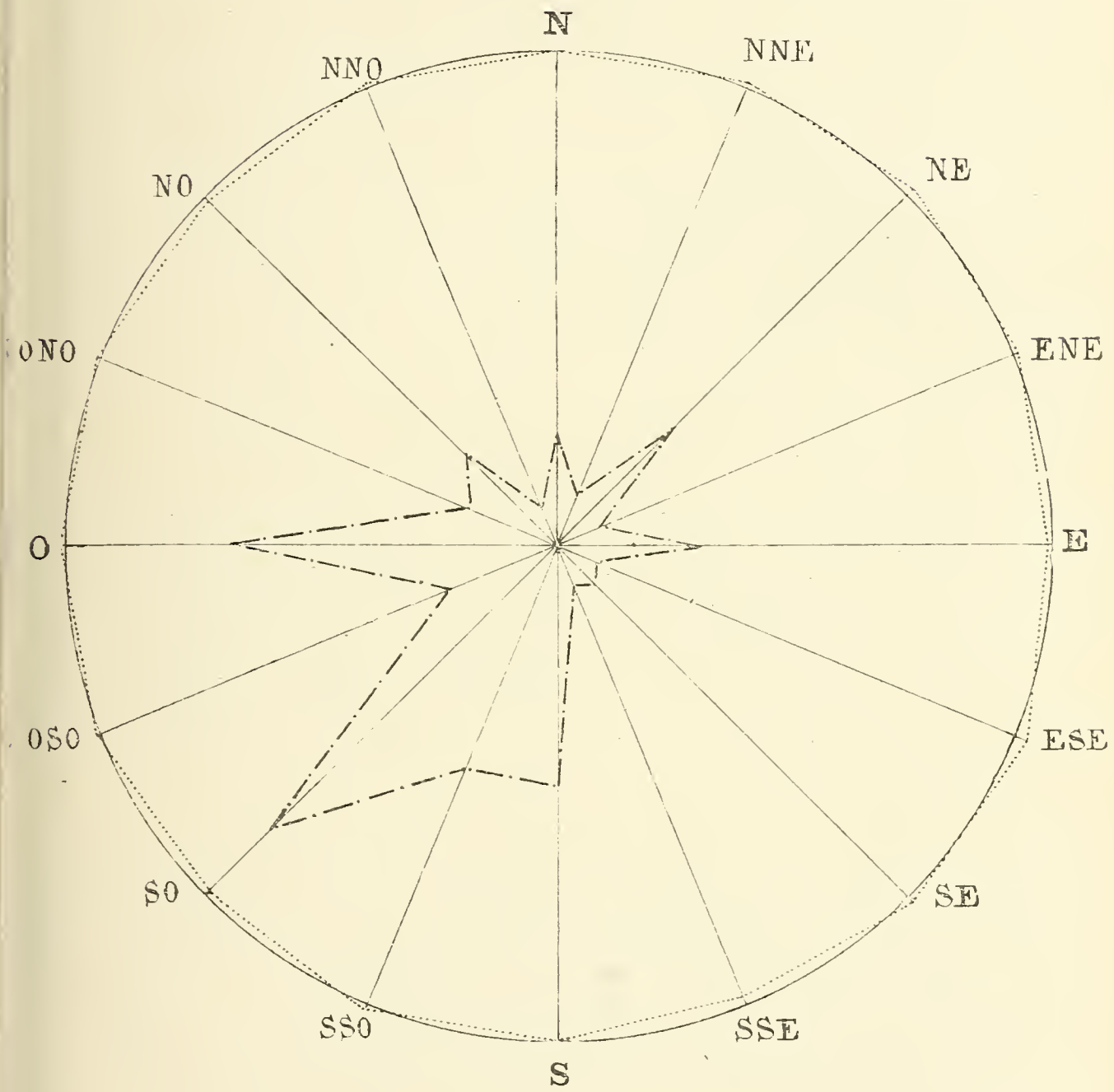
APPAREILS MESUREURS.



BRITISH MUSEUM
NATURAL HISTORY.

Pl. II.

REPRÉSENTATION GRAPHIQUE DE LA RICHESSE MOYENNE DE L'AIR EN ACIDE CARBONIQUE SUIVANT LA DIRECTION DES VENTS.



——————— Richesse moyenne de l'air en acide carbonique.

..... Richesse moyenne suivant la direction des vents.

— · — · — · — · — Fréquence des vents.

BRITISH MUSEUM
NATURAL HISTORY.

RECHERCHES

SUR LES

VARIATIONS RESPIRATOIRES

DE LA

PRESSION INTRA-ABDOMINALE

PAR

le Docteur Albert HOGGE

DE LIÈGE.

(Présenté à la Classe des sciences dans la séance du 9 janvier 1892.)

RECHERCHES

SUR LES

VARIATIONS RESPIRATOIRES

DE LA

PRESSION INTRA-ABDOMINALE.

§ I.

HISTORIQUE.

C'est Paul Bert [1] qui, le premier, a, semble-t-il, cherché à déterminer expérimentalement la valeur de la pression intra-abdominale, et spécialement celle des variations respiratoires de cette pression.

Les oscillations de la pression ventrale des chiens en expérience se transmettaient par un tube ouvert, introduit dans le rectum, à un manomètre à eau, et celui-ci était mis en rapport avec un tambour à levier. Au niveau de l'anus, un double bourrelet assurait l'occlusion du rectum. La respiration était enregistrée par une canule trachéale ou un pneumographe.

Les animaux, convenablement préparés (purgatifs, lavements), étaient chloroformés et attachés sur le dos. P. Bert observait alors, en règle

[1] P. Bert, *Leçons sur la physiologie comparée de la respiration*. Paris. 1870. p. 322.

générale, une augmentation de la pression intra-abdominale pendant l'inspiration, et une diminution pendant l'expiration. Parfois cependant la coïncidence parfaite des tracés cessait d'exister; et, déjà à la fin de l'expiration, la pression de l'abdomen subissait une ascension. L'animal se réveillait-il, on voyait que, pendant l'inspiration, la pression de l'abdomen montait, puis descendait, puis montait de nouveau, l'expiration se marquant par une augmentation légère de la pression. Mais alors l'animal inspirait longuement, expirait brusquement. P. Bert observait encore que la pression abdominale, accrue pendant l'inspiration, continuait parfois à monter jusqu'au début de l'expiration, puis redescendait.

Si l'on mettait l'animal sur le ventre après l'avoir endormi, l'augmentation de pression abdominale n'avait lieu qu'à la fin de l'inspiration, qui était d'abord marquée par une chute; puis, pendant l'expiration, on observait une nouvelle chute suivie d'un relèvement rapide et plus considérable que celui de l'inspiration. L'animal une fois réveillé, l'abaissement initial de l'expiration était moins brusque. Mais si, de nouveau, on le remettait sur le dos, toujours endormi, l'inspiration correspondait alors à une baisse de pression intra-abdominale, et l'expiration à une hausse suivie de baisse brusque.

Voilà bien des irrégularités; P. Bert admet qu'elles sont le produit de deux facteurs opposés et incessamment variables, suivant certaines causes extérieures ou autres, dont plusieurs nous échappent d'ailleurs. Si l'inspiration se fait surtout par le diaphragme, on aura pendant cette phase, dit Bert, une augmentation de pression dans l'abdomen; que l'ampliation thoracique l'emporte sur la contraction du diaphragme, et ce sera l'abaissement de pression qu'on observera pendant ce temps; ainsi l'on comprendrait que, dans une inspiration, de l'équivalence ou de la supériorité de l'une de ces puissances sur l'autre résultent des changements correspondants passagers de la pression abdominale. D'autre part, les forces expiratoires interviennent plus ou moins activement, en répondant d'abord aux effets de l'inspiration précédente.

P. Bert appelle à la sanction de ses conclusions des expériences non encore exécutées: 1° établir une respiration purement diaphragmatique par la section de la moelle au-dessous de la naissance des phréniques;

2° paralyser le diaphragme par la section des phréniques et obtenir ainsi une respiration thoracique.

D'après Paul Bert, les choses se passeraient d'une façon assez compliquée. La pression intra-abdominale, alors même que l'animal resterait dans les mêmes conditions, varierait constamment dans ses oscillations respiratoires, et, *a fortiori*, si ces conditions changent. C'est ainsi que, par exemple, la pression abdominale ne se comporterait même pas de la même façon chez un animal qu'on placerait sur le dos après l'avoir mis sur le ventre, que chez ce même animal mis directement sur le dos.

Il est donc bien difficile de déduire des faits exposés par Bert ce qui est la loi, et pourquoi cette loi est sujette à variations, suivant les conditions expérimentales.

Cet auteur avoue, du reste, que ses expériences sont incomplètes.

Cependant la plupart des traités classiques de physiologie admettent, en s'étayant en partie sur le travail de P. Bert, une augmentation de la pression abdominale pendant l'inspiration et une diminution pendant l'expiration, quoique cette conclusion ne ressorte pas avec évidence de ce travail.

C'est aussi ce qu'admettent H. Kronecker et S. Meltzer, chez l'homme[1]. Ces auteurs introduisaient dans l'œsophage une sonde fermée par une ampoule en caoutchouc, reliée à un tambour à levier, et la poussaient jusque dans l'estomac. « Dans toute la partie de la poitrine située au-dessus du diaphragme, disent-ils, l'ampoule est dilatée pendant l'inspiration et le tambour à levier descend; pendant l'expiration, l'ampoule est comprimée, le levier monte; au-dessous du diaphragme, cela se passe en sens inverse : compression de l'ampoule pendant l'inspiration, dilatation pendant l'expiration. Cela constitue même un moyen de savoir si l'on a franchi le cardia. »

Et nous verrons que les variations respiratoires de la pression intra-stomacale peuvent être identifiées avec celles de la pression intra-abdominale.

[1] Kronecker et Meltzer, *Der Schluckmechanismus, seine Erregung und seine Hemmung* (Archiv für Physiologie, 1883, p. 338).

J. Rosenthal, dans ses recherches sur la pression intrathoracique, dit aussi incidemment :

« Dès que la sonde pénétrait dans l'estomac, le manomètre indiquait une pression positive qui est la pression intra-abdominale, et celle-ci montait à chaque instant, par suite de l'abaissement du diaphragme ».

Nous voyons que Rosenthal assimile la pression existant dans l'estomac à la pression intra-abdominale. Il y a là une restriction à faire, parce que la contractilité de l'estomac modifie la pression absolue existant à l'intérieur de cet organe [1].

Angelo Mosso [2] a étudié minutieusement les rapports qui existent entre la respiration thoracique et abdominale. Ses recherches sont faites sur l'homme à l'état de veille, de sommeil naturel et provoqué. Il sera intéressant de les résumer pour savoir si ces variations de forme de l'abdomen répondent, voire même d'une façon éloignée, aux variations de la pression intra-abdominale.

Faisons d'abord la remarque, évidente d'ailleurs, que les changements de la circonférence du ventre ne répondront aux changements parallèles de la pression ventrale (une ampliation répondant à une augmentation de pression, une rétraction à une diminution), qu'à condition que les parois abdominales subissent passivement les effets mécaniques, expansifs ou restrictifs, qui tendent à en modifier la forme. Or, rarement ces conditions se réalisent complètement, et, les parois fussent-elles en pleine résolution musculaire, la simple pesanteur, l'élasticité et la rétractilité de ces parois sont autant de causes d'erreur dans la mesure de la pression abdominale par celle des changements de forme du ventre.

Si ces muscles abdominaux entrent en activité, au contraire, ils deviennent l'un des facteurs les plus importants de la pression ventrale. Alors la réduction de l'abdomen correspond à une augmentation de pression

[1] J. Rosenthal, *Ueber den intrathoracalen Druck* (Archiv für Physiologie, 1882, p. 155).

[2] Angelo Mosso, *Ueber die gegenseitigen Beziehungen bei Bauch- und Brustathmung* (Archiv für Physiologie, 1878, p. 441).

intérieure. Si, enfin, au cours d'un même temps respiratoire, la tonicité musculaire abdominale varie, on entrevoit la possibilité des irrégularités non parallèles qui embrouilleront les deux courbes : celle de la pression intra-abdominale et celle de l'aire ventrale. Cependant, si l'expiration est passive ou très peu active, comme c'est normalement le cas, les courbes des variations d'amplitude de l'abdomen peuvent rendre *grosso modo* les variations de la pression intra-abdominale.

Mosso a trouvé : 1° qu'à l'état de sommeil naturel, chez l'homme, l'allure générale des courbes dénote une ampliation abdominale à l'inspiration et un retrait à l'expiration. Mais avant l'expansion inspiratoire de l'abdomen, la réduction observée dans l'expiration continue, parce que, d'après Mosso, les forces inspiratoires thoraciques l'emportent sur la contraction du diaphragme. Avant la réduction expiratoire de l'abdomen, on observe encore une augmentation, brusque même, de l'abdomen, parce que le retrait thoracique au début contrarie le retrait du diaphragme. Mais, à l'état de sommeil, ces discordances au début de l'expiration et de l'inspiration n'intéressent qu'un temps très limité de l'évolution complète de la respiration (environ un douzième de cette évolution) ;

2° A l'état de veille, au contraire, l'ampliation de l'abdomen ne répond qu'en partie à celle du thorax, parce que, d'après Mosso, le diaphragme, se contractant plus fort que pendant le sommeil, entraîne à la fin de sa descente un léger retrait de la paroi thoracique, et cette discordance des courbes abdominale et thoracique comporte une durée plus longue que pendant le sommeil : l'abdomen bombe encore, alors que le thorax commence à se rétracter, et cela pendant la moitié de l'acte respiratoire complet. En d'autres termes, l'ampliation abdominale serait plus prolongée, et l'inspiration thoracique plus écourtée à l'état de veille que pendant le sommeil, dans lequel la respiration serait donc surtout thoracique. Le sommeil semblerait constamment, et dans les deux sexes, amener un affaiblissement du diaphragme et une suppléance de la part des muscles thoraciques. Dans la narcose artificielle par le chloral, Mosso a trouvé des résultats analogues.

Il sera intéressant de vérifier si réellement l'ampliation thoracique,

même anormalement plus forte, peut contrarier, comme semblent l'admettre P. Bert et Mosso, la contraction du diaphragme, et diminuer ou supprimer ainsi l'augmentation inspiratoire de la pression intra-abdominale. Nous verrons aussi si les variations respiratoires de cette pression sont susceptibles de changer, par la narcose ou par la veille, à l'instar des variations du périmètre abdominal que Mosso a décrites.

C. Hasse [1] dit encore que la pression intra-abdominale monte pendant l'inspiration, diminue pendant l'expiration, sans toutefois devenir négative.

La question de la pression absolue existant dans l'abdomen touche de trop près au sujet qui nous occupe, pour pouvoir la passer tout à fait sous silence. On admet généralement que cette pression est faiblement positive. Certains points de la cavité péritonéale font peut-être exception en raison de la pesanteur qui tend à faire abandonner à certains organes leur situation, dans des positions spéciales. C. Hasse rappelle les faits généralement invoqués en faveur de la valeur positive de la pression ventrale : tonus des parois abdominales, pression exercée par le contenu intestinal, prolapsus des intestins à l'ouverture du ventre, l'issue du liquide des ponctions, la non-pénétration d'air quand on ouvre la veine crurale au-dessous du ligament de Poupart.

Du reste, cette valeur positive varie avec la race, l'âge, les individus, l'attitude et les états pathologiques. C. Hasse attribue les variations respiratoires de la pression ventrale à la descente du diaphragme pendant l'inspiration, descente généralement admise par les auteurs (Henle, Sappey, Gerhardt, Eichhorst, etc.).

La note la plus complète sur les variations respiratoires de la pression intra-abdominale est fournie par L. Luciani [2]. Cet auteur a fait des expériences sur l'homme et sur le chien. La respiration était enregistrée par

[1] C. Hasse, *Ueber die Bewegungen des Zwerchfells und über den Einfluss derselben auf die Unterleibsorgane* (Archiv für Anatomie und Entwickelungsgeschichte, 1886).

[2] L. Luciani, *Delle oscillazioni della pressione intrathoracica e intraabdominale* (Archivio per le scienze mediche, II, 1878).

l'ampoule œsophagienne; la pression intra-abdominale était prise tantôt par le rectum (chez l'homme surtout), tantôt par une petite vessie en caoutchouc introduite dans la cavité péritonéale par une fistule abdominale, et reliée à un tambour à levier (chez le chien).

L'instrument qu'il place dans le rectum est ou bien un tube de verre en ampoule et ouvert, qu'il met en rapport avec un tambour à levier, ou bien une sonde flexible trouée en plusieurs points, entourée d'un boyau de caoutchouc, et mise de même en rapport avec un tambour à levier.

Les variations respiratoires de la pression intra-abdominale ne seraient pas constantes, d'après Luciani ; chez l'homme, on obtiendrait souvent une augmentation de pression pendant l'inspiration, une diminution pendant l'expiration; mais un semblable résultat serait très difficile à rencontrer chez le chien.

Chez l'homme, ce qui amènerait les variations que nous venons d'énoncer, ce serait la descente active du diaphragme suivie de son élévation passive. Chez le chien, l'intervention régulière des muscles abdominaux dans la respiration contrarierait cette loi générale; ainsi, pendant l'expiration très active, la presse abdominale fait monter la pression ventrale, malgré l'élévation du diaphragme, élévation qui tend à diminuer cette pression; l'expiration est-elle moins active, les effets dus à l'élévation du diaphragme seront encore annulés, mais l'augmentation expiratoire de la pression sera alors très faible. Luciani prétend que l'augmentation inspiratoire de la pression ne s'observera que si le chien présente une respiration calme et lente, sans que les muscles abdominaux participent à l'expiration (chiens à pneumogastriques coupés ou vieux chiens affaiblis).

Luciani a, chez des chiens, établi une respiration purement diaphragmatique par la section de la moelle entre les cinquième et sixième vertèbres cervicales, et a vu alors l'augmentation de la pression intra-abdominale coïncider exactement avec l'inspiration, la diminution répondant à l'expiration. Il semble dès lors que l'intervention des autres muscles inspirateurs et expirateurs, intervention toute physiologique d'ailleurs, doive modifier ce résultat.

Un type respiratoire caractérisé par une inspiration longue et profonde et une expiration brusque amènerait, du côté de la pression intra-abdominale, les variations suivantes : pendant l'inspiration, une diminution qui ne coïnciderait pas exactement avec le début de l'inspiration, lequel se marquerait par une augmentation passagère; pendant l'expiration, on constaterait une augmentation, précédée aussi d'une diminution de courte durée. Ici, l'intervention anormale des muscles inspiratoires auxiliaires, l'afflux sanguin plus considérable de l'abdomen dans le thorax, la presse abdominale contrarieraient les effets de la contraction et du relâchement du diaphragme.

C'est seulement chez des chiens présentant cette respiration anormale que Luciani a fait la section d'un phrénique, puis celle des deux phréniques à la fois.

La section simple amènerait dans l'abdomen une diminution de pression inspiratoire dès le début de l'inspiration, et une augmentation expiratoire dès le début de l'expiration. La section double, au contraire, ne change rien à la courbe respiratoire de la pression intra-abdominale, observée avant la section du premier phrénique. Luciani attribue la persistance des caractères de cette courbe, après la section des phréniques, à ce fait que, paralysé, le diaphragme continue à se mouvoir comme par le passé, mû dans ce cas passivement par l'ampliation plus grande des poumons. L'animal exécute, après la section des phréniques, des mouvements respiratoires plus étendus; mais il nous paraît erroné de croire que les bases pulmonaires puissent, dans ces conditions, abaisser autant le diaphragme que la contraction physiologique de ce muscle.

Les obstacles à la sortie de l'air et à son entrée dans les voies respiratoires, la quantité de sang plus ou moins grande que renferme, à chaque phase inspiratoire ou expiratoire, la cavité abdominale, les moyens de fixation de l'animal, la narcose sont autant de facteurs qui modifient les variations respiratoires de la pression abdominale. Mais le sens dans lequel ces divers facteurs interviennent isolément n'est pas indiqué par Luciani.

Le professeur Verstraeten, de Gand, a remis la question qui nous

occupe à l'ordre du jour en 1887 [1]. D'après lui, certaines expériences faites sur l'homme et sur les animaux le conduiraient à admettre que, dans la généralité des cas, l'augmentation de la pression ventrale se ferait pendant l'expiration, la diminution pendant l'inspiration. Ne dérogeraient à cette règle générale, pour rentrer sous la loi admise jusque-là, que les cas où le périmètre abdominal dépasserait notablement, au niveau de l'ombilic, celui de la base du thorax (comme chez le lapin), ou ceux dans lesquels on rencontre, au contraire, un ventre excavé. D'après cette opinion, l'augmentation de pression abdominale pendant l'inspiration ne se rencontrerait que chez le plus petit nombre des individus, ou bien dans des cas pathologiques tels qu'ascite, tympanisme, tumeur, etc., ou amaigrissement, ventre en carène, etc.

Verstraeten appuie son opinion sur les conceptions théoriques suivantes : Le ventre acquiert généralement dans l'inspiration un volume plus considérable que dans l'expiration; les parois abdominales, en se distendant, tendent, en quelque sorte, à raréfier leur contenu. L'inverse se passerait pendant l'expiration. Dans les conditions anormales, au contraire (ampliation ou rétraction), l'aire ventrale inspiratoire deviendrait inférieure à l'aire expiratoire.

Il est bien vrai que l'abdomen augmente généralement de volume pendant l'inspiration, et diminue pendant l'expiration. Mais ne doit-on pas voir dans ce phénomène le résultat et non la cause des variations de pression ventrale? Les parois de l'abdomen, normalement flasques ou peu actives, et non rigides, comme le thorax, par exemple, suivent l'impulsion de la pression qui agit sur elles, loin de distendre et de condenser leur contenu.

Nous voyons que les auteurs dont nous venons de passer les travaux en revue sont loin de s'accorder au sujet des variations respiratoires de la pression intra-abdominale. Tandis que les uns admettent comme règle, sujette à de très nombreuses exceptions, l'augmentation de pression ventrale pendant l'inspiration, et la diminution pendant l'expiration, les

[1] C. Verstraeten, *Modifications de la pression intra-abdominale pendant les mouvements respiratoires* (Annales de la Société de médecine de Gand, 1887).

autres admettent le rapport inverse (notamment Luciani chez le chien, et Verstraeten chez l'homme et chez le chien).

Tous parlent de nombreuses influences qui renversent ou embrouillent les courbes des variations normales de la pression intra-abdominale : l'espèce (chien, homme), le type respiratoire (respiration costale, respiration diaphragmatique, inspiration profonde, expiration active, etc.), l'activité plus ou moins prépondérante des muscles inspirateurs et expirateurs thoraciques et abdominaux, le moment où ces divers groupes musculaires interviennent, la position de l'individu, l'état de veille ou de sommeil, la quantité de sang qui entre et sort à chaque phase respiratoire de l'abdomen, la facilité plus ou moins grande avec laquelle l'air entre et sort des voies respiratoires, etc. Verstraeten envisage surtout, avons-nous vu, le périmètre ventral relativement à la base du thorax.

En présence de ces controverses et de la multiplicité des causes que l'on invoque pour expliquer l'inconstance des variations respiratoires de la pression intra-abdominale, il nous a paru intéressant d'instituer des expériences nouvelles sur l'homme et sur le chien, en modifiant non seulement les conditions expérimentales, mais aussi les méthodes. Nous espérons ainsi pouvoir établir ce qui est la règle générale, et faire la part réelle des influences, si nombreuses et si compliquées en apparence, qui peuvent agir sur la pression abdominale.

Quant à la valeur absolue de la pression abdominale, dont nous ne parlerons que brièvement ici, la mensuration faite à l'intérieur de l'estomac ou de l'intestin nous paraît fautive. C'était le procédé de P. Bert. Rosenthal semble l'admettre aussi; d'ailleurs Hulkrautz [1] a trouvé que la pression intrastomacale se rapprochait beaucoup de la pression intra-abdominale. Cet auteur a trouvé que, chez l'homme, les oscillations respiratoires de cette pression comportaient une augmentation en faveur de l'inspiration, augmentation qui varie avec les diverses positions.

Dans la position horizontale, l'augmentation pendant l'inspiration est de 5 centimètres;

[1] HULKRAUTZ, *Ueber die respiratorischen Bewegungen des menschlichen Zwerchfells* (SKANDINAVISCHES ARCHIV FÜR PHYSIOLOGIE, 1890).

Dans la position verticale, l'augmentation pendant l'inspiration est de 0m,046;

Dans la position oblique (tête en bas), l'augmentation de l'inspiration est de 5 centimètres.

D'après lui, les oscillations de la pression intrastomacale peuvent être identifiées avec celles de la pression intra-abdominale.

Diverses circonstances modifient du reste la motilité du diaphragme et la pression ventrale qui en résulte; ce sont : position du corps, compression par les vêtements (corset), état de réplétion de l'estomac et des organes abdominaux, les occupations de la journée, le type respiratoire; chez un même individu, elle varierait même d'un moment à l'autre. La race, le sexe sont encore, d'après Hulkrautz, de même que la volonté, des causes qui modifient profondément la pression abdominale. C. Hasse nous a rappelé les motifs pour lesquels on admettait une pression abdominale positive, mais faible. Il y aurait aussi, d'après cet auteur, des points qui seraient le siège d'une valeur négative, dans certaines positions.

E. Odebrecht [1] a signalé deux cas dans lesquels la vessie était le siège d'une pression négative. Mais ici il s'agissait de cas dans lesquels des adhérences péritonéales fixaient la vessie et en empêchaient le retrait; ou bien le phénomène se présentait quand, pressant la main sur un ventre excavé, on cessait subitement cette pression, ou encore en faisant inspirer profondément la malade.

L'étude de la pression intra-abdominale est intéressante et utile à plus d'un titre. Dans les conditions physiologiques, elle intervient puissamment dans le fonctionnement des organes abdominaux, en modifiant utilement leur forme, en diminuant la résistance que le foie, la rate, le rein opposent à la circulation; en favorisant la sécrétion et l'excrétion des organes auxquels ces fonctions sont dévolues; en facilitant encore le cheminement des matières contenues dans le tube digestif. Son rôle dans la circulation de retour est important, et nous ajouterons dès maintenant

[1] E. Odebrecht, *Beitrag zur Lehre vom intraabdominellen Druck* (Berliner klinische Wochenschrift, 1875, pp. 175-178).

qu'il est très favorable que la pression intra-abdominale augmente régulièrement pendant l'inspiration, car c'est alors que le vide thoracique appelle le sang veineux au cœur droit; l'augmentation de pression abdominale pendant l'inspiration agit dans le même sens.

A l'état pathologique, au contraire, la diminution et aussi l'excès de pression ventrale nous rendent compte de nombreux phénomènes morbides sur lesquels Heinricius [1] vient encore d'attirer notre attention, en étudiant les effets de l'augmentation de la pression intra-abdominale sur la circulation et la respiration.

Ne serait-il pas possible enfin que la pression intra-abdominale, en altérant l'irrigation sanguine de certains organes abdominaux en rapport avec l'extérieur, préparât ceux-ci à la réception et à la multiplication de certains microbes pathogènes (par exemple, une vessie s'hyperémie à la suite du cathétérisme)?

[1] G. Heinricius. *Ueber den Einfluss der Bauchfüllung auf Circulation und Respiration* (Zeitschrift für Biologie, 1890, p. 113).

§ II.

I. OBSERVATIONS SUR L'HOMME, LA FEMME ET L'ENFANT.

Les observations sur l'espèce humaine, que nous présentons d'abord, ont été prises à l'hôpital, où le grand nombre des malades mis à notre disposition nous a permis de multiplier les conditions d'expériences et de varier les méthodes d'enregistrement. Nous avons eu la chance de pouvoir utiliser aussi certains cas cliniques très favorables à l'étude des variations respiratoires de la pression intra-abdominale.

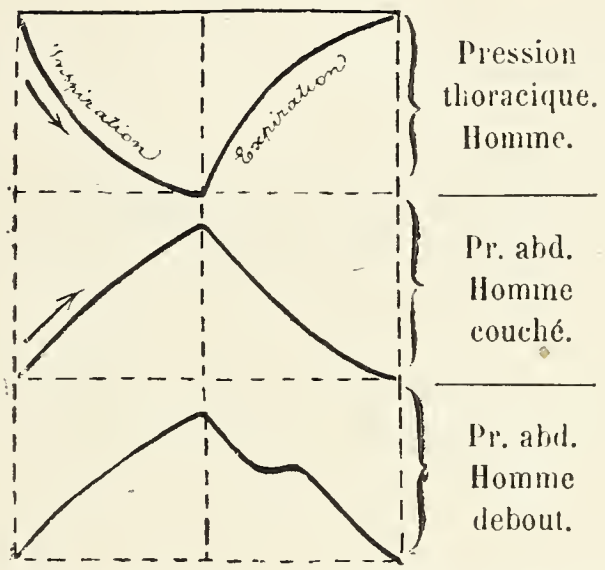


FIG. 1. — Variations respiratoires de la pression thoracique et de la pression abdominale chez l'homme (schématique).

Chez l'individu sain, l'intérieur de l'abdomen n'est guère accessible à l'expérimentation inoffensive que par l'estomac, le rectum ou la vessie. Nous pourrons enregistrer dans l'estomac de grandes variations de pression. Nous sommes là, en effet, tout près du diaphragme, ce grand facteur des variations respiratoires de la pression abdominale; et la grande cavité de l'organe, la minceur des parois sont autant de conditions favorables. Nous avons introduit dans l'estomac des sondes ouvertes (tube de Fauché), que nous mettions en rapport avec un tambour à levier. Mais il vaut mieux lier, à l'extrémité de

fines sondes œsophagiennes, une ampoule de caoutchouc à parois minces, et pousser ces sondes jusque dans l'estomac.

Nous avons introduit des sondes semblables dans le rectum; mais les tracés obtenus par ce procédé montrent des courbes à amplitude très petite. On obtient des graphiques plus manifestes en insufflant assez fortement une grande ampoule ou un condome introduit dans le rectum, et en reliant ces appareils à un manomètre à eau. Le liquide de celui-ci oppose une résistance à la sortie de l'air en dehors de la poche de caoutchouc ou de baudruche, et la colonne d'eau transmet fidèlement au tambour enregistreur les variations de pression intrarectale. C'est même, pour ainsi dire, le seul moyen d'obtenir des variations convenables de cette pression dans la position debout.

Dans la vessie saine, nous avons introduit des sondes molles de Nélaton, que nous reliions ensuite à un tube en U, lequel se remplissait d'urine, et celle-ci, parvenue au niveau que lui assignait la pression vésicale, subissait des oscillations respiratoires.

Il faut naturellement que la vessie soit suffisamment pleine pour que ces procédés réussissent.

Nous avons généralement enregistré la respiration thoracique en appliquant le pneumographe de Knoll sur la partie moyenne et antérieure du thorax, le plus souvent à droite, pour éviter le tracé cardiaque. Nous avons aussi introduit dans une narine un bouchon percé d'un orifice par lequel passait un tube en rapport avec le tambour, la bouche étant fermée; mais ce procédé est moins rigoureux que le premier.

Le rectum se prête assez bien aux observations prises pendant la narcose chloroformique. Nous avons enfin donné à nos sujets diverses attitudes : ils étaient couchés, assis, debout, etc.

A. Expériences chez les individus sains [1].

Chez l'homme (la femme ou l'enfant) dont les parois abdominales sont relâchées (décubitus dorsal ou latéral, état de veille, de sommeil naturel ou de narcose chloroformique), le

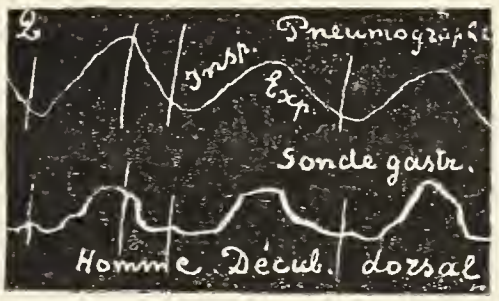


Fig. 2. — Courbe de pression abdominale (sonde gastrique) et courbe du pneumographe prises chez un homme dans le décubitus dorsal.

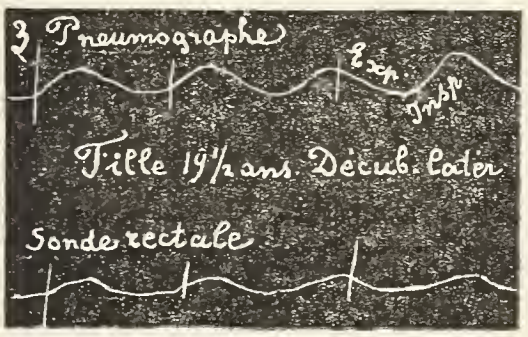


Fig. 3. — Courbe de pression abdominale (sonde rectale) et courbe du pneumographe recueillies chez une femme de 19 ½ ans, portant corset depuis l'âge de 14 ans.

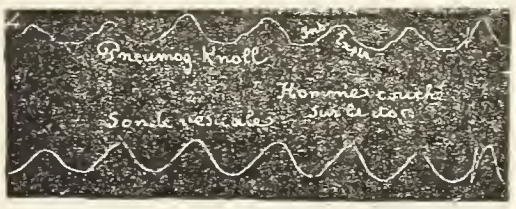


Fig. 4. — Courbe de pression abdominale (sonde vésicale) et courbe du pneumographe recueillies chez un homme dans le décubitus dorsal.

[1] Nous entendons par là les sujets qui n'ont rien d'anormal, ni du côté du thorax, ni du côté de l'abdomen. C'est donc dans le service de chirurgie que nous les avons surtout recrutés. Nos expériences étaient d'ailleurs inoffensives, et les tracés que nous avons recueillis pendant le sommeil chloroformique étaient pris lors d'une opération quelconque.

contenu de la vessie, celui de l'estomac et du rectum présentent des variations de pression isochrones avec les mouvements respiratoires. La pression augmente pendant toute la durée de l'inspiration ; elle diminue pendant l'expiration. Le milieu abdominal se trouve donc soumis, par le fait de la respiration, à des oscillations périodiques de pression exactement inverses de celles du milieu thoracique (voir fig. 1 à 4).

La coïncidence des courbes de pression thoracique et abdominale est surtout exacte dans le sommeil chloroformique. Chez l'individu éveillé, il y a souvent un léger retard de l'ascension inspiratoire de la pression abdominale sur le soulèvement des côtes et le mouvement de dilatation du thorax qu'inscrit le pneumographe. Ce retard semble dépendre d'un retard de la contraction du diaphragme.

Dès que les parois abdominales se tendent, comme c'est le

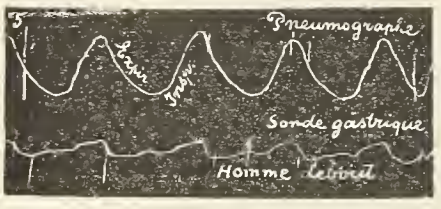


Fig. 3.— Courbe de pression abdominale (sonde gastrique) et courbe du pneumographe recueillies chez un homme dans la station verticale.

cas dans la station debout et, jusqu'à un certain point, dans la position génu-pectorale et chez le sujet assis, la courbe respiratoire de la pression abdominale se modifie. L'inspiration est toujours marquée par une augmentation graduelle de la pression abdominale ; mais l'expiration, après avoir amené d'abord une diminution de pression, nous montre ensuite un relèvement momentané de la courbe qui précède la chute finale de pression.

L'expiration semble se faire en trois fois : d'abord passivement (chute initiale), puis activement (relèvement momentané de la courbe), puis passivement (voir fig. 5).

La figure schématique suivante (fig. 1) nous montre l'influence de l'attitude du sujet sur la courbe des variations de pression respiratoire du milieu abdominal.

B. Observations cliniques.

Le hasard à mis entre nos mains quelques cas cliniques très favorables à l'étude de la pression abdominale.

Observation I. — Kyste rétrorectal du petit bassin, ouvert après excision du coccyx et de l'extrémité du sacrum, et ayant laissé écouler un demi-litre d'un liquide brun, transparent. Le kyste, à l'époque où nous fîmes nos expériences, communiquait avec l'extérieur par une fistule circulaire de quelques millimètres de diamètre. Ce pertuis permettait l'introduction d'un drain établissant la communication hermétique avec un

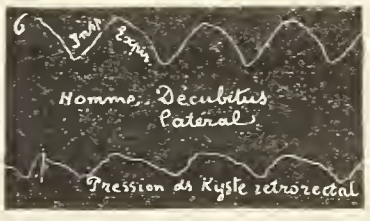


Fig 6. — Pression abdominale prise dans un kyste rétrorectal et courbe respiratoire. Homme dans le décubitus latéral.

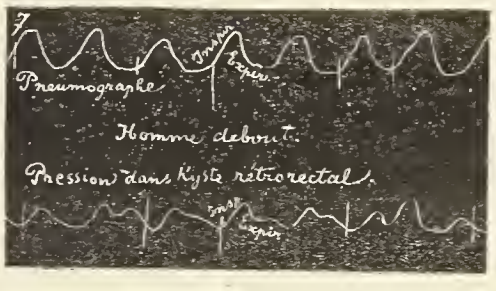


Fig. 7. — Mêmes tracés que dans la figure 6. L'homme est debout.

tambour à levier, soit directement (transmission par l'air), soit avec interposition d'un tube en U, contenant de l'eau phéniquée (le kyste étant également, dans ce cas, rempli d'eau phéniquée). Ce malade fournit des tracés respiratoires de la pression abdominale entièrement conformes à ceux recueillis chez l'homme sain : antagonisme rigoureux des variations de pression abdominale et thoracique dans ce décubitus dorsal (fig. 6). Ondulation positive du tracé abdominal à la fin de l'expiration, dans les positions génu-pectorale, assise ou debout (fig. 7).

Observation II. — Discision de la moelle (reconnue à l'autopsie), produite par une fracture de la colonne vertébrale entre la onzième et la douzième vertèbre dorsale. Paralysie de la presse abdominale. Inscription de la pression abdominale au moyen d'une sonde introduite dans la vessie distendue et paralysée. Décubitus dorsal. Antagonisme rigoureux des variations respiratoires de la pression abdominale et de la pression thoracique (fig. 8).

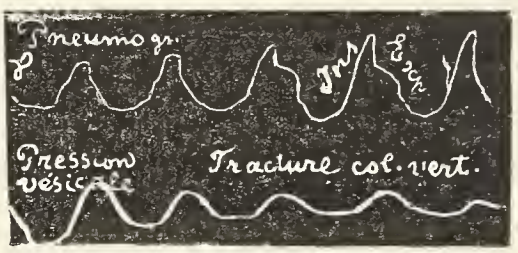


Fig. 8. — Courbe de pression abdominale et courbe du pneumographe chez un patient à moelle épinière déchirée en travers.

Observation III. — Cirrhose hépatique. Ascite. Expériences faites au cours d'une ponction pratiquée dans le but d'évacuer le contenu liquide de l'abdomen. La canule du trocart est reliée, avec interposition d'un tube en U, au tambour à levier de Marey. Décubitus dorsal. Tracés pris : *a*) au début de l'opération ; *b*) vers le milieu ; *c*) à la fin de l'évacuation. Les tracés *a*, *b*, *c* montrent tous trois l'élévation de la pression abdominale pendant l'inspiration, sa chute pendant l'expiration. L'amplitude des courbes diminue à mesure que le ventre se vide. Sur la courbe *a* se voit parfois une petite élévation de pression venant interrompre la chute expiratrice de la pression abdominale. Malgré le décubitus dorsal, la tension des parois abdominales fait donc sentir ses effets sur la courbe expiratrice de la pression abdominale.

Observation IV. — Paralysie unilatérale du diaphragme par suite d'*empyème pleural*. Pression abdominale prise dans la vessie. Diminution de la pression ventrale à l'inspiration ; augmentation de la pression à l'expiration. L'inversion des courbes

respiratoires de pression de la pression abdominale est due, sans aucun doute, à la paralysie du diaphragme (fig. 9).

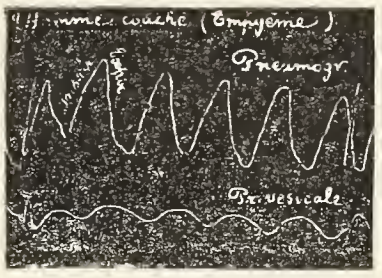


Fig. 9. — Courbe de pression abdominale (vessie) et courbe du pneumographe recueillies chez un patient atteint d'empyème (paralysie du diaphragme).

II. EXPÉRIENCES SUR L'ANIMAL.

C'est le chien que nous avons choisi comme sujet de nos expériences, parce qu'il a le plus servi déjà à l'étude de la pression intra-abdominale; il présente en effet, comme l'homme, le type respiratoire costo-abdominal.

Nous pourrons ici, plus encore que chez l'homme, varier le mode d'enregistrement de la pression abdominale. Un procédé qui permet de recueillir de belles variations respiratoires de de cette pression, consiste à faire l'opération de la fistule gastrique, l'estomac étant préalablement fixé à la paroi ventrale. Si l'on opère suivant les règles de l'antisepsie, on peut conserver l'animal, ce qui permettra plus tard de prendre des tracés de la pression abdominale chez un chien non lié, non endormi, dans des attitudes physiologiques ou non. Nous fixions, dans l'ouverture artificielle de l'estomac, une canule à fistule gastrique, serrée exactement dans cette ouverture. Un tube de verre fixé hermétiquement dans la canule au moyen d'un bouchon, mettait le contenu stomacal en rapport avec un tambour à levier, chargé d'enregistrer les variations de la pression stomacale. Dans le décubitus dorsal et quand l'estomac est relativement vide, on obtient très bien, de cette façon, les variations respiratoires de la pression ventrale. Si l'animal est mis sur ses quatre pattes, il faut modifier le procédé d'inscrip-

tion : on introduit dans l'estomac une vessie mince (un condome par exemple), qu'on insuffle ensuite et puis qu'on relie à un manomètre à eau. La colonne liquide s'oppose à la sortie de l'air de l'ampoule, et transmet correctement les variations de la pression du contenu stomacal au tambour à levier.

Si l'on couche le chien sur la gouttière d'opération, d'autres procédés peuvent être employés. Très souvent, nous faisions une boutonnière sur la ligne blanche, ouvrant ainsi la cavité péritonéale. Nous introduisions dans cette fistule abdominale une canule à fistule gastrique, et, ici encore, un tube établissait la communication entre l'abdomen et l'appareil enregistreur. Mais comme la canule tend, par son poids, à venir s'obturer par la hernie des intestins, nous la relevions par une petite tringle transversale, fixée à la gouttière d'opération.

Nous opérions tantôt sur la ligne blanche à différentes hauteurs, tantôt sur les parois latérales de l'abdomen. Les graphiques obtenus par le procédé de la fistule abdominale, correspondent complètement aux tracés pris par la fistule gastrique, ou par l'ampoule rectale. Celle-ci transmet cependant des oscillations de la pression abdominale beaucoup moins amples, soit que, dans le petit bassin, ces oscillations respiratoires soient réellement moindres, soit que les parois intestinales les réduisent. Cette dernière cause intervient certainement, car, lorsqu'on pousse la sonde rectale jusqu'au milieu du ventre, le tracé obtenu conserve des oscillations très limitées encore.

La respiration thoracique était généralement enregistrée par le pneumographe de Knoll ; nous n'avons employé la canule trachéale bifurquée, ou utilisé la respiration dans une atmosphère confinée, que lorsque les conditions d'expérience l'exigeaient.

Il y a un point essentiel à envisager lorsqu'on observe les variations respiratoires de la pression intra-abdominale chez le chien : il faut, en effet, bien distinguer le cas où l'on prend ces mensurations lorsque l'animal est sur le dos, dans la gouttière d'opération, lié par ses quatre membres et par la tête,

anesthésié plus ou moins, des cas où l'on observe, dans des conditions absolument normales, le chien non attaché, sur ses quatre pattes, tout à fait éveillé. Le plus souvent, dans le premier cas, l'animal doit être profondément endormi pour avoir une respiration calme et régulière; sinon l'expiration est forcée, ou la respiration est tout au moins irrégulière, l'expiration étant tantôt calme et passive, tantôt bruyante et forcée. Il y a du reste, à ce point de vue, des variations individuelles : certains chiens ne demandant pas une narcose profonde pour respirer tranquillement, quoique liés.

1. *Pression intra-abdominale prise chez des chiens endormis, fixés sur le dos.*

Nous endormions nos chiens avec des doses de chlorhydrate de morphine variant entre 5 et 20 centigrammes, selon le poids de l'animal. Souvent, pour obtenir une respiration normale, nous étions forcé de donner en outre un peu de chloroforme, avec prudence. Lorsque l'animal respire tran-

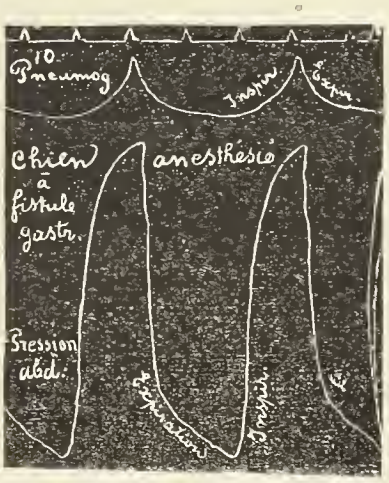


Fig. 10. — Courbe de pression abdominale et courbe du pneumographe chez un chien à fistule gastrique, anesthésié.

quillement, normalement par conséquent, la pression intra-abdominale augmente pendant l'inspiration, diminue pendant l'expiration. Nous avons observé ce résultat chez le plus grand nombre de nos animaux, sans qu'il fût besoin de leur faire

respirer du chloroforme, indépendamment de leurs doses de morphine (toujours assez faibles). Rarement nous avons eu recours à ce dernier moyen, qui transforme rapidement l'expiration active en une respiration calme.

Le chien anesthésié et attaché sur le dos se comporte donc

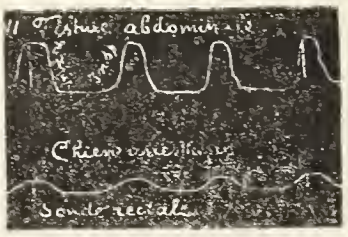


FIG. 11. — Courbes de pression abdominale recueillies simultanément par une sonde rectale et par une fistule abdominale, chez un chien anesthésié.

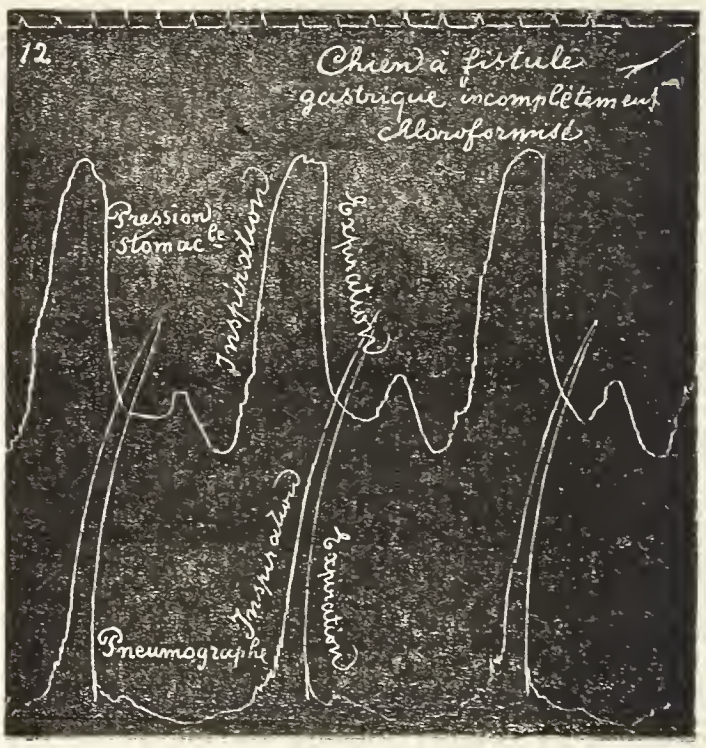


FIG 12. — Pression stomacale et courbe respiratoire du pneumographe recueillies chez un chien à fistule gastrique, incomplètement anesthésié.

exactement comme l'homme dans le décubitus dorsal, au point de vue des variations respiratoires de la pression abdominale.

Mais si l'animal est anesthésié incomplètement, ou s'il est éveillé, l'expiration devient en partie active, et l'on voit la courbe de pression se relever à la fin de l'expiration, comme chez l'homme debout. Si l'expiration est très active, si l'animal,

se sentant attaché, exécute un effort à chaque expiration, la courbe de pression abdominale pourra même se renverser complètement, monter à l'expiration, descendre à l'inspiration.

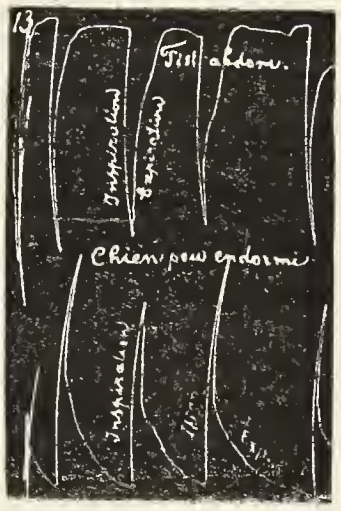


Fig. 13. — Courbes de pression abdominale et courbes respiratoires recueillies chez un chien incomplètement anesthésié.

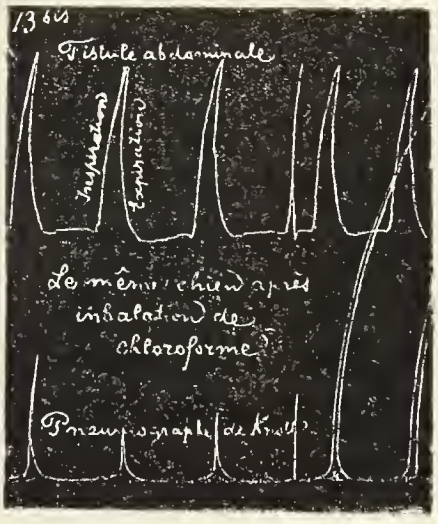


Fig. 13bis. — Mêmes courbes recueillies chez l'animal chloroformisé.

Une narcose plus complète fait immédiatement reparaître le type de courbe semblable à celle de l'homme dans le décubitus dorsal.

2. *Pression intra-abdominale prise chez le chien éveillé. Influence de l'attitude.*

Nous avons conservé en vie un chien auquel nous avions fait, *secundum artem,* l'opération de la fistule gastrique. Ce chien, complètement remis, nous a servi de nombreuses fois, et toujours nous avons eu la satisfaction de retrouver les mêmes résultats. Très docile, notre animal, porteur de sa fistule, restait tranquillement devant l'appareil enregistreur, sans liens, dans la position que nous lui donnions.

Nous introduisions, à travers la canule en argent qui maintenait l'estomac ouvert, une légère ampoule de caoutchouc (ou un condome), que nous insufflions et que nous reliions au tambour à levier, indirectement, par l'interposition d'un tube en U rempli à moitié d'eau.

Lorsque l'animal est sur le dos, non fixé, on voit nettement coïncider l'inspiration avec une augmentation de pression intra-abdominale, tout comme chez l'animal fixé sur la gouttière et endormi. Il suffit de lier l'animal éveillé sur la gouttière, pour voir se dessiner dans la courbe abdominale une courbe secondaire à la fin de l'expiration, tout comme chez un animal fixé sur le dos et peu endormi. Il est possible aussi que la fixation des membres inférieurs entraîne, par suite d'une certaine tension de l'abdomen, cette courbe secondaire expiratoire.

Mais rendons au chien son attitude tout à fait physiologique. Mettons-le sur ses quatre pattes : alors les courbes des pressions intrastomacale et intrarectale (pression abdominale) semblent devenir irrégulières ; analysons de plus près ces détails : nous verrons que l'expiration donne une ascension le plus souvent maximale de la pression abdominale, que l'inspiration amène une seconde ascension plus petite généralement, qui parfois cependant lui est égale et même supérieure. Le fait est que maintenant l'acte respiratoire complet se marque, du côté de la pression intra-abdominale, par une double évolution. Ce résultat reproduit bien ce que nous avons observé chez

l'homme dans la position assise, debout ou génu-pectorale; mais nous remarquerons que, tandis que dans l'espèce humaine l'ascension inspiratoire est la plus forte, dans l'espèce canine, c'est ordinairement l'ascension expiratoire qui l'emporte sur la première. Cette courbe secondaire de la fin de l'expiration,

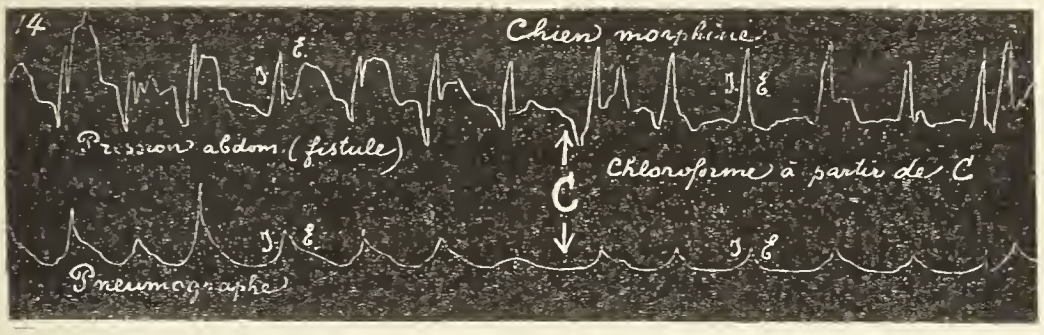


Fig. 14. — Pression abdominale et tracé du pneumographe recueillis chez un chien morphiné (incomplètement anesthésié), attaché sur le dos A partir de C, on donne du chloroforme.

chez l'homme comme chez le chien, paraît être due à ce que les parois reviennent activement sur elles-mêmes à la fin de l'expiration, ou, si l'on veut, réagissent alors par une tension plus grande, et cela dans certaines attitudes telles que la masse viscérale vienne peser plus fortement sur ces parois.

3. *Section de la moelle épinière, paralysant les muscles abdominaux.*

Les observations que nous avons faites jusqu'à présent nous conduisent à la déduction très claire, que l'augmentation inspiratoire de la pression intra-abdominale est due à la contraction du diaphragme. Nous avons cru pouvoir admettre aussi que les irrégularités, ou les courbes secondaires expiratoires, qui apparaissaient dans le tracé de cette pression, dans certaines circonstances, devaient être rapportées à l'intervention plus ou moins grande des muscles de la presse abdominale pendant la phase expiratoire. Il nous a paru intéressant d'appeler à la sanction de ces conclusions certaines expériences, ayant d'une part le but d'établir une respiration pure-

ment diaphragmatique, de l'autre celui d'annuler la contraction phrénique.

Chez l'homme, nous avons déjà pu utiliser un cas clinique heureux, où une fraction de la colonne avait produit une discision complète de la moelle, entre la onzième et la douzième vertèbre dorsale. Mais la paralysie musculaire de l'abdomen, qui en était résultée, n'avait amené, nous nous le rappelons, aucun changement dans le tracé abdominal, parce que, chez l'homme couché sur le dos, l'abdomen ne prend aucune part active à l'expiration.

Chez le chien, nous avons sectionné la moelle entre la sep-

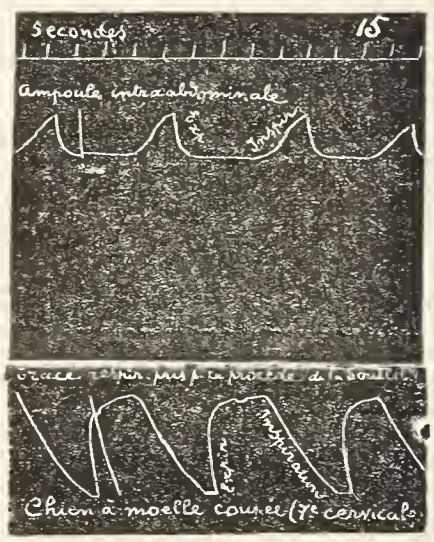


Fig. 15.— Pression abdominale et tracé respiratoire recueillis chez un chien à moelle coupée entre la septième vertèbre cervicale et la première dorsale.

tième vertèbre cervicale et la première dorsale, et nous avons pu observer que, là encore, les variations respiratoires de la pression intra-abdominale étaient peu influencées par la paralysie des muscles respiratoires thoraciques et abdominaux, qui résultait de cette opération. Seules, les courbes secondaires de l'expiration, obtenues dans certaines narcoses imparfaites, ne se montraient plus.

Après la section médullaire, le thorax ne se meut plus, si ce n'est dans ses parties inférieures, que soulève encore la portion marginale du diaphragme, à chaque inspiration. Le ventre

bombe plus pendant cette dernière que normalement. La méthode la plus exacte pour obtenir un tracé respiratoire dans ces conditions, consiste à faire respirer l'animal dans une grande bonbonne (50 litres), et à relier ce récipient à un tambour enregistreur. Dans le tracé, on voit bien la coïncidence et l'allure inverse des deux courbes.

4. *Section des phréniques, paralysant le diaphragme.*

Si les variations respiratoires de la pression intra-abdominale se font presque toujours dans le sens que nous avons indiqué, et si elles résultent vraiment de la contraction et du relâchement du diaphragme, une contre-épreuve s'impose. En amenant une paralysie complète de ce muscle, les varia-

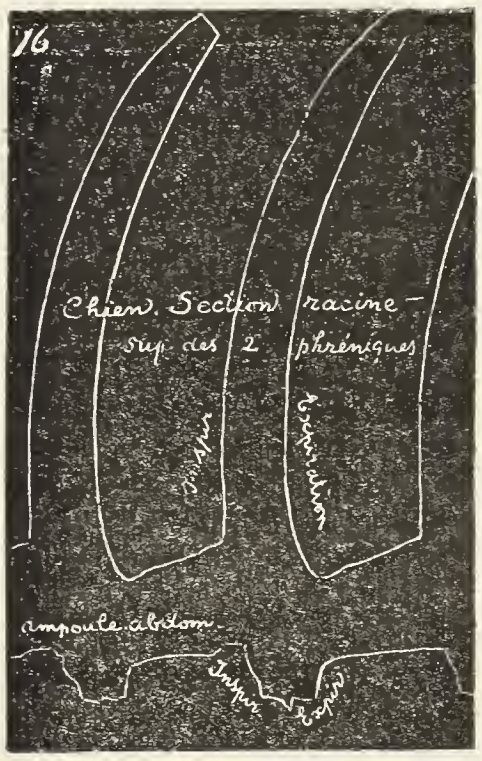


Fig. 16. — Courbe de pression abdominale et courbe du pneumographe recueillies chez un chien après section de la racine supérieure des deux nerfs phréniques.

tions de pression abdominale doivent, non seulement ne plus se faire dans le sens habituel, mais encore subir l'influence des variations de pression intra-thoracique. Nous avons vu que le diaphragme, fonctionnant sainement, oppose une barrière si forte à ces dernières variations, que celles-ci n'influencent

pour ainsi dire aucunement l'amplitude des oscillations respiratoires de la pression intra-abdominale; mais ce puissant muscle inspirateur devenu inerte, l'ampliation thoracique inspiratoire fait sentir facilement ses effets jusque dans l'abdomen; d'ailleurs, en cas de paralysie du diaphragme, les côtes, et surtout les côtes supérieures, se soulèvent davantage. Ces deux causes réunies, relâchement phrénique et respiration thoracique vicariante, justifient le renversement des courbes respiratoires de la pression intra-abdominale, que nous avons observé dans ces conditions : diminution à l'inspiration, par conséquent, et augmentation à l'expiration. Ce résultat, Duchenne, de Boulogne, nous l'avait fait pressentir, lorsqu'il

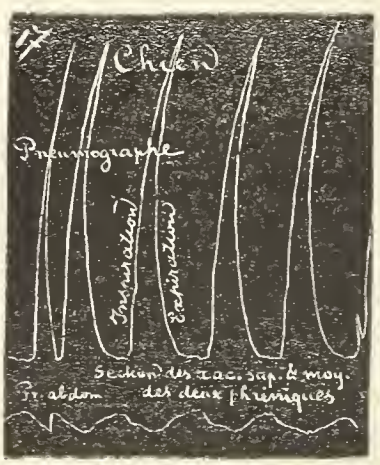


FIG. 17. — Pression abdominale et courbe du pneumographe recueillies chez un chien après la section des racines supérieures et moyennes des deux nerfs phréniques.

disait que dans la paralysie du diaphragme, pendant l'inspiration, les hypocondres et l'épigastre sont déprimés, tandis que la poitrine se dilate; et qu'au contraire, pendant l'expiration, l'abdomen se soulève et la poitrine se resserre. Nous avons vu que l'expiration très active amène aussi ce renversement de la loi physiologique.

Cela se présentera encore s'il siège un obstacle à l'entrée de l'air dans les voies respiratoires supérieures, obstacle qui rend impossible, ou tout au moins très incomplète, la contraction du diaphragme, par suite de la pression négative très forte qui règne alors dans la cavité thoracique à l'inspiration, alors que le soulèvement des côtes peut encore avoir lieu : par

exemple, dans les cas de croup laryngien, d'œdème glottique, de corps étrangers, etc.

Chez l'homme, nous avons déjà présenté un cas de paralysie du diaphragme, liée à un empyème pleural. Mais expérimentalement nous n'amènerons pas toujours une paralysie complète du diaphragme par la section de la racine supérieure du phrénique des deux côtés. Nous allons d'ailleurs étudier de plus près cette question du rôle moteur dévolu à chaque racine du phrénique. Rappelons d'abord que le phrénique a trois racines qui naissent respectivement de la quatrième, cinquième et sixième paire cervicale, et que la réunion de ces racines s'effectue au niveau de la première côte, derrière les veines cervico-brachiales qui confluent en ce point pour donner la veine innominée; et vu l'inaccessibilité de ce tronc commun sur le vivant, sans ouverture du thorax, on est réduit à expérimenter sur les racines séparément, ou à couper toutes les racines si l'on veut obtenir une paralysie complète du diaphragme. Une longue série d'expériences faites chez le chien nous ont conduit aux résultats suivants :

1° La section d'une racine supérieure du phrénique, gauche ou droite, amène déjà parfois le renversement de la loi ordinaire. Dans ce cas cependant, on complète progressivement ce renversement par la section ultérieure des autres racines;

2° L'augmentation expiratoire de la pression intra-abdominale s'obtient généralement, mais pas toujours, par la section de la racine supérieure des deux phréniques; et quand cela arrive, la section des autres racines n'exagère pas beaucoup le renversement;

3° Il y a enfin des cas où, pour avoir ce renversement, nous avons dû sectionner l'une ou les deux racines moyennes (une gauche et une droite), en sus des racines supérieures (droite et gauche);

4° Enfin, pour avoir ce renversement complet et bien marqué, souvent nous avons eu, en outre, recours à la section de l'une ou des deux troisièmes racines inférieures (une gauche, une droite).

Peut-être la résistance plus ou moins forte du diaphragme à la section de plusieurs racines du phrénique dépend-elle de l'âge de l'animal, cette résistance étant plus forte (diaphragme moins vite paralysé) dans le jeune âge ; mais c'est là une hypothèse que nous n'avons pu vérifier par un assez grand nombre d'expériences.

Il ressort de ces faits que toutes les racines du phrénique contiennent des fibres motrices.

5. *Section des phréniques et ouverture de la poitrine.*

L'augmentation expiratoire et la diminution inspiratoire de la pression intra-abdominale, chez un animal à phréniques coupés, dépendent, nous l'avons dit, de la rétraction et de l'ampliation thoracique. Si cette explication est exacte, l'ouverture du thorax doit faire disparaître alors toute variation de pression abdominale, puisque dans ces nouvelles conditions, ce n'est plus le contenu abdominal qui sera, en quelque sorte, aspiré pendant l'inspiration, mais bien l'air extérieur à travers les brèches faites dans la cage thoracique. Pour que cette expérience réussisse, il n'est besoin que d'ouvrir, par de larges tubes de verre, deux espaces intercostaux de chaque côté. En outre, comme l'animal dont le thorax est ainsi maintenu ouvert ne respire plus spontanément, ou, plutôt, comme ses mouvements respiratoires ne font plus entrer d'air dans les poumons, il faut lui faire la respiration artificielle pendant quelques minutes, puis cesser ; l'animal est alors à l'état d'apnée ; mais la soif d'air arrive bientôt, et il exécute spontanément l'acte respiratoire de plus en plus profondément.

En opérant ainsi chez un animal où la section des racines moyenne et supérieure des deux phréniques avait produit déjà le renversement des courbes, je constate d'abord que la respiration artificielle amène une augmentation inspiratoire de la pression abdominale, parce qu'alors les deux bases pulmonaires, insufflées anormalement, viennent abaisser le diaphragme. J'interromps la respiration artificielle : après une

période d'apnée d'une ou deux minutes, la respiration reprend ; mais la fistule abdominale ne transmet aucune variation de pression abdominale. Il faut que la respiration devienne dyspnéique pour que les variations abdominales surviennent, et celles-ci ont cette fois le caractère inverse : l'ascension est de nouveau expiratoire. Si le thorax était plus largement ouvert, ces variations ne se reproduiraient pas, en dépit d'un soulèvement costal considérable.

Il ne serait pas exact d'admettre, avec Luciani, qu'après la section des phréniques le diaphragme est encore mis en mouvement, parce que les bases des poumons, plus dilatées, viendraient abaisser ce muscle, et produire, du côté de la pression abdominale, les mêmes effets que la contraction normale de ce muscle. En effet, il faut une respiration artificielle assez forte pour produire un léger abaissement du diaphragme, et jamais, après la section des phréniques, le poumon ne se dilate autant que par la respiration artificielle. D'ailleurs, plus la respiration thoracique devient forte après la paralysie phrénique, plus le diaphragme est attiré vers le haut pendant l'inspiration.

6. *Sensibilité des trois racines du phrénique.*

Nous avons cru ne pas nous écarter de notre sujet en étudiant de plus près la valeur fonctionnelle des différentes racines du phrénique. Nous avons été conduit déjà à admettre que toutes les racines du phrénique contenaient des fibres motrices. Voyons à présent ce que nous donnera l'excitation de chacune des racines par le courant induit (chariot de du Bois-Reymond).

Disons d'abord que des dissections nombreuses nous ont appris que sur le vivant il est difficile d'isoler *tout à fait* les deuxièmes et surtout les troisièmes racines (ou inférieures du phrénique), vu les connexions qui unissent ces racines aux autres nerfs. On intéressera donc par l'excitation de ces

racines un petit nombre de fibres étrangères au phrénique, ou, du moins, cela arrivera souvent.

L'excitation de chacune des racines supérieures, de la droite ou de la gauche, non coupées, amène la contraction tétanique du diaphragme, un abaissement plus prononcé de ce muscle, d'où augmentation de la valeur absolue de la pression intra-abdominale. C'est en effet par le tracé de la pression abdominale que nous jugeons de la contraction du diaphragme. Cette contraction phrénique est telle, qu'elle empêche, parfois pour un temps très court, les mouvements respiratoires du thorax par le vide thoracique très grand qu'elle produit. Quand ces mouvements respiratoires reprennent, alors que le diaphragme est toujours contracturé, l'inspiration produit une diminution de la pression abdominale. En effet, dans ces conditions, la pression intrathoracique, très négative déjà par le spasme phrénique, tend à le devenir davantage par le soulèvement inspiratoire du thorax; c'est alors que le diaphragme cède un peu à la force qui l'attire en haut, et c'est aussi alors que se produit la diminution de pression ventrale. Celle-ci revient, à l'expiration suivante, à la valeur que lui assigne la contracture du diaphragme.

Remarquons donc que les variations de pression intrathoracique ne modifient la pression abdominale qu'à condition que le diaphragme soit paralysé ou très affaibli (voir plus haut), ou, au contraire, abaissé outre mesure par la contraction tétanique.

L'excitation simultanée des deux racines supérieures (droite et gauche) amène une augmentation de la pression absolue de l'abdomen, augmentation plus grande que celle qu'amène l'excitation d'une seule racine supérieure, et souvent double de cette dernière.

L'excitation d'une racine moyenne, de la droite ou de la gauche, non sectionnée, a aussi pour effet la contraction tétanique du diaphragme; mais l'augmentation de pression ventrale qui en résulte, et qui donne la mesure de cette contraction, est moindre que celle qu'on observe par l'excitation d'une racine supérieure.

Ces expériences d'excitation démontrent que les racines supérieures et moyennes du phrénique ont un rôle moteur, et que les racines supérieures ont une puissance motrice plus grande que les racines moyennes, qu'elles renferment donc plus de fibres motrices.

Vainement nous avons essayé de produire la tétanisation du diaphragme par l'excitation de la troisième racine ou racine inférieure du phrénique, excitation qui se fait presque toujours sentir sur un certain nombre de fibres étrangères, étant donnée la difficulté d'isoler cette racine. Mais ce qui prouve la part motrice dévolue aussi à cette troisième racine, c'est le fait qu'on n'obtient le relâchement maximum du diaphragme, après la section des autres racines du phrénique, qu'en sectionnant la dernière racine.

En effet, les variations respiratoires physiologiques de la pression abdominale ne se renversent à leur maximum qu'après cette section. Si l'on porte les électrodes excitatrices sur le faisceau nerveux qui renferme la troisième racine, l'animal s'agite toujours et crie, quelque complète que soit la narcose.

Voilà assez d'arguments, croyons-nous, pour assigner à chaque racine phrénique une part dans l'incitation motrice du diaphragme, part qui paraît variable pour chacune. A côté de ces fibres motrices, certains faits expérimentaux nous ont fait admettre l'existence de fibres sensibles pour chaque racine [1].

La racine supérieure renferme des fibres sensibles en petit nombre, car la section ou l'excitation de cette racine, *si l'animal est peu endormi,* suscite quelques cris, quelques rares mouvements.

Ces cris et ces mouvements sont constants et plus prononcés à la section des racines moyenne et inférieure, même dans une narcose assez complète. Mais en raison de la difficulté d'isoler tout à fait ces racines, ces expériences ne sont pas complètement décisives. Pourtant, puisque le nerf phrénique est un nerf mixte, puisque sa racine supérieure renferme sur-

[1] Pour la sensibilité du phrénique, voir Anrep et Cybulski, *Physiologische Untersuchungen im Gebiete der Athmung und der vaso-motorischen Nerven.* Petersburg, 1884.

tout des fibres motrices, il est tout au moins vraisemblable que les deux autres contiennent des fibres sensibles à côté des fibres motrices que nous leur avons reconnues. Nous avons cherché encore à contrôler la supériorité esthésique de la racine moyenne sur la supérieure; la pression sanguine, quand on excite le bout central de la racine supérieure sectionnée, monte de quelques millimètres dans le manomètre à mercure relié à la carotide, mais cette ascension est plus grande (d'un centimètre environ) à l'excitation du bout central de la seconde racine ou racine moyenne.

Disons donc que des trois racines du phrénique :

La racine supérieure renferme surtout des fibres motrices et un peu de fibres sensibles (effets moteurs de la section, de l'excitation, cris, pression sanguine);

La racine moyenne renferme encore des fibres motrices, mais moins que dans les deux autres (effets moteurs à la section et à l'excitation); cette racine paraît être surtout sensible (cris);

La troisième racine est insuffisante à entretenir les contractions du diaphragme, car lorsqu'on sectionne la moelle entre la sixième et la septième vertèbre cervicale, après avoir sectionné encore la première et la deuxième racine du phrénique des deux côtés, l'animal meurt d'asphyxie, le cœur continuant à battre un certain temps.

Nous ferons incidemment la remarque, qu'après l'excitation et les manipulations des racines du phrénique, le diaphragme, fatigué, cesse d'amener les variations respiratoires de la pression intra-abdominale, habituellement observées; nous ne nous étendrons pas sur les modifications des variations respiratoires ventrales, qui résultent de cette fatigue. En les résumant, nous dirons qu'après ces manipulations et ces excitations répétées, le diaphragme se contracte d'abord avec du retard; plus tard, affaibli davantage, la pression intrathoracique triomphe de cet épuisement phrénique, et fait sentir directement ses effets jusque dans l'abdomen.

Aussi, dans ces conditions, la courbe abdominale recueillie est-elle anormale.

CONCLUSIONS.

Chez l'homme et chez le chien, dans les attitudes telles que le ventre est relâché (décubitus dorsal, décubitus latéral), la pression intra-abdominale augmente pendant l'inspiration et diminue pendant l'expiration, surtout au début de l'expiration ; à la fin de l'expiration, elle reste souvent stationnaire. Chez le chien lié sur la gouttière d'opération, il est parfois nécessaire d'endormir profondément l'animal pour obtenir ce rapport, qui peut donc *toujours* être obtenu par la narcose, et qui existe le plus souvent sans narcose ou avec narcose incomplète, même si le chien est lié.

Si, au contraire, l'abdomen est tendu (position debout, assise ou génu-pectorale, etc.), l'acte respiratoire complet amène du côté de la pression intra-abdominale, au lieu d'une évolution simple, une évolution double : une ascension inspiratoire (constante) et, pendant l'expiration, après la baisse initiale habituelle, une augmentation plus ou moins grande, suivie d'une nouvelle diminution.

Quand l'expiration est très active, quand le diaphragme est tétanisé ou, au contraire, paralysé ou parésié, quand il existe une grande gêne à l'entrée de l'air dans l'appareil pulmonaire, les mouvements respiratoires amènent une augmentation de la pression intra-abdominale pendant l'expiration, une diminution pendant l'inspiration.

On peut donc dire que le sens habituel, physiologique en quelque sorte, des variations respiratoires de la pression intra-abdominale n'est troublé que dans certaines positions (station verticale, position assise, génu-pectorale, animal sur ses quatre pattes, etc.), où l'on observe une courbe supplémentaire à la fin de l'expiration ; et qu'il n'est renversé que : 1° dans l'expiration très active ; 2° dans les cas où existent spasme, paralysie ou parésie phrénique pour l'une ou l'autre cause ; 3° obstacles à l'entrée de l'air dans les poumons (croup, œdème laryngien, corps étrangers, etc.). En dehors de ces derniers cas (1°, 2°, 3°), il existe donc *toujours* une augmentation de la

pression intra-abdominale pendant l'inspiration, due à la contraction (abaissement) du diaphragme, chez l'homme et chez le chien, et une baisse au commencement de l'expiration.

Les légers retards ou les avances qu'on note parfois dans les courbes abdominales, sur les courbes thoraciques, dérivent des défauts de méthode, ou de la contraction précoce ou tardive du diaphragme relativement à l'ampliation costale.

Quand le diaphragme fonctionne normalement, les variations d'amplitude du mouvement costal (des respirations thoraciques) ne modifient ni l'amplitude, ni le sens des oscillations respiratoires de la pression abdominale absolue. Il n'y a donc encore, au point de vue de la pression abdominale et au point de vue du sens et de l'amplitude des variations respiratoires de cette pression, que les cas où le diaphragme est paralysé, parésié ou tétanisé, qui soient influencés par les variations d'amplitude des respirations thoraciques (abstraction faite de la gêne respiratoire siégeant dans les voies respiratoires et de l'intervention active de la presse abdominale).

Les différences en plus ou en moins du périmètre abdominal sur le périmètre thoracique (à la base), semblent ne pas modifier la loi des variations respiratoires de la pression abdominale, énoncée plus haut.

Le sommeil chloroformique semble influencer très peu aussi cette règle générale. Cependant, quand il existe un manque de coïncidence entre les courbes abdominale et thoracique, le chloroforme et la morphine amènent parfois cette coïncidence.

Chez la femme, le port habituel du corset (type respiratoire costal supérieur) ne modifie pas la loi habituelle, physiologique, des variations respiratoires de la pression intra-abdominale, en dehors du port du corset [1].

Chez l'homme et chez le chien, les variations respiratoires de la pression abdominale sont très faibles dans le petit bassin, surtout dans la position debout chez l'homme.

Le nerf phrénique mixte renferme trois racines dont la supé-

[1] Si tant est que le type respiratoire de la femme tienne au port du corset, ce qui est controversé.

rieure renferme surtout des fibres motrices, et aussi un petit nombre de fibres sensibles ;

La seconde racine, ou racine moyenne, semble renfermer plus de fibres sensibles et moins de fibres motrices que la première, et plus de fibres motrices que la troisième ;

La troisième racine, ou racine inférieure, est probablement surtout sensible, mais elle renferme certainement encore quelques fibres motrices.

Les trois racines du phrénique, nerf mixte, renfermeraient donc trois racines mixtes.

Le schéma suivant (fig. 18) résume les résultats des expériences faites sur les variations de pression abdominale chez l'homme et chez le chien.

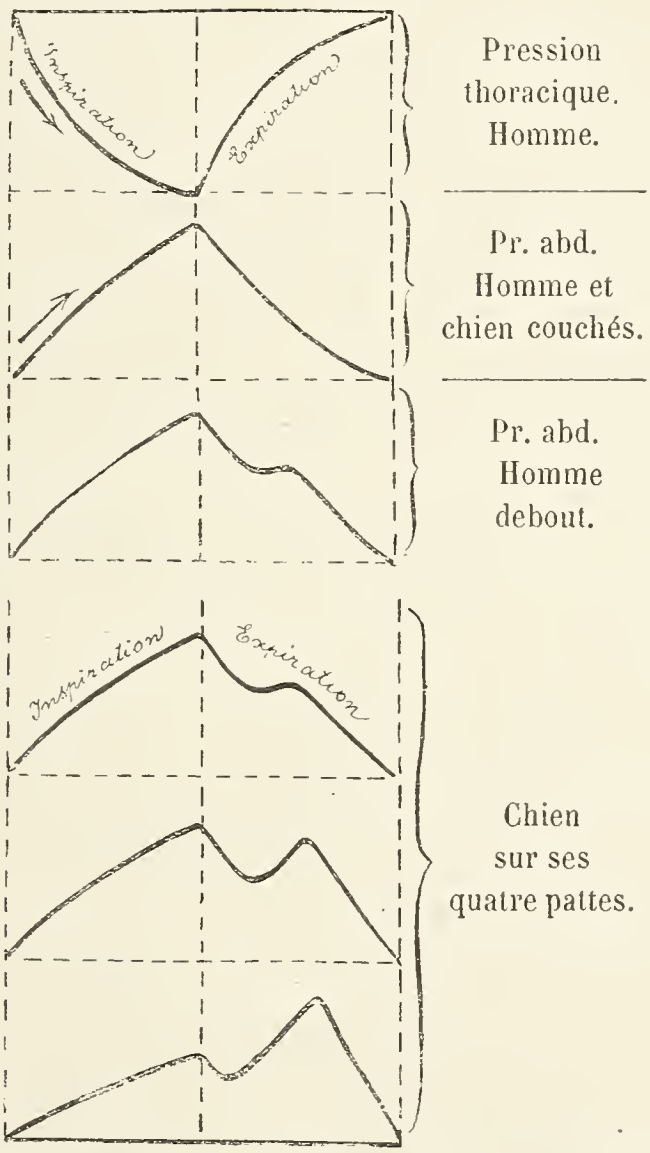


Fig. 18. — Variations respiratoires des pressions thoraciques et abdominales chez l'homme et chez le chien.

APPENDICE.

Anatomie et dissection du phrénique chez le chien.

Chez le chien, le phrénique a trois racines qui se réunissent au niveau de la première côte, entre les gros vaisseaux artériels et veineux brachio-céphaliques.

Il est donc impossible d'atteindre le tronc commun du nerf, sur le vivant, sans ouvrir le thorax.

La racine supérieure est facile à atteindre; elle a un long trajet; par-

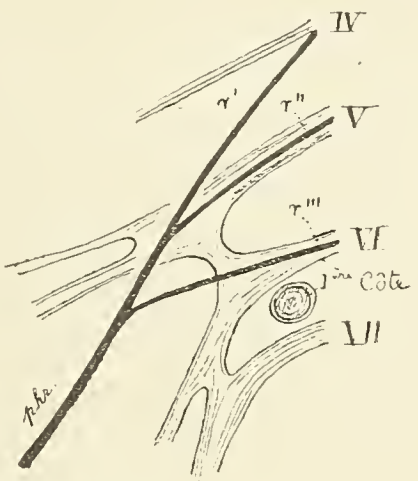


Fig. 19. — Racines du phrénique droit, vues par devant, chez le chien.
r'. r'', r'''. racines du phrénique;
phr, phrénique;
IV, V, VI, VII, 4e, 5e. 6e, 7e paire cervicale.

tant de la quatrième paire cervicale, dont elle quitte le reste du faisceau presque à angle droit; elle se dirige obliquement en bas et en dedans, directement appliquée sur les masses musculaires prévertébrales, pour venir se mettre au côté externe du paquet vasculo-nerveux cervical. Il est facile de l'isoler dans tout ce parcours en refoulant le sterno-cleido-mastoïdien en dehors ou, mieux, en dedans, et en allant à la recherche de la quatrième paire, qu'on reconnaît aisément à la direction presque perpendiculaire des deux troncs nerveux qu'elle fournit.

Plus bas, il est difficile d'isoler cette racine, parce qu'elle s'engage en dessous des vaisseaux, et contracte des adhérences intimes avec ces organes.

En disséquant *post mortem* le tronc commun du phrénique et en allant

de bas en haut (le thorax étant ouvert), nous avons constaté que la deuxième racine, ou racine moyenne, se rend à la cinquième paire et spécialement à l'avant-dernier faisceau (en allant de haut en bas) que comprend cette cinquième paire. Cette cinquième paire contient en effet quatre faisceaux nerveux qu'il est facile de séparer. C'est le troisième faisceau que nous avons sectionné et excité dans nos expériences.

Pour atteindre la cinquième paire, située en dessous et un peu en dedans de la quatrième paire, il faut déjà écarter du tronc le membre supérieur et l'omoplate de ce côté, et chercher en partant de la ligne médiane.

Enfin, la troisième racine, qui naît de la sixième paire, est un rameau très fin, qu'il est même difficile d'isoler dans une dissection soigneuse *post mortem*.

Plusieurs fois, cependant, nous l'avons poursuivie de bas en haut jusqu'à la sixième paire. Là, elle se rend au deuxième faisceau (en allant de haut en bas), que comprend la sixième paire. Ce second faisceau envoie des anastomoses à la paire supérieure.

La sixième paire est très difficile à atteindre; il faut pour cela écarter l'omoplate assez fort du tronc. On est là tout près des plèvres.

Les deuxième et troisième racines contractent avec les autres nerfs et les vaisseaux (surtout avec les veines) des adhérences qui rendent, vu la situation profonde de tous ces organes, leur isolement impossible sur le vivant.

Pour sectionner sûrement les fibres de la troisième racine du phrénique, il faut sectionner le deuxième faisceau supérieur de la sixième paire.

Ces deuxième et troisième racines ont, en réalité, une direction presque directement antéro-postérieure, de haut en bas; mais pour les voir, et surtout pour les disséquer (sur le cadavre), il faut rejeter en dehors les nerfs qui partent des cinquième et sixième paires, ce qui est presque impossible sur le vivant; aussi est-on réduit à expérimenter sur l'origine de ces racines, à la naissance des paires nerveuses.

CONTRIBUTIONS

A

L'HISTOIRE DES FERMENTS DES HYDRATES DE CARBONE

(BACILLE DES BIÈRES TOURNÉES)

PAR

HENRI VAN LAER

Professeur agrégé, docteur en sciences
Professeur de chimie des ferments a l'Institut supérieur de Brasserie de Gand
et à l'École d'Industrie et des Mines du Hainaut

(Présenté à la Classe des sciences dans la séance du 9 janvier 1892.)

INTRODUCTION.

Dans la planche I de son ouvrage classique, *Études sur la bière*, Pasteur figure les principaux ferments de maladie du moût et de la bière. Parmi eux se trouvent dessinées les bactéries de la bière tournée : « Ce sont des bâtonnets ou filaments simples et articulés, et formant chaîne de longueurs variables, d'un diamètre voisin d'un millième de millimètre; un fort grossissement les montre décomposés en séries de bâtonnets plus courts, à peine naissants, non encore mobiles sur leurs articulations, qui ne sont qu'indiquées ».

Ces bâtonnets sont excessivement communs dans les bières et dans les levures. Il est rare qu'en débouchant une bouteille de bière, on ne les rencontre pas dans le dépôt.

La planche II de l'ouvrage de Pasteur représente l'aspect, au microscope, d'un dépôt de bière tournée.

Le savant français n'a pas étudié cet organisme d'une façon approfondie. Il se borne à signaler sa présence dans les bières malades : « Toute altération maladive dans la qualité de la bière coïncide avec le développement d'organismes microscopiques étrangers à la nature de la levure de bière proprement dite ». Et plus loin : « Je n'ai pas besoin de faire remarquer que les divers ferments figurés par la planche I réclameraient une étude approfondie des fermentations auxquelles ils peuvent donner lieu, en prenant *le soin d'isoler l'action de chacun d'eux dans des fermentations qu'on pourrait appeler pures*, condition difficile, mais non impossible à réaliser en empruntant les méthodes qui sont exposées dans cet ouvrage ».

C'est l'étude de l'intéressante fermentation occasionnée par le bacille filiforme, dans des conditions de pureté absolue, qui fait l'objet de ce travail. Elle jettera, je l'espère, un jour nou-

veau sur une altération des boissons fermentées tellement commune qu'on n'exagère rien en disant qu'en été, avec les procédés de refroidissement et de fermentation actuellement en usage, toutes les bières hautes, indistinctement, subissent plus ou moins l'atteinte de ce mal.

Dans la pratique, la bactérie filiforme de Pasteur est toujours associée à d'autres organismes dont les caractères biologiques la distinguent nettement. Il en résulte que la maladie des bières, et peut-être des vins, qu'on désigne sous le nom de tourne, n'est qu'une superposition d'altérations résultant du chimisme de plusieurs ferments distincts. Mais c'est toujours le filament de Pasteur qui prédomine et qui imprime à la maladie ses symptômes caractéristiques. Nous le verrons, en effet, donner, dans les altérations expérimentales que nous produirons avec ses cultures pures, l'ensemble des phénomènes physiques, chimiques et organoleptiques de ce processus pathologique : la bière perdra insensiblement son brillant, présentera par l'agitation des ondes soyeuses occasionnées par le soulèvement du dépôt des bacilles, acquerra un goût et une odeur désagréables.

Certains brasseurs désignent cette maladie sous le nom de « refermentation ». Ce mot est impropre : il convient de le réserver aux troubles produits postérieurement à la fermentation principale, par les levures de culture ou les levures sauvages, dans les bières insuffisamment atténuées.

Dans la partie flamande de notre pays, on désigne les bières tournées sous le nom de « zomerbieren », parce que c'est en été qu'elles sont le plus communes.

Pour simplifier le langage et éviter toute confusion, j'appellerai l'organisme qui va nous occuper : *Saccharobacillus pastorianus* (Pasteur). L'exposé de la suite de ce travail déterminera exactement le sens qu'il faut attribuer à cette dénomination.

CONTRIBUTIONS

A

L'HISTOIRE DES FERMENTS DES HYDRATES DE CARBONE

(BACILLE DES BIÈRES TOURNÉES)

---

§I. — Culture du « Saccharobacillus pastorianus » à l'état de pureté.

Quand on essaie par la méthode de Koch d'isoler de dépôts de bières tournées les bactéries filiformes de Pasteur, en employant le moût ou le bouillon gélatinisé, on n'obtient guère que des colonies de levures et d'autres bactéries, micrococques et bacilles.

Plusieurs de ces microbes, cultivés dans du moût de bière clair, finissent par le rendre opalin et trouble, mais leur aspect microscopique ne permet aucune identification avec le ferment de la tourne. Certainement l'étude de tous ces organismes est intéressante et montre que le nombre d'espèces qui peuvent altérer le moût et la bière est considérable, mais elle ne nous apporte aucun élément sur le rôle exact des filaments dans les bières tournées. Ceux-ci ne se développent que très péniblement sur les gelées qui servent ordinairement à la culture des levures. Le bouillon gélatinisé est même tout à fait improductif. D'un autre côté, ces milieux étant trop favorables à la formation des colonies des levures, mycodermes et autres organismes qui pullulent dans la bière, toute croissance intéressante se trouve masquée.

Mais si, au lieu de se servir de ces véhicules, on emploie, comme me le proposa mon assistant et ancien élève, M. Denamur, de la bière gélatinisée et pasteurisée à température relati-

vement basse, soit même du moût gélatinisé auquel on ajoute après sa liquéfaction à 30° C. un peu d'alcool, on parvient à isoler le bacille en question.

Le 5 mai 1890, on a fait une culture sur plaque dans ces conditions, avec une goutte de bière tournée. La plaque a été abandonnée depuis lors à la température du laboratoire et examinée journellement.

Quelques colonies de *Saccharomyces* apparaissent d'abord; ce n'est que le 17 mai qu'on constate un très grand nombre de petits points grisâtres, atteignant à peu près la moitié de la grosseur d'une tête d'épingle. Ces colonies ne grandissent plus guère les jours suivants; examinées au microscope, elles se montrent constituées de bâtonnets en tout identiques aux bâtonnets de la bière malade.

Ce qui caractérise surtout l'apparition des colonies dans les cultures sur plaques à la bière ou au moût alcoolisé gélatinisés, c'est la *lenteur extrême avec laquelle se fait le développement*. Les petits centres coloniaux n'apparaissent qu'après plusieurs jours et n'atteignent jamais que des dimensions tellement restreintes, qu'une colonie entière suffit à peine pour faire une préparation microscopique. Pour nous faire une idée de cette lenteur, comparons la durée de leur formation avec celle d'une levure cultivée dans les mêmes conditions.

Le 24 mars 1891, on fait deux cultures sur plaques au moyen de bière gélatinisée : l'une avec une race de levure pure, que j'ai introduite dans la pratique de la fermentation haute en Belgique, en France et en Hollande (levure n° 2 de la Société des Ferments purs), l'autre avec le *Saccharobacillus pastorianus*.

Les colonies du *Saccharomyces* commencent à apparaître le 27 et vont en grandissant jusqu'au 2 avril, époque à laquelle celles du *Saccharobacillus pastorianus* deviennent seulement perceptibles.

On voit qu'il existe juste une semaine d'écart entre les commencements des développements. De plus, toutes choses égales, les dimensions des colonies bactériennes sont loin d'atteindre celles des *Saccharomyces*.

§ II. — Le « Saccharobacillus pastorianus » est l'agent de la tourne.

En chimie microbiologique comme en pathologie, la simple présence d'un organisme dans une partie malade et dans un liquide en voie de fermentation ou de putréfaction, y fût-il même largement disséminé, ne peut suffire à le faire admettre comme l'agent effectif des phénomènes d'ordre biologique ou chimique que l'on observe. Il faut qu'isolé en cultures absolument pures, on puisse reproduire artificiellement avec celles-ci des phénomènes identiques à ceux que l'on a constatés naturellement. C'est ce qui n'a pas été fait jusqu'ici pour le microbe de la tourne. Les expériences suivantes, dont je donne sommairement l'exposé, comblent cette lacune :

Le 19 novembre 1890, on ensemence dans plusieurs flacons contenant du moût stérilisé et bien clair un peu de *Saccharobacillus pastorianus* provenant de différentes cultures sur bières gélatinisées et conservées depuis le 20 mai. Les moûts, après l'ensemencement, sont exposés à une température de 30° C. Le 21, aucun liquide n'a changé. Le 22, les moûts ont perdu leur brillant mais ne présentent encore qu'une très légère opalescence. Le 23 novembre, l'opalescence s'accentue et un léger dépôt brunâtre apparaît au fond des vases de culture. Le 24, les moûts ont enfin acquis le trouble particulier qui caractérise la maladie de la tourne ; de plus, le précipité dont nous avons parlé est devenu plus abondant. Signalons, en passant, des faits sur lesquels j'aurai à revenir : l'augmentation du titre acide du liquide et la disparition simultanée d'une certaine quantité de sucre. Le goût et l'odeur du liquide rappellent complètement ceux des bières tournées.

Prenons, en second lieu, des échantillons de bières de composition assez différente pour pouvoir tirer des résultats que nous obtiendrons des conclusions aussi générales que possible ; pasteurisons-en quelques-uns, puis ensemençons-les avec une goutte d'une culture pure de *Saccharobacillus pastorianus.*

Infectons aussi d'autres bières non pasteurisées, en ayant soin d'en conserver quelques-unes intactes, dans les mêmes conditions, comme témoins.

Nous connaissons le titre acide de tous ces liquides. Au bout de quelques jours nous constaterons que tous les liquides dont l'acidité ne dépasse pas une certaine limite, sur laquelle je reviendrai, passent par toutes les phases d'altération qui caractérisent la tourne. Le diagnostic s'établit facilement d'après le trouble produit, l'augmentation progressive de l'acidité et la pullulation des filaments dans le dépôt.

L'exposé de ce qui précède nous montre donc que le bacille signalé par Pasteur est bien l'agent des bières tournées. Nous verrons cette vérité se confirmer de plus en plus dans l'énoncé des faits qui vont suivre, et avec lesquels nous pourrons pénétrer plus intimement dans la physiologie de cet intéressant organisme.

§ III. — **Caractères morphologiques et physiologiques du « Saccharobacillus pastorianus ».**

Le *Saccharobacillus pastorianus* vit indifféremment en aérobie et en anaérobie. Pour le cultiver en l'absence de l'air, j'ai adopté le dispositif employé par Miquel [1] dans ses belles recherches sur les microbes de la fermentation de l'urée.

Le milieu le plus favorable au bacille de la bière tournée est le moût de bière non houblonné. Houblonné, ce liquide devient d'autant plus réfractaire à la tourne que la proportion de houblon employé est plus grande et qu'il est plus riche en principes extractifs. Ainsi, en prenant comme mesure de l'intensité de l'altération que nous étudions, le nombre de centimètres cubes d'alcali $\frac{N}{10}$ nécessaires pour neutraliser 10 centimètres cubes du liquide [1], on trouve qu'alors que l'aci-

[1] Miquel, *Étude sur la fermentation ammoniacale et sur les ferments de l'urée.* (Ann. de micrographie, t. I; appareil dessiné p. 515.)

[2] J'appellerai ce nombre *degré d'acidité* du liquide. Cette expression conservera toujours la même signification dans le courant de ce travail.

dité du liquide houblonné atteint rarement 3 c. c. de KOH $\frac{N}{10}$ six semaines après l'ensemencement, le titre acide monte quelquefois jusqu'à 8° au bout du même temps, lorsque le moût n'est pas houblonné.

Cette influence du houblon est un fait de connaissance vulgaire qu'il est intéressant de vérifier, en passant, par une expérience directe.

Les différences profondes de résistance qui existent entre les deux sortes de liquides ressortent de l'expérience suivante : deux échantillons d'un même moût, l'un houblonné, l'autre pris après le travail de la cuve-matière, ont été ensemencés avec une même quantité du produit d'une culture pure liquide de *Saccharobacillus pastorianus*. Voici les variations d'acidité constatées. Le moût non houblonné, n° 2, a été infecté avec une trace de semence provenant d'une culture en milieu solide. — Température 25° C. — Densités rendues égales au moyen d'eau distillée.

MOUT HOUBLONNÉ		Moût non houblonné	
		n° 1.	n° 2.
Acidité primitive . .	1.4	1 1	1 1
Après 2 jours . . .	1.5	2.2	2.2
— 5 jours . . .	1.5	2.6	2.5
— 8 jours . . .	1.5	3.4	3.5
— 12 jours . . .	1.6	3.8	3.9
— 18 jours . . .	1.8	4.4	4.6
— 20 jours . . .	1.8	4.6	4.8
— 28 jours . . .	2.0	4.8	4.8
— 30 jours	2.2	4.8	4.8

Ces résultats n'ont pas besoin de commentaires. Remarquons incidemment que nous pourrons, dans nos cultures ultérieures, faire abstraction de l'état de la semence et la prendre soit à un moût liquide, soit directement à la culture solide [1].

En même temps qu'on assiste aux variations d'acidité que je viens de signaler, tous les phénomènes bien connus des brasseurs et qui caractérisent la tourne se produisent : trouble progressif, odeur et goût particuliers, formation d'un dépôt brunâtre constitué par les bacilles et une substance sur la composition de laquelle j'aurai à revenir dans la partie chimique. Ce dépôt augmente à la longue et le liquide surnageant s'éclaircit relativement.

La bière est plus réfractaire à l'action du *Saccharobacillus pastorianus*. Elle ne présente des phénomènes analogues à ceux que je viens de décrire pour le moût que lorsque son degré d'acidité est inférieur à 3, et encore constate-t-on ici des variations provenant de la teneur plus ou moins grande du liquide en principes extratifs du houblon.

L'altération se présente avec les mêmes caractères dans plusieurs autres liqueurs, telles que le vin, le cidre, le jus de betterave, l'eau de touraillon ou de levure sucrée, le bouillon de viande sucré (glucose, saccharose, lactose), solutions de peptones et d'autres infusions organiques nutritives, lorsque le degré d'acidité de ces solutions ne dépasse pas une certaine limite qui est variable avec la composition de chacun d'eux. Il y a des cas où la quantité d'acide produit peut devenir très forte. Ainsi dans de l'eau de touraillon saccharosée, le degré d'acidité s'est élevé au bout de deux mois époque à partir de laquelle il est resté constant, à 16,5. Dans d'autres circonstances, il peut y avoir développement sans qu'on en soit

[1] Cette remarque ne manque pas d'intérêt. Dans les essais ultérieurs que j'ai faits avec mes *B. viscosus*, j'ai souvent constaté que le degré de viscosité des cultures variait avec l'état ou la nature de la semence. C'est à tel point que je me suis demandé si mes *B. viscosus* 1 et 2 ne constituent pas des variétés d'une même espèce.

nettement averti par le trouble caractéristique produit par le bacille. L'augmentation du degré d'acidité, la présence du ferment dans le dépôt constituent alors des criterium suffisants pour établir le diagnostic. Ils suffisent à démontrer que le bacille de la tourne se développe dans le lait, péniblement il est vrai, mais assez pour augmenter le titre acide, au point d'amener une très légère coagulation de la caséine.

Le bacille des bières tournées ne se développe que péniblement dans les solutions minérales que l'on trouve dans les ouvrages classiques et un grand nombre de revues. Ces liqueurs ensemencées avec des cellules jeunes restent stériles, sauf dans quelques liquides où, sans présenter les phénomènes caractéristiques qu'on observe dans les infusions organiques, le bacille se développe d'une façon excessivement pénible, analogue à celle de la levure de bière vivant aux dépens du lactose.

Dans les cultures liquides faites à l'abri de l'air, la fermentation se présente sous les mêmes caractères. On constate en outre assez facilement la production de très petites quantités de CO_2 provenant de la respiration intramoléculaire du bacille.

Cultivé en surface par inoculation en strie, le microbe de la bière tournée ne se développe pas sur l'infusé de viande Löffler à la gélatine ou à la gélose. Sa culture sur bouillon de poisson gélatinisé, sur lait gélatinisé, sur moût à la gélose, sur pommes de terre n'est pas plus productive. Elle est très pénible sur moût gélatinisé : la colonie ne dépasse guère, après plusieurs semaines, le stade d'une fine ligne grisâtre développée le long de la strie d'inoculation. A l'abri de l'air, la culture est assez florissante dans la profondeur de ce milieu. Le terrain solide sur lequel le développement se fait relativement le mieux est la bière gélatinisée ou le moût alcoolisé, pasteurisés avec soin. Cependant la croissance est toujours *excessivement lente*, et c'est là, suivant moi, un des caractères qu'il faut, avec le développement en milieu liquide et la forme microscopique, surtout avoir en vue dans la détermination de cette espèce.

La bande grisâtre a l'aspect du verre mat ; sa largeur ne dépasse guère 2 millimètres. Examinée attentivement, à l'œil

nu ou mieux à la loupe, elle se montre constituée par un rassemblement de petites colonies rondes, juxtaposées, mais indépendantes les unes des autres.

§ IV. — Action de différents agents sur le développement du microbe de la tourne.

Avant de donner les résultats de mes recherches à ce point de vue, je décrirai en quelques mots les conditions exactes de l'expérimentation, et cela pour me conformer aux exigences que Duclaux nous fait connaître avec raison dans sa *Microbiologie*, et dans une de ses belles revues critiques sur les antiseptiques [1].

Dans l'étude de l'action de la température, un quart de centimètre cube de moût non houblonné, *fraîchement tourné*, était ajouté à une série de tubes contenant un même volume de moût non houblonné. Les liquides ainsi ensemencés étaient plongés successivement, pendant dix minutes, dans de l'eau chauffée à 40°, 45°, 50°, 55°, 60°, 65° 70° C. Après ce chauffage on les portait à une température de 27° C.

On a encore varié l'expérience de la façon suivante : *une goutte* d'un moût *fraîchement tourné* était ajoutée à une série de tubes contenant de l'eau distillée, qu'on plongeait ensuite successivement pendant dix minutes, dans de l'eau chauffée à 40°, 45° C., etc. Un même volume du contenu de ces tubes servait alors à ensemencer une série de moûts. Les résultats de ces deux séries d'essais furent les mêmes.

Pour ce qui concerne les antiseptiques, je n'ai essayé que ceux qui sont ou pourraient être employés en brasserie.

On se servait d'une série de tubes contenant un même volume du milieu de culture étudié et additionné de doses croissantes d'antiseptique. Chaque tube recevait une goutte

[1] Duclaux, *Sur les antiseptiques*, revue critique. (Ann. de l'Institut Pasteur, t. III, p. 671.)

d'un moût fraîchement tourné, puis toute la série était abandonnée à 27° C.

Le milieu de culture employé était ordinairement celui que nous savons être le plus favorable au *saccharobacillus,* c'est-à-dire le moût non houblonné, à faible acidité. Il résulte de là que les doses d'agents chimiques, *capables d'empêcher le développement du bacille*, que nous donnons ci-dessous, correspondent à des quantités maxima. Elles doivent être beaucoup diminuées pour la bière à cause des acides, des matières extractives du houblon, de l'alcool contenus dans ce liquide, et qui le rendent moins propre à la vie microbienne.

Les cultures ont toujours été abandonnées après un mois d'incubation.

Une température comprise entre 55° et 60° C. suffit pour stériliser complètement un liquide contenant les bacilles de la tourne. Ce sont précisément les limites de température préconisées par Pasteur pour la stérilisation des bières en bouteilles.

Quoique le *saccharobacillus* vive ordinairement dans des liquides légèrement acides, il préfère cependant que la réaction du milieu soit neutre ou légèrement alcaline. Dans certaine expérience que j'ai faite avec trois échantillons de moût, l'un d'une acidité de 1,3, l'autre neutre et le troisième d'une alcalinité de 0,3, le titre acide du premier est monté à 2,5, celui du deuxième à 3,1, celui du troisième à 3,7. De plus, le moût alcalinisé s'est d'abord troublé, le moût neutralisé a présenté le même phénomène un ou deux jours plus tard ; le moût acide a tourné en dernier lieu. Dans tous les cas, le ferment finit pas rendre son milieu de plus en plus acide, jusqu'à une certaine limite qui dépend de la nature du milieu et de l'acide en présence.

Avec l'*acide lactique,* la dose maximum supportable dans un moût houblonné correspond à 27 centigrammes pour 100 c. c. de liquide. Il est rare que pour des doses inférieures le ferment pousse l'acidité au delà de ce chiffre; mais ce maximum s'élève notablement quand le moût n'est pas

houblonné. Dans ce cas, j'ai vu des milieux dont l'acidité avait été portée, au moyen d'acide lactique, à 36 centigrammes pour 100 c. c., s'élever à une dose correspondant à 1gr,26 de ce corps.

L'*anhydride sulfureux* empêche la tourne de se produire en moût houblonné, lorsque le degré d'acidité du milieu d'abord neutre est porté avec le composé sulfuré à 2,5 de KOH $\frac{N}{10}$. Lorsque cette acidité n'est que de 2, le développement est très pénible, et pour 1,5, toutes choses égales d'ailleurs, l'altération se déclare plus lentement que quand elle a été rendue égale à 1,7 au moyen d'acide lactique.

Ceci nous montre donc que SO_2 est doué d'un pouvoir antiseptique spécifique vis-à-vis du microbe de la tourne.

Certains sels de SO_2, très employés en brasserie, n'agissent immédiatement comme l'anhydride sulfureux que s'ils augmentent l'acidité du liquide. Plusieurs de ces composés qui se trouvent dans le commerce (bisulfites, métasulfites de potassium) dégagent, quand ils sont dissous dans la bière, de l'anhydride sulfureux, petit à petit, par une espèce de dissociation, ainsi qu'on peut le constater par une série de dosages acidimétriques. Il en résulte que la tourne se déclare quelquefois avant que l'antiseptique dégagé soit devenu suffisant pour entraver les progrès ultérieurs de la maladie.

Pour l'acide salicylique, la proportion de ce corps, capable d'empêcher la tourne, doit être supérieure à 0gr,04 pour 100 c.c. de liquide. L'acidité correspondante démontre donc aussi l'effet spécifique de l'acide salicylique.

L'*anhydride carbonique* peut retarder l'altération, non parce qu'il préserve la bière du contact de l'air, mais parce qu'il intervient dans la réaction du milieu.

La *saccharine* retarde d'autant plus la fermentation acide du *Saccharobacillus pastorianus*, qu'on l'emploie à une dose plus forte. Une proportion de 0gr,05 à 0gr,06 empêche tout développement de notre ferment dans 100 c. c. de moût houblonné.

C'est ce que montre bien le tableau suivant, qui donne les degrés d'acidité des moûts huit jours après l'ensemencement.

Acidité primitive du moût le plus sacchariné : 1,8.

DOSES pour 100 c.c.	DEGRÉ d'acidité après huit jours	Résultats.	DOSES pour 100 c.c.	DEGRÉ d'acidité après huit jours	Résultats
5 milligram.	3,3	Tourné.	50 milligram.	2,2	Tourné.
10 —	2 9	Id.	60 —	1,6	Non tourné.
15 —	2 8	Id.	70 —	1,6	Id.
20 —	2,7	Id.	80 —	1,7	Id.
30 —	2,5	Id.	90 —	1,8	Id.
40 —	2 3	Id.	100 —	1,8	Id.

Le pouvoir antiseptique du *chlorure de sodium*, du moins dans les limites entre lesquelles j'ai expérimenté (0^{gr},01 à 0^{gr},25 pour 100 c. c. de liquide), et en dehors desquelles la question ne présente plus aucun intérêt, est tout à fait nul. De même l'*alcool*, et encore faut-il l'employer à une dose relativement forte (7 %), ne fait que retarder légèrement le développement du bacille. Son action est donc aussi sans intérêt pratique.

§ V. — Le bacille de la bière tournée en concurrence avec d'autres organismes.

Nous avons vu plus haut que le développement du bacille dans la *bière* dépend avant tout des degrés d'acidité et de houblonnage du liquide.

Quand la bactérie est ensemencée en quantité inappréciable *avant la mise en levain* ou *pendant la fermentation alcoolique*, celle-ci se produit normalement; la bière se clarifie bien et

son dépôt, examiné au microscope, semble être exempt de filaments. Cependant ces organismes, qui à ce moment échappent souvent, à cause de leur petit nombre, à l'observation microscopique, continuent à se développer insensiblement par la suite, aux dépens des hydrates de carbone que la levure a respectés. Aussi, peu de temps après que tout signe apparent de fermentation alcoolique a disparu, le brillant de la bière se voile-t-il légèrement. C'est le signe précurseur de la maladie qui ne tarde pas alors à s'accentuer chaque jour davantage avec tous les caractères précédemment décrits.

Quand on fait vivre, dans un moût additionné d'alcool (3 %), le bacille de la bière tournée en concurrence avec un *B. aceticus*, on constate que les actions fermentatives de ces deux organismes sont mutuellement contrariées. C'est ce que montre l'expérience suivante, dans laquelle trois portions d'un même moût additionné de 3 % d'alcool ont été ensemencées : *a*) avec le ferment de la tourne; *b*) avec le *B. aceticus; c*) avec ces deux espèces à la fois. Après trois semaines à 25° C., ces trois liquides, dont le degré d'acidité primitive était de 2,75, titraient successivement : *a*) 9,8; *b*) 20; *c*) 8,4.

Quelque chose d'analogue se constate lorsqu'on ensemence dans le même milieu un mélange de *B. Viscosus* et de *Saccharobacillus pastorianus*. Deux ballons contenant le même moût que plus haut ont été ensemencés *a*) avec un volume déterminé de liquide contenant le *B. viscosus n° 1; b*) avec le même volume du liquide de culture contenant la première semence et un peu de *Saccharobacillus pastorianus*. Après cinq jours à 28° C., le premier liquide avait une viscosité de 101 et une acidité de 2,8, le second la même acidité, mais 73 seulement comme degré de viscosité [1]. Enfin, lorsque les trois organismes vivent ensemble dans le même liquide, la viscosité n'atteint

[1] Le degré viscométrique a ici la même signification que dans mon mémoire : *Note sur les fermentations visqueuses*, (t. XLIII des Mémoires couronnés et autres Mémoires publiés par l'Académie royale de Belgique, 1889.)

que 20 au bout de cinq jours et l'acidité 6,7 seulement au bout de trois semaines.

Ce sont là, avec le *S. mycoderma,* les types d'organismes que l'on rencontre le plus fréquemment dans la bière. Il est intéressant de voir leurs actions mutuellement contrariées. C'est, je crois, une des raisons pour lesquelles on ne rencontre que rarement, dans la pratique, les maladies du filage et de l'acidité avec ce degré d'intensité auquel on arrive en laboratoire en se servant de cultures pures.

Je reconnais que les conclusions auxquelles je suis arrivé dans ce paragraphe sont sommaires, et qu'il aurait fallu rechercher le rôle exact que jouent dans cette concurrence entre saprophytes le nombre relatif des individus en présence, leur état, la composition chimique du milieu, etc. Mais j'aurais dû pour cela m'éloigner considérablement du but que je m'étais assigné dans cet ensemble de recherches sur les ferments de maladie des bières, et greffer sur l'*étude de l'action de chacun d'eux en culture pure* (*Pasteur*) celle d'une question subsidiaire que je reprendrai d'ailleurs quand j'aurai épuisé ce sujet.

§ VI. — **Action chimique du « Saccharobacillus pastorianus ».**

Dans ces recherches, je n'ai considéré, en dehors du lactose, que les hydrates de carbone qui jouent un certain rôle ou peuvent être employés dans l'industrie de la fabrication de la bière. Au point de vue théorique, il serait intéressant de faire une étude complète des fermentations [1] occasionnées par un organisme bien déterminé, tel que le *Saccharobacillus pastorianus,* aux dépens de tous les sucres actuellement connus et de leurs principaux dérivés (sucres du groupe de l'arabite, de

[1] Consulter à ce sujet FISCHER ÉMILE : 1° *Synthesen in der Zuckergruppe* (BER. D. CHEM. GESELLSCH., 1890, p. 2114); 2° *Synthese der Mannose und Lävulose* (LOC. CIT., p. 370).

la mannite, sorbite, dulcite, rhamnite, inosite, etc., bioses, trioses), en s'inspirant des considérations stéréochimiques qui se sont développées dans ces derniers temps à la suite des recherches de Meyer et de Baeyer.

Il est facile de voir que les éléments qui fermentent sous l'influence du *Saccharobacillus pastorianus* sont les hydrates de carbone, dextrine, maltodextrines, sucres, glucoses. Il suffit pour cela de doser l'élément hydrocarboné avant l'ensemencement et un certain temps après que la fermentation s'est déclarée.

C'est ainsi qu'en opérant sur des moûts houblonnés ou non houblonnés, on constatera une certaine disparition de maltose et de dextrine, qu'en travaillant sur de l'eau de touraillon ou du bouillon additionnés, soit de maltodextrine, soit de saccharose, dextrose, lactose, la nature fermentescible de ces corps, sous l'influence du bacille filiforme de Pasteur, saute aux yeux. On rendra la destruction de l'élément hydrocarboné très profonde en additionnant le liquide de culture d'un peu de carbonate calcique. Dans ces conditions, la consommation de sucre devient, dans le même temps, de sept à huit fois plus grande. Ainsi mes notes mentionnent un cas où $3^{gr},194$ sur $6^{gr},534$ de maltose ont disparu au bout de dix jours, d'un moût non houblonné additionné de craie, alors que dans un autre liquide de même nature, ne contenant pas de carbonate calcique, on a seulement constaté, au bout de quatorze jours, une disparition de $0^{gr},498$ de sucre sur $6^{gr},045$. Je crois qu'on pourrait rendre de cette façon la consommation du sucre présent presque totale, pourvu qu'on laisse au bacille le temps suffisant pour l'effectuer. En effet, dans une de mes expériences, un moût non houblonné qui, au début, renfermait par 100 c. c. $7^{gr},8125$ de sucre, n'en contenait plus que $1^{gr},717$ au bout de trois mois de culture, soit une disparition de 85 à 86 % de maltose.

Parmi les sucres et glucoses sur lesquels j'ai expérimenté, ceux qui semblent les plus propices à subir la fermentation qui nous occupe sont : le maltose, le saccharose et le dextrose. Le

lactose est plus réfractaire à l'action du bacille de la tourne. Toutes autres choses égales, lorsque l'acidité du milieu contenant les premiers s'élève de 0° à 6 ou 7°, celle du même liquide contenant en dissolution le sucre de lait ne s'élève guère que de 0° à 2°,5.

Une première question que nous avons à résoudre avant d'aller plus loin, c'est de savoir si la fermentation de la matière hydrocarbonée, sous l'influence du *Saccharobacillus*, se fait directement, ou bien si sa destruction nécessite le concours d'une diastase. En ensemençant du moût avec le produit d'une liqueur tournée débarrassée de ses bacilles par une filtration à travers la porcelaine, nous le verrons conserver indéfiniment la même composition, ce qui exclut l'idée d'une diastase spéciale qui agirait sur le maltose comme l'urase des *urobacilles* de Miquel agit sur l'urée. Il est vrai que cette expérience présente un point faible, et qu'on peut m'objecter que la diastase est retenue par la bougie Chamberland à l'instar de la sucrase de l'*Aspergillus niger* qui, d'après Fernbach [1], reste presque complètement dans le filtre. C'est pourquoi j'abandonnerai le problème posé sous sa forme la plus générale, et je me placerai uniquement au point de vue de l'invertine, que nous connaissons mieux depuis les beaux travaux de Fernbach. Nous rechercherons donc si le *Saccharobacillus pastorianus* sécrète de l'invertine dans les différents milieux dans lesquels nous avons poursuivi son étude, et si le saccharose n'est pas consommé sous forme de sucre interverti.

Parmi les principales conclusions auxquelles Fernbach est arrivé, rappelons que l'interversion du sucre se fait à l'intérieur des cellules, et que, jusqu'à un certain point, la nature du sucre qui sert d'aliment principal à la levure ne semble avoir qu'une influence médiocre sur la formation de la sucrase,

[1] Fernbach, *Sur le dosage de la sucrase* (Ann. de l'Institut Pasteur, septembre 1889, p. 475); *Sur l'invertine ou sucrase de la levure* (Ann. de l'Institut Pasteur, p. 648, 29 octobre 1890).

à tel point qu'une certaine levure, examinée par l'auteur, n'en présente que des traces dans l'eau de touraillon sucrée, lorsqu'il s'en forme des quantités notables dans le moût et l'eau de levure sucrée.

J'ai donc recherché par la méthode indiquée par l'auteur français à propos de la sucrase de l'*Aspergillus niger* [1], non seulement la présence de la diastase dans des milieux divers (moûts, eau de touraillon sucrée, eau de levure sucrée, urine), mais aussi dans le liquide aqueux obtenu en remplaçant, pendant un certain temps, le milieu de culture par de l'eau distillée stérile, dans laquelle devait se dissoudre éventuellement la sucrase des cellules.

Dans aucune de ces analyses, la différence en sucre interverti des deux tubes n'a atteint la limite indiquée par Fernbach; elle était de loin trop insuffisante pour pouvoir conclure à la présence de l'invertine.

Nous devons donc admettre que le sucre, et notamment le saccharose, est consommé sous sa forme actuelle, et qu'il subit directement la fermentation dont nous allons étudier maintenant les produits.

Dans toutes mes expériences, l'analyse du liquide fermenté a toujours été faite par la méthode décrite par Nencki [2]. Certaines modifications étaient apportées au procédé, suivant que le milieu contenait ou non du carbonate de chaux. Dans le premier cas, on prélevait, avant l'ensemencement et avec toutes les précautions connues, une certaine quantité du liquide stérilisé, dont on dosait le sucre ou glucose. Le reste était ensemencé avec une trace de liquide provenant d'une culture pure du *bacille filiforme* de Pasteur. Après la fermentation, on redosait sur une partie du liquide altéré le sucre ou glucose restant, l'acidité fixe et volatile. Le reste était soumis à la distillation.

[1] Fernbach, *Formation de la sucrase chez l'* « Aspergillus niger » (Ann. de l'Institut Pasteur, janvier 1890, p. 5).

[2] *Centralblatt für Bactériologie und Parasitenkunde*, t. IX, p. 304.

Le résidu de celle-ci était évaporé à sec au bain-marie, pour chasser les dernières traces d'acide volatil qui auraient pu être retenues. On ajoutait ensuite un peu d'eau, on chauffait jusqu'à consistance sirupeuse, puis on épuisait par l'éther. L'éther était alors évaporé, le résidu décoloré autant que possible par une ébullition avec de l'eau et du noir animal calciné. Le liquide, filtré et concentré, était ensuite soumis à une étude polarimétrique, puis bouilli avec de l'oxyde de zinc. La solution limpide des sels de zinc obtenue après filtration était évaporée à siccité et le sel de zinc repris par un peu d'eau chaude, qui ne laissait pas de résidu. La solution concentrée était soumise à un nouvel examen polarimétrique, puis abandonnée à la cristallisation.

Quant au distillat, il était saturé par de la potasse ajoutée en léger excès, et soumis à une nouvelle distillation, qui séparait éventuellement les alcools. Ceux-ci étaient étudiés par les procédés physiques donnés par Duclaux dans les mémoires que tous ceux qui s'occupent de chimie microbiologique connaissent [1].

Les acides volatils restés à l'état de sels de potassium dans la cornue étaient décomposés par une quantité d'acide sulfurique équivalente à la quantité de potasse employée pour les neutraliser, puis soumis à la distillation. On s'arrangeait toujours de façon à obtenir 120 c.c. du distillat; 10 c.c. servaient à en prendre l'acidité au moyen d'une solution titrée d'eau de chaux, les 110 autres étaient soumis à la distillation fractionnée et les résultats obtenus calculés de façon à les rendre comparables à ceux de Duclaux [2].

[1] Duclaux : 1° *Recherches sur les vins* (1er mémoire), *sur le dosage de l'alcool dans les vins* (Ann. de chimie et de physique, 5e série, t. II, 1874); 2° *Sur la séparation des liquides mélangés* (Ann. de chimie et de physique, 1876, 5e série, t. VIII, p. 264).

[2] Idem : 1° *Recherches sur les vins* (2e mémoire), *loc. cit.*, p. 289. 2° *Sur un nouveau moyen d'éprouver la pureté des corps volatils* (Ann. de chimie et de physique, 6e série, 1886, t. VIII, p. 542).

Quand le liquide de culture contenait du carbonate calcique, le dosage du sucre avant et après fermentation se faisait comme plus haut. Le liquide restant était filtré, précipité par l'acide oxalique, ce qui donnait toujours un précipité très abondant d'oxalate calcique. Après filtration, on distillait et le distillat contenant éventuellement les alcools et les acides volatils était traité comme plus haut.

Le résidu subissait aussi le même traitement que celui que nous avons décrit plus haut; l'oxalate de zinc provenant de l'acide ajouté en excès, restait à l'état insoluble après l'ébullition avec l'oxyde de zinc.

On a aussi recherché si le dépôt de carbonate calcique restant dans le liquide de culture ne contenait pas d'acide succinique, en le dissolvant dans un léger excès d'acide chlorhydrique, puis épuisant par un mélange de 2 d'éther et de 1 d'alcool.

Comme je l'ai dit plus haut, le microbe de la bière tournée transforme le sucre ou les autres hydrates de carbone sur lesquels il agit, en acides organiques. Ceux-ci sont surtout constitués par des acides fixes. Les acides volatils ne se trouvent formés qu'en proportion relativement beaucoup plus faible. Dans mes expériences, on n'en trouvait que des quantités infinitésimales, dans le cas du lactose; pour le cas du saccharose, les proportions d'acides volatils formés étaient aussi très faibles. Dans deux fermentations de ce sucre au sein du bouillon, j'ai trouvé que dans un cas l'équivalent d'acide fixe était à celui d'acide volatil comme 100 est à 2,5; dans l'autre, comme 100 est à 4.

Dans les mêmes conditions, avec le dextrose, la maltodextrine, avec des moûts non houblonnés, j'ai trouvé des rapports voisins de $^{100}/_{11}$. Dans un seul cas, celui de la fermentation de moût houblonné, le rapport des équivalents des deux sortes d'acides était, au bout de quarante-cinq jours, $^{100}/_{77}$.

Je ne voudrais pas affirmer que ce soient là des faits généraux et qu'en multipliant le nombre, les conditions et la durée des expériences, on n'arriverait pas à d'autres conclu-

sions. Ce qui nous importe surtout de connaître, c'est que dans la fermentation du maltose ou de la maltodextrine, *il se développe des acides fixes en même temps que des acides volatils*, et que la proportion des premiers l'emporte sur celle des seconds.

En évaporant à sec une partie du liquide éthéré, obtenu comme je l'ai dit plus haut, contenant les acides fixes, et en reprenant le résidu par l'eau, on reconnaît qu'il présente d'une façon très sensible la réaction d'Uffelmann [1] de l'acide lactique. Cependant, comme on est en droit d'objecter que l'acide lactique décelé par le réactif d'Uffelmann dans un moût tourné peut provenir de l'acide lactique préexistant, préparons avec un bon malt un moût aussi peu acide que possible; partageons-le en deux parties égales que nous stérilisons identiquement dans les mêmes conditions; faisons tourner l'un des deux liquides, puis préparons de la même manière, pour le moût altéré et le liquide non altéré, l'extrait contenant les acides fixes. On trouve alors qu'un même volume de liquide provenant du moût tourné donne avec le réactif d'Uffelmann [2] une coloration jaune intense, alors que l'autre ne fait que légèrement virer la couleur du réactif. Les solutions aqueuses contenant l'acide lactique formé par le bacille filiforme de Pasteur, sont inactives au polarimètre; il en est de même de celles contenant son sel de zinc. L'acide lactique en question est donc l'acide lactique ordinaire, dont le sel de zinc cristallise avec trois molécules d'eau, différent de l'acide sarcolactique ou dextrogyre et de l'acide gauche du Dr Schardinger [3]. La détermination de la quantité d'eau perdue à 160° par le sel de zinc confirme le fait. Une moyenne de deux expériences me donne 0gr,1820 comme

[1] Solution étendue de Fe_2Cl_6 avec quelques gouttes d'acide phénique. La solution aqueuse d'acide lactique donne avec ce réactif une belle coloration jaune-serin très brillante.

[2] *Ibidem.*

[3] Schardinger, F., *Ueber eine neue, optisch aktive Modifikation der Milchsäure, durch bachterielle Spaltung des Rohrzuckers erhalten* (Monatshefte für Chemie, 1890, Bd XI, p. 545).

perte de poids subie par un gramme de sel, alors que la quantité théorique est de 0gr,181.

Si nous passons maintenant à l'étude des acides volatils en employant le procédé usité par Duclaux dans ses études sur les vins, nous constaterons dans tous les cas la présence prédominante de l'acide acétique. En effet, sur une vingtaine de liqueurs que j'ai soumises à la distillation fractionnée, les nombres correspondants aux colonnes *a* de Duclaux, et qui indiquent l'équivalent d'acide passé à chaque fraction, vont toujours en augmentant, comme c'est le cas de l'acide acétique.

De plus, lorsqu'on calcule, pour les rendre comparables aux résultats du savant français, les nombres des colonnes A et B qui indiquent la première (A) le rapport de la quantité d'acide passé jusque-là à la quantité d'acide passé jusqu'à la fin, la seconde (B) le rapport de la quantité d'acide passé jusque-là à la quantité totale d'acide existant dans la cornue, on est rapidement convaincu, par la marche de ces nombres, qu'à côté de l'acide acétique, qui est, comme je l'ai dit, prédominant, se trouvent, en quantité appréciable, d'autres acides gras. Dans aucun cas, en effet, les nombres obtenus ne coïncident suffisamment avec ceux de l'acide acétique pour qu'on puisse assurer que cet acide gras se trouve seul représenté dans le liquide de fermentation.

Les nombres des colonnes A et B pour l'acide acétique pur sont :

Numéro d'ordre.	A.	B.	Numéro d'ordre.	A.	B.
1	7,5	5,9	6	50 8	40,5
2	15,4	12,2	7	61,0	48,7
3	23,0	18,8	8	72,5	57,9
4	32,1	25 6	9	84,9	67,7
5	41,2	32,9	10	100.0	79,8

Comme résultats de mes distillations fractionnées, opérées sur les distillats provenant de milieux de culture de composition différente, j'ai toujours trouvé, pour les diverses valeurs de A et B, des nombres légèrement inférieurs aux précédents, sauf pour les solutions aqueuses obtenues par la distillation de moûts houblonnés tournés, bières tournées, eaux de touraillon sucrées, pour lesquelles les nombres obtenus étaient supérieurs à ceux que je viens de rappeler pour l'acide acétique pur.

Ajoutons que si l'on suppose un moment les acides volatils comme constitués par un seul acide gras mélangé à l'acide acétique, et que si l'on calcule, dans cette hypothèse, au moyen des nombres donnés par Duclaux pour les acides purs, la valeur du rapport des équivalents d'acide acétique et propionique $\frac{a}{p}$, d'acide acétique et butyrique $\frac{a}{b}$, etc., on n'obtient dans aucun cas des résultats assez constants pour pouvoir traduire l'hypothèse en un fait. Il est donc certain qu'à côté de l'acide acétique s'en trouvent d'autres, comprenant non seulement des homologues supérieurs de l'acide acétique, mais aussi des traces d'acide formique, ainsi que le prouve l'allure des nombres des colonnes A et B, allure qui est, comme je l'ai dit, pour beaucoup de milieux, inférieure à celle des nombres correspondant à l'acide acétique pur. On sait que dans une distillation aux $^{10}/_{11}$ d'une solution aqueuse d'acide formique, il n'en passe environ que 60 % dans le distillat, 40 % restant dans la cornue. Il en résulte que, tout volume égal, le résidu de la distillation est beaucoup plus concentré en acide formique que le distillat; de sorte que si l'on veut chercher à caractériser ce corps par la réduction qu'il opère à 60°-70° du chlorure mercurique à l'état de chlorure mercureux, c'est, de préférence, sur le résidu qu'il convient d'opérer. On constatera alors, surtout en opérant comparativement sur une solution étendue d'acide acétique de même titre acide, une légère réduction du sel de mercure nettement décelable par l'ammoniaque.

Il est intéressant de constater, à propos de cette formation d'acide formique[1] aux dépens du sucre, que ce corps se trouve dans les produits de fermentation de bien des microbes, associé très souvent à des quantités plus ou moins considérables de ses homologues supérieurs et d'acide lactique. Baginsky[2] a montré que la fermentation du lactose par le *B. coli*, Escherich, fournissait les acides lactique, acétique, formique. Scruel[3] a vu le même bacille fournir, aux dépens du glucose, de l'acide acétique et de l'acide lactique, plus un peu d'acide formique.

J'ai trouvé les mêmes acides dans plusieurs fermentations des sucres occasionnées par des organismes pathogènes. Tous ces résultats semblent démontrer que nous nous trouvons là devant un processus très général de décomposition des sucres sous l'influence des microbes. Ce processus entraînerait aussi la formation d'un peu d'alcool.

En effet, le liquide dans lequel a vécu le *Saccharobacillus pastorianus* contient toujours de l'alcool en quantité appréciable.

Dans certains cas, j'ai trouvé jusqu'à un demi-gramme d'alcool sur 3 grammes de sucre transformé conjointement en acide lactique, acétique, etc. Ces alcools, étudiés au moyen du compte-gouttes, ont donné les résultats suivants (voir tableau ci-contre) :

[1] L'acide formique est un produit de l'activité microbienne plus commun qu'on ne le pense. Récemment Iwanow l'a signalé dans les cultures du bacille charbonneux, Frankland et Frew dans celles du *B. ethaceticus*, du *pneumococcus* de Friedlander, d'un ferment de la mannite et de la dulcite. Rayman et Kruis ont trouvé cet acide en quantités sensibles dans les produits de désassimilation de levure vieillie, etc.

[2] Dr Adolf Baginsky, *Zur Biologie der normalen Milchkolthbaterien* (II. Mittheilung, Zeitschrift für phys. Chemie, XIII. B., 4. Heft, p. 352).

[3] Scruel, *Contribution à l'étude de la fermentation du bacille commun de l'intestin* (Extrait de la Revue : La Cellule, t. VII, 1er fascicule).

Nombre de gouttes à 15° C.		Résultats.
100		**Eau.**
		Liquides alcooliques à 1° alcoométrique :
107		Alcool éthylique (Duclaux).
107		— — de mon laboratoire.
107		— — provenant de moût fermenté avec levures Carlsberg 1 et 2.
		Les alcools suivants proviennent de cultures pures dans les milieux suivants :
107,5	Ramenés à 1° alcoométrique avec de l'alcool éthylique pur.	Bouillon + malto-dextrine.
108		Dextrose + bouillon.
108		Bouillon + saccharose.
108,5		Bouillon + lactose.
108,5		Eau de touraillon + saccharose.
109,5		Moût non houblonné.
109		Moût non houblonné + craie.
126,5	Liquides alcooliques à 5° alcoométrique.	Alcool pur (Duclaux).
126,5		Alcool pur de mon laboratoire.
129		Alcool provenant d'une bière tournée naturellement.

On voit que la tension superficielle des distillats alcooliques provenant de cultures tournées est plus faible que celle de l'alcool pur. Ceci est en rapport avec les résultats que Duclaux a trouvés en opérant sur des vins malades (amers et poussés ou tournés) et des bières tournées naturellement. Voici, en effet, quelques-uns des nombres de son mémoire sur les vins :

Vin de Pomard amer,	alcool à 12,4	=	156	gouttes au lieu de		151,5
Vin de Bourgogne tourné,	— 20,1	=	177,5	—	—	176
— — —	— 19,1	=	174,5	—	—	173,5
Vin du Puy-de-Dôme tourné,	— 20,3	=	178,5	—	—	176,5
Bière tournée,	— 17,0	=	169,5	—	—	167

« Une agitation de cet alcool avec CS_2, dit Duclaux, lui enlève son odeur vive et ramène le nombre de gouttes à 168° ».

Dans une note de la page 250 du même travail, Duclaux attribue l'augmentation du nombre de gouttes dans les alcools de bière, au delà de celui qui convient au titre alcoolique, à l'action des huiles essentielles qui accompagnent le houblon.

Mais de ce que le même fait se reproduit avec des cultures pures du bacille de la tourne dans différentes liqueurs ne contenant pas de houblon, de ce que l'alcool provenant de cultures pures de *Saccharomyces cerevisae*, — (comme Duclaux [1] lui-même l'a trouvé : « J'ai eu la bonne fortune de rencontrer, » dans mes essais, une levure tellement pure, que j'ai pu » en conserver un échantillon pendant plus de huit mois, à la » cave, à une température qui a varié de 6° jusqu'à 15°, sans » qu'elle ait présenté, au bout de ce temps, autre chose au » microscope que des globules de levure vieillis, et, à l'odorat, » autre chose que l'odeur de levure épuisée. Il y en avait » 250 grammes en bouillie dans un liquide à 5 % d'alcool, » qui, distillé, a été amené à 14° et donnait alors 156,5 gouttes, » c'est-à-dire exactement le nombre qui convenait à son titre », comme Perdrix [2] l'a montré dans une publication récente, comme le confirment les chiffres que je donne plus haut pour les levures Carlsberg, n° 1 et n° 2,) — est de l'alcool éthylique pur, il est plus logique d'admettre, comme le savant français le fait, du reste, pour les vins, la présence, à côté de l'alcool éthylique, d'alcools de degrés supérieurs, parmi lesquels l'alcool amylique serait dominant.

Comme le bacille filiforme de Pasteur se trouve toujours en certaine quantité dans les moûts refroidis dans les conditions habituelles et fermentés avec les levures du commerce, on s'explique la présence dans les alcools industriels d'une certaine quantité d'alcool amylique.

[1] Duclaux, *Recherches sur les vins* (1er mémoire), *loc. cit.*

[2] L. Perdrix, *Sur les fermentations produites par un microbe anaérobie de l'eau* (Ann. de l'Institut Pasteur, 25 mai 1891).

Je ne veux pas dire par là que cette impureté soit l'œuvre d'un seul parasite microbien. On sait même que l'alcool amylique est produit par beaucoup de bactéries parmi lesquelles le bacille amylosyme de Perdrix. Cet auteur émet précisément, à propos de la présence de l'alcool amylique dans les alcools de pommes de terre, une opinion analogue à la mienne.

La question de la présence de l'alcool dans les produits de désassimilation du bacille de la tourne en soulève une autre. L'acide acétique, dont j'ai signalé plus haut l'existence, provient-il directement de la décomposition du sucre ou bien prend-il naissance par une oxydation partielle de l'alcool formé en premier lieu? Dans ce dernier cas, le bacille de la tourne agirait comme les ferments acétiques, et si on le fait vivre dans un liquide contenant de l'alcool, cet élément devra disparaître pour être remplacé par une quantité équivalente d'acide acétique. Or, il n'en est rien; dans une expérience de ce genre que je fis en employant du moût non houblonné comme liquide nutritif, la proportion d'alcool, qui était de 2,60 c. c. % avant l'ensemencement, avait même légèrement augmenté (elle était devenue 2,64) sans que la teneur en acide volatil fût visiblement différente de celle que j'ai signalée plus haut. L'acide acétique est donc bien un produit direct de destruction du sucre.

Pour pouvoir établir même approximativement le bilan de la destruction du sucre en les différents composés que nous venons d'étudier, en considérant même, pour simplifier les choses, la partie volatile comme uniquement formée d'alcool éthylique et d'acide acétique, il resterait à déterminer la quantité de chaque sucre qui est utilisée par le ferment pour constituer les principes immédiats de son édifice cellulaire.

Malheureusement, cette évaluation qui permettrait de contrôler par la quantité de sucre disparu la quantité des corps auxquels l'hydrate de carbone a donné naissance, exigerait, avant tout, la détermination exacte de la quantité de cellules formées pendant la fermentation. Or, cette évaluation n'est pas possible, parce que, entre autres difficultés, les acides élaborés

par le microbe entraînent la précipitation dans le moût d'une certaine quantité d'une substance azotée qui reste mélangée avec le ferment et rend toute séparation impossible ; c'est cette substance, et les corps des bacilles, qui produisent le trouble caractéristique de la tourne. Quand, dans un moût brillant, on verse une trace d'un acide, par exemple de l'acide lactique étendu, on constate que le liquide se voile et présente à l'œil un aspect analogue au moût tourné. Le liquide ne se clarifie qu'à la longue, et quand on soumet le dépôt ainsi formé à une partie des opérations de la méthode de Kjeldahl, on met facilement en évidence sa nature azotée.

Toute équation représentative d'une fermentation ne nous donne qu'une image éloignée de la réalité des phénomènes qui se passent dans ces processus biologiques si difficiles à éclaircir, parce que, par leur nature vitale, ils sont sujets à varier avec de légères modifications dans la composition chimique du milieu, les conditions physiques de l'expérience, l'état du ferment, le stade de la fermentation que l'on considère.

En prenant, par exemple, un cas très simple, celui où la quantité d'acide volatil formée était négligeable, ce que j'ai rencontré dans la fermentation du lactose en présence du bouillon, il a disparu au bout de vingt jours $0^{gr},350$ de ce sucre remplacé par $0^{gr},225$ d'acide lactique et $0^{gr},12$ d'alcool, soit :

I.	Quantité de lactose disparue	$0^{gr},340$
	Acide lactique formé.	0,225
	Alcool	0,12
		$0^{gr},345$

II. — Dans une même expérience, faite avec du saccharose, il a disparu $0^{gr},897$ de sucre. On a trouvé à la place :

Acide lactique	$0^{gr},657$
Alcool	0,112
Acides volatils en acide acétique. . .	0,018
	0^{gr} 787

III. — Même expérience avec du dextrose contenant de la dextrine :

Dextrose disparu	0gr,512
Acide lactique.	0,72
Alcool	0,15
Acide volatil en acide acétique . . .	0,054
	0gr,924

L'expérience III nous montre à l'évidence qu'une certaine quantité de dextrine a subi la fermentation. Il en a été de même dans une autre expérience, faite avec du moût houblonné, dans lequel je n'avais constaté qu'une disparition insensible de maltose, alors que les produits de transformation étaient très notables.

Ceci met en évidence la nature fermentescible de la dextrine, fait que je n'avais qu'effleuré dans ce qui précède.

Ces résultats joints à l'absence presque complète du gaz parmi les produits de fermentation du saccharobacille, montrent que pour procéder à la synthèse des principes immédiats de ses cellules, le microbe de la tourne utilise l'énergie fournie par le dédoublement de la matière hydrocarbonée en alcools et acides. Le rendement en énergie de ce mode de destruction de la substance fermentescible est évidemment inférieur à celui que fournirait la décomposition de la matière ternaire avec production de H_2O et CO_2 par un processus d'oxydation. C'est ce qui nous explique la lenteur avec laquelle le *Saccharobacillus pastorianus* se multiplie dans les liqueurs où il est ensemencé.

Disons enfin, pour terminer ces notions chimiques, que les cultures du microbe de la tourne ne présentent pas la réaction de l'indol, quoique le ferment soit, avant tout, un producteur d'acide lactique. Ce caractère est assez important, parce qu'il le distingue du bacille lactique de Kitasato [1], dont les cultures présentent avec le nitrate de potasse et l'acide sulfurique la réaction rose caractéristique de l'indol.

[1] Kitasato, *Zeitschrift für Hygiène*, 1889, t. VII, p. 515.

§ VII. — Comparaison du « Saccharobacillus » avec quelques organismes voisins.

Pour finir ce travail, il nous reste à examiner si le bacille qui en fait l'objet peut être rapproché d'autres organismes saprophytes de même forme microscopique.

D'une façon générale, la résistance à la tourne des milieux minéraux artificiels sépare nettement le *Saccharobacillus pastorianus* de tous les ferments qu'on est parvenu à y cultiver avec succès. Tels sont, par exemple, les ferments du lactose et du tartrate de chaux, et bien d'autres dont les différences dans la forme microscopique et les produits de fermentation ne suffisent pas à le distinguer. Il devient, en effet, de jour en jour plus certain que les substances élaborées par un même organisme, ainsi que ses produits d'excrétion, varient dans d'assez larges limites avec les conditions physiques et chimiques dans lesquelles il se trouve placé.

C'est ce qui fait que l'école de Paris se refuse toujours, avec raison, à établir actuellement une classification parmi des organismes dont l'identité est encore si difficile à établir.

Une question dont la solution aiderait pourtant largement ceux que tenterait une systématique provisoire de tous ces êtres, serait de savoir si le *Saccharobacillus pastorianus* ne peut être identifié avec l'un des ferments filiformes que l'on trouve dans les vins altérés. Malheureusement on se heurte ici à cette difficulté que l'on rencontre toujours quand on veut comparer les résultats d'expériences modernes faites au moyen de cultures absolument pures, avec les conclusions auxquelles on est arrivé il y a vingt ans. A ce point de vue, il serait intéressant de refaire l'étude de bien des ferments, en prenant, suivant l'expression de Pasteur, le soin d'isoler l'action de chacun d'eux dans des fermentations qu'on pourrait appeler pures.

Il est difficile de croire que les processus fermentatifs étudiés par nos prédécesseurs ne constituent pas la résultante du chimisme de plusieurs organismes distincts. Duclaux dit même, à

la page 322 de son second mémoire sur les vins, qu'il n'a jamais trouvé aucun vin amer où le ferment de l'amer ne se montrât plus ou moins mélangé au filament de la pousse. Il est certain que le même fait est applicable aux vins tournés, et que ceux-ci doivent aussi, dans l'hypothèse où les deux ferments seraient bien des organismes distincts, contenir des microbes de l'amer. C'est ce que nous confirme un cas étudié par Duclaux, où un vin du Puy-de-Dôme, conservé dans son laboratoire, avait tourné, tandis que le même vin conservé dans la cave du propriétaire avait contracté la maladie de l'amer, mais aussi légèrement celle de la tourne.

Je donne ci-après le résumé du paragraphe où Duclaux, dans sa *Chimie biologique*, traite la question des vins poussés, tournés et amers.

Vins poussés.

Examen microscopique. — Dépôt formé d'un amas de filaments souvent très longs, tous enchevêtrés les uns dans les autres, formant ordinairement une masse noirâtre, glutineuse, qui se tient et se met en fils muqueux lorsqu'on la retire à l'aide d'un tube effilé plongeant jusqu'au fond du tonneau ou de la bouteille.

Examen macroscopique du vin poussé. — Production d'une grande quantité de gaz, liqueur louche; agitée doucement, on y voit des ondes soyeuses se déplacer et se mouvoir en divers sens. Exposé à l'air, le vin poussé devient de plus en plus trouble et il s'y forme une sorte de précipité. Le goût du vin devient fade.

Caractères chimiques. — 1° Production d'une grande quantité de CO^2;

2° Disparition du tartre des tonneaux;

3° Production d'acides volatils (acétique pour Balard [1],

[1] Balard, *Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences*, t. LIII, p. 1226.

acétique et traces de propionique pour Béchamps [1] et Glénard [2], acétique et métacétique pour Nicklès [3]). Cette production d'acides volatils a été confirmée ensuite par Duclaux [4]. Ce dernier auteur a en même temps montré la disparition d'une certaine quantité d'acide fixe (acide tartrique.) Pour lui, dans tous les vins il ne se forme pas seulement des traces d'acide métacétique (reconnu plus tard comme propionique), mais aussi des quantités quelquefois supérieures en poids à l'acide acétique.

Vins tournés.

Examen microscopique. — M. A. Gautier [5] signale dans les vins tournés du midi de la France des filaments qu'on ne peut guère, par la description qu'il donne, distinguer des précédents.

Caractères macroscopiques. — Vin tournant au jaunâtre; pas de dégagement de CO_2; examiné avec soin, au grand jour, dans un verre blanc, on y remarque un léger brouillard, mais, exposé à l'air quelques heures, il devient peu à peu trouble, il s'irise à la surface; le goût devient acide et légèrement amer.

Caractères chimiques. — 1° Pas de production de CO_2;

2° Disparition du tannin et du tartre;

3° Formation d'*acide acétique*, tartronique et *lactique* (A. Gautier).

La présence des acides acétique et lactique avait déjà été

[1] Béchamps, *Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences*, t. LV, p. 1148.

[2] Glénard, *Ann. de la Société d'agriculture de Lyon*, t. VI.

[3] Nicklès, *Comptes rendus de l'Académie des sciences*, t. LV, p. 1219.

[4] Duclaux, *Recherches sur les vins* (Ann. de chimie et de physique, 5e série, t. III, 1876).

[5] A. Gautier, *Sur une maladie non encore décrite des vins du midi de la France, dits vins tournés* (Comptes rendus, 1878, t. LXXXVI, p. 1338).

signalée par Balard [1] dans des vins dits tournés. Pasteur a aussi trouvé de l'acide lactique dans un vin fermenté en présence des filaments [2].

Vins amers.

Caractères microscopiques. — Filaments analogues à ceux de la tourne, ordinairement enchevêtrés les uns dans les autres et divisés par une série d'articulations peu flexibles en une série d'articles plus ou moins courts, sur lesquels se fait un dépôt de matière colorante; les filaments ont alors l'aspect de branchages rameux.

Caractères macroscopiques. — Le vin commence par acquérir un goût fade et une odeur particulière, puis il devient amer; il se forme un dépôt plus ou moins volumineux, flottant, formé surtout de la matière colorante, car le vin se dépouille, vire au jaune et n'est bientôt plus potable.

1° *Caractères chimiques.* — Développement simultané d'acides fixes et volatils (Pasteur-Duclaux);

2° Les acides volatils consistent en acide acétique et butyrique (Duclaux);

3° Formation aussi d'une matière amère et d'alcools supérieurs;

4° Disparition d'une substance fixe, la glycérine (Pasteur).

On voit que par certains caractères macroscopiques, tels que le trouble produit, et aussi par la formation d'acide acétique et d'homologues supérieurs de cet acide (propionique dans un cas, butyrique dans l'autre), le *Saccharobacillus pastorianus* se rapproche des trois bacilles dont je viens de rappeler la description.

Tous trois se séparent néanmoins du bacille filiforme de Pasteur, par la nature de la substance fermentescible et certaines particularités, telles que la production de CO_2 dans

[1] Balard, *loc. cit.*

[2] Pasteur, *Études sur le vin*, 1re édit., 1866; 2e édit., 1872.

les vins poussés. Celui dont il se rapproche le plus, par la production simultanée d'acides fixes et volatils et d'alcool, est évidemment le bacille de l'amer. Malheureusement, ici encore la formation d'une matière amère est assez importante pour réserver l'étude de cette question d'identification aux microbiologistes établis en pays vinicoles, où ils peuvent se fournir, plus aisément qu'ici, les matériaux indispensables à cette recherche. Nul doute qu'en s'inspirant des procédés que j'ai indiqués dans la partie biologique de ce travail, ils ne parviennent à cultiver de ces filaments à l'état de pureté.

CONCLUSIONS.

1. Le bacille filiforme (*Saccharobacillus pastorianus*) décrit par Pasteur dans son ouvrage : *Études sur la bière*, est l'agent principal des bières tournées.

2. Ce fait peut être démontré expérimentalement par la production artificielle de cette altération au moyen de cultures pures du bacille.

3. Le diagnostic de cette maladie des bières s'établit facilement : *a*) par la présence du bacille dans le liquide; *b*) par l'augmentation lente et progressive du degré d'acidité ; *c*) par le trouble particulier produit.

4. Parmi les différents caractères morphologiques du *Saccharobacillus pastorianus*, les plus importants sont : *a*) la forme microscopique; *b*) la lenteur excessive du développement des colonies sur la bière ou le moût alcoolisé gélatinisés ; *c*) l'altération caractéristique (tourne) produite dans un grand nombre d'infusions organiques.

5. Le *Saccharobacillus pastorianus* vit indifféremment en aérobie et anaérobie ; il meurt entre 55° et 60° C.

6. Le bacille est sensible à la réaction du milieu. Quoiqu'il puisse vivre parfaitement dans les milieux d'une certaine acidité, il préfère la réaction alcaline.

7. Les acides sulfureux et salicylique, la saccharine, les

principes extractifs du houblon exercent chacun une certaine influence défavorable sur le *Saccharobacillus pastorianus*.

8. L'anhydride carbonique, le chlorure de sodium, l'alcool n'exercent que peu ou point d'influence sur le bacille.

9. En concurrence avec un *Saccharomyces cerevisiæ*, le *Saccharobacillus pastorianus* ne continue pas moins à faire sentir son action.

En général, les *différents parasites bactériens* qui se trouvent dans le moût et la bière semblent se contrarier mutuellement.

10. Le *Saccharobacillus pastorianus* est un ferment des hydrates de carbone. Il effectue la fermentation du saccharose sans inversion préalable. On n'a trouvé de sucrase ni dans ses liquides de culture, ni dans l'intérieur de ses cellules.

11. Dans cette fermentation, la matière hydrocarbonée se dédouble directement en produits principaux : acide lactique, acide acétique et alcool. Il se forme aussi des traces d'acide formique, ainsi que des homologues supérieurs de l'acide acétique et de l'alcool ordinaire (probablement de l'alcool amylique).

12. La constitution chimique du milieu semble exercer une influence sur les proportions relatives d'acides fixes et volatils.

13. Les acides produits aux dépens des hydrates de carbone du moût entraînent la précipitation d'une substance de nature azotée qui, mélangée aux bacilles, produit les ondes soyeuses du liquide.

14. Le *Saccharobacillus pastorianus* est différent de plusieurs ferments des sels de chaux des acides organiques; il présente quelque analogie (non absolument certaine) avec certains microbes des vins altérés.

ESSAI

DE

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE GÉNÉRALE,

par le colonel **J. DE TILLY**,

MEMBRE DE L'ACADÉMIE.

(Présenté à la Classe des sciences dans la séance du 10 mai 1892)

ESSAI

DE

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE GÉNÉRALE.

---

1. Il y a deux manières d'exposer la géométrie.

Dans l'une, à l'usage de l'enseignement élémentaire, on s'appuie, au début, sur un certain nombre de données expérimentales, et alors on peut ne supposer chez le lecteur ou l'élève que des connaissances analytiques très bornées.

L'autre exposition, pour laquelle il existe de nombreux documents, mais qui n'a jamais été faite, je pense, d'une manière complète et absolument concluante, est plus scientifique : elle s'appuie sur une connaissance approfondie des ressources de l'analyse et établit toutes les formules de la géométrie dans un sens purement abstrait et absolument *rigoureux*, sans rien emprunter à l'expérience, laquelle n'intervient (avec le caractère d'*approximation* qui lui est propre) qu'au moment où l'on veut passer aux applications pratiques.

2. L'objet principal de la géométrie est la recherche des relations entre les intervalles des couples de points situés dans l'espace. Toutes les formules, tous les théorèmes de la géométrie peuvent se réduire, en effet, à des relations entre ces intervalles, parce que les autres idées qui y figurent en apparence ne sont que conventionnelles, tandis que l'intervalle entre deux points est une idée absolue et irréductible.

3. J'en ai déjà donné, dans un de mes ouvrages (*), un exemple assez frappant, que je vais reproduire.

Théorème. La somme des trois angles d'un triangle rectiligne est égale à deux angles droits.

Traduction en intervalles. Étant données, entre les 28 intervalles (12), ... (78), de 8 points 1, ... 8 de l'espace, les 12 relations (13) = (23), (14) = (24), (15) = (25), (16) = (26), (17) = (27), (18) = (28), (34) = (45), (35) = 2 (34), (36) = (37) = (48), (46) = (47) = (58), on aura nécessairement la treizième relation : (34) = (68), ou bien (34) = (78).

4. Prenons encore un autre exemple :

Formule : $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$.

Traduction en intervalles. Étant données, entre les 10 intervalles (12), ... (45), de 5 points de l'espace, les 2 relations :

(14) + (24) = (12), (15) + (35) = (13), on aura nécessairement la troisième relation :

$$\frac{(12)^2 + (13)^2 - (23)^2}{(12)(13)} = \frac{(14)^2 + (15)^2 - (45)^2}{(14)(15)}.$$

5. Le dernier exemple montre, plus clairement encore que le premier, que l'idée d'angle est purement conventionnelle. Il en est de même des idées d'aire et de volume. En effet, de même que la longueur d'une ligne est l'intégrale d'un intervalle élémentaire, l'aire est l'intégrale d'un triangle et le volume l'intégrale d'un tétraèdre. Or, l'aire du triangle et le volume du tétraèdre s'expriment en fonction de simples intervalles, et leur mesure peut leur servir de définition.

(*) *Essai sur les principes fondamentaux de la géométrie et de la mécanique,* p. 72. On a introduit 8 points au lieu de 7, pour éviter une objection qui ne portait pas sur le fond de l'idée, et que le lecteur trouvera aisément en comparant les deux énoncés.

6. Mais il faut maintenant reprendre les choses de plus loin, en nous plaçant au seuil de la géométrie.

Cette science n'étant que celle des intervalles, et l'intervalle lui-même n'étant, *a priori,* qu'un nombre caractérisant un couple de points, on peut imaginer d'abord un système de géométrie dans lequel tous les intervalles seraient arbitraires.

Prenons, par exemple, 1 000 points dans l'espace, lesquels auront entre eux 499 500 intervalles. Puis, choisissons 499 500 nombres au hasard, et attribuons l'un de ces nombres à chacun des intervalles. Imaginons ensuite que l'imposition d'un nombre à chaque intervalle soit continuée, sinon pour tous les points de l'espace, du moins pour tous ceux que l'on aura à considérer spécialement dans le cours d'une opération déterminée. On aurait ainsi un système complet de géométrie. Mais ce serait une géométrie rudimentaire, se réduisant à un catalogue des intervalles des points de l'espace et sans relations possibles entre ces intervalles, puisque ceux-ci ont été choisis au hasard.

7. Si l'on veut qu'il existe une géométrie, dans le sens ordinaire de ce mot, c'est-à-dire une géométrie comprenant des relations, des formules entre les intervalles, il faut donc se poser le problème suivant :

Choisir les nombres correspondant aux intervalles des couples de points de l'espace, non plus d'une façon tout à fait arbitraire, mais de manière qu'il puisse exister entre ces nombres des relations générales, d'ailleurs quelconques.

Et si le problème ainsi posé, sans introduction d'aucune condition supplémentaire, sans aucun appel à l'expérience, conduisait à une solution déterminée, dans laquelle il ne resterait plus ensuite qu'à fixer la valeur d'une constante pour retrouver les formules connues de la géométrie, il me semble que la philosophie des sciences mathématiques aurait fait un pas décisif.

C'est ce que je vais essayer de réaliser dans la mesure de mes

forces et en signalant ce qui laisse encore à désirer au point de vue purement analytique.

8. Le point de départ est donc celui-ci : si nous voulons qu'il existe une géométrie théorique, nous devons admettre qu'on ne puisse pas augmenter indéfiniment le nombre des points choisis dans l'espace, en laissant *tous* les intervalles arbitraires ; on devra donc s'arrêter à un nombre n de points, à partir duquel il existera au moins une relation entre les $\frac{n(n-1)}{2}$ intervalles correspondants.

De plus, si l'on veut que les formules de la géométrie soient non pas *locales* (*), mais applicables à l'espace tout entier, il faudra, non seulement que le nombre n soit le même dans tout l'espace, mais encore que la relation ou les relations entre les $\frac{n(n-1)}{2}$ intervalles soient aussi les mêmes.

9. Lorsque le nombre de points à partir duquel les intervalles ne sont plus tous arbitraires, est égal à n, on dit que la géométrie est de la $n-2^{e}$ espèce (**), ou à $n-2$ dimensions.

Étant admis que dans cette géométrie les $\frac{n(n-1)}{2}$ intervalles de n points ne sont pas tous arbitraires, on peut se demander combien de relations il existe entre eux. D'abord, on ne peut en admettre plus de $n-1$, car si l'on supposait qu'il en existât n, distinctes et non contradictoires, on pourrait, entre elles, éliminer les $n-1$ intervalles de l'un des points à tous les autres, et il resterait *une* équation entre les intervalles de ces $n-1$ autres points. La géométrie considérée ne serait donc en réalité qu'à $n-3$ dimensions.

(*) Un exemple de formules locales serait donné, dans la géométrie à trois dimensions, par les formules applicables seulement aux points d'une surface ou d'une ligne; mais on peut évidemment les concevoir autrement, et on les étudierait comme nous allons le faire pour l'espace tout entier, en ayant soin de ne choisir que les points répondant à ces formules locales.

(**) Il est tout naturel qu'il faille déduire 2 unités, car un seul point ne donne pas d'intervalle, et 2 points (ou un seul intervalle) ne donnent pas de relation. Il en faut donc au moins 3 pour constituer la *première* espèce de géométrie, donc n pour la $n-2^{e}$ espèce.

10. Mais je dis, de plus, que le nombre des relations ne peut surpasser l'unité.

En effet, considérons d'abord trois points, dans l'espace à $n - 2$ dimensions dont il s'agit.

Si, entre leurs trois intervalles, il existait deux relations, il s'ensuivrait qu'un de ces intervalles déterminerait les deux autres. Ainsi, étant donnés deux points A et B, l'intervalle AC serait déterminé d'avance, quel que fût le troisième point C que l'on choisirait, et puisque nous voulons que les formules soient les mêmes dans tout l'espace, on en conclut immédiatement qu'à tous les couples de points de l'espace correspondrait un seul et même intervalle (*). Nous ne dirons pas que cela est impossible; car cela ne l'est pas, analytiquement parlant, et nous ne voulons rien emprunter à l'expérience. Nous dirons seulement que ce système de géométrie est à prendre ou à laisser, et nous écarterons cette solution insignifiante, pour continuer la recherche des autres solutions du problème.

Ainsi donc, entre nos trois intervalles, il ne peut exister deux relations.

S'il en existe une seule, nous sommes dans les termes de l'énoncé : on a alors $n = 3$, et la géométrie est à une seule dimension.

S'il n'en existe pas, il est acquis que nous pouvons fixer arbitrairement les trois intervalles entre trois points (**).

Considérons alors un système de quatre points. Les trois premiers (1, 2, 3) peuvent être pris au hasard quant à leurs intervalles. Le système (1, 2, 4) peut aussi être pris arbitrairement, c'est-à-dire que les intervalles (12), (13), (14), (23), (24) peuvent être pris arbitrairement, d'après ce qui précède. Alors (34) est déterminé ou ne l'est pas.

(*) Il en serait ainsi, tout au moins, si les relations existantes ne donnaient qu'une seule valeur pour l'intervalle calculé, et l'on voit aisément ce qui arriverait dans le cas des valeurs multiples.

(**) Au moins dans de certaines limites. On veut dire que deux d'entre eux ne déterminent pas le troisième, mais lui laissent encore une infinité de valeurs possibles, formant suite continue. Cette observation se reproduira plus loin.

Dans le premier cas, nous retrouvons notre énoncé. Il existe une seule relation entre les 6 intervalles des 4 points, et $n = 4$.

Dans le second cas, il est acquis que les 6 intervalles de 4 points peuvent être pris arbitrairement.

Dès lors, considérons 5 points : 1, 2, 3, 4, 5. Le système (1, 2, 3, 4) est arbitraire. Il en est de même du système (1,2,3,5). Donc les intervalles (12), (13), (14), (15), (23), (24), (25), (34), (35), peuvent être choisis au hasard, et il ne reste à fixer que (45).

Continuant ainsi de proche en proche, on verra clairement que si la géométrie considérée est d'ordre $n-2$, mais irréductible à un ordre moindre, il n'existe entre les $\frac{n(n-1)}{2}$ intervalles de n points qu'une seule relation analytique, nécessairement symétrique par rapport aux intervalles.

11. C'est cette relation dont il faut chercher la forme, d'après la seule condition qu'elle puisse exister sans contradiction pour *tous* les groupes de n points dont on peut remplir l'espace.

Les géométries à une et à deux dimensions étant comprises dans la géométrie à trois dimensions (comme on le sait et comme on le verra ci-après), et la géométrie à plus de trois dimensions n'ayant aucune application en dehors de l'analyse pure, nous prendrons *comme exemple,* dans ce qui va suivre, la géométrie à trois dimensions, c'est-à-dire que nous supposerons $n - 2 = 3$, d'où $n = 5$, et nous aurons à considérer la relation entre les 10 intervalles de 5 points.

12. Représentons provisoirement cette relation par

$$\psi\,[(12), \ldots (45)] = 0,$$

ou, pour abréger, par

$$(12345) = 0.$$

Les 10 intervalles de ces 5 points étant connus, cherchons à y ajouter un sixième point et à déterminer les 5 intervalles supplémentaires (16),... (56). On peut choisir au hasard trois intervalles tels que (16), (26), (36), mais alors (46) et (56) ne sont plus arbitraires, car ils doivent satisfaire respectivement aux

relations

$$\left.\begin{aligned}(12346) &= 0,\\ (12356) &= 0.\end{aligned}\right\} \quad \text{Ces deux relations, ainsi que la relation} \quad \left\{ (12345) = 0, \right. \quad \ldots \quad (1)$$

sont donc analytiquement réalisables pour un système de 6 points, même avec une forme arbitraire de ψ ; mais comme on veut que la relation ψ soit vérifiée dans *tout* système de 5 points, on devra avoir en outre :

$$\left.\begin{aligned}(12456) &= 0\\ (13456) &= 0\\ (23456) &= 0\end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

Ainsi donc les équations (2) doivent être des conséquences directes et purement analytiques des équations (1). Par exemple, la première des trois équations (2) doit être le résultat immédiat de l'élimination des intervalles (13) et (23) entre les équations (1), cette élimination faisant disparaître en même temps les intervalles (34), (35) et (36). Toute forme ψ, qui ne satisfait pas à cette condition purement analytique, est impossible, comme représentation géométrique d'un système de cinq points.

Nous énoncerons cette condition sous la forme suivante : « Si, dans un système de six points, trois des six équations comprenant chacune dix des quinze intervalles, sont vérifiées, les trois autres doivent l'être aussi », et nous l'appellerons *la condition des six points*.

13. Nous allons démontrer maintenant que cette condition imposée à la forme ψ et qui est *nécessaire* pour l'existence d'un système de géométrie, est aussi *suffisante*, c'est-à-dire qu'elle permet l'existence d'une relation semblable à ψ, non seulement pour les six groupes de cinq points que l'on peut former dans un système de six points, mais pour tous les groupes de cinq points que l'on peut former dans un nombre

illimité de points emplissant l'espace. Ce sera donc, dès lors, la véritable condition d'existence d'un système de géométrie.

Supposons que la relation ψ soit vérifiée pour tous les groupes de 5 points d'un système de n points, et démontrons que l'adjonction d'un $n+1^{e}$ point n'empêchera pas de déterminer tous les intervalles de manière à répondre à la même condition.

Soient A, B, C, 1, 2,... $(n-3)$, les n points donnés.

Prenons au hasard les intervalles du nouveau point $(n-2)$ aux points A, B, C; puis déterminons les intervalles

$$[1\,(n-2)], \quad [2\,(n-2)], \quad \ldots\ldots$$

par les relations

$$\left.\begin{aligned} [\mathrm{ABC1}\,(n-2)] &= 0, \\ [\mathrm{ABC2}\,(n-2)] &= 0, \\ &\vdots \\ [\mathrm{ABC}\,(n-3)\,(n-2)] &= 0. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

Il faut démontrer que l'on aura nécessairement :

$$[pqrs\,(n-2)] = 0,$$

p, q, r, s étant des nombres quelconques pris dans la suite 1, 2,... $(n-3)$, ou bien des lettres prises parmi A, B ou C.

Pour cela, considérons d'abord le système de 6 points

$$\mathrm{A}, \mathrm{B}, \mathrm{C}, p, q, n-2.$$

On a, dans ce système :

$(\mathrm{ABC}pq) = 0$ (puisque ce sont des points du système primitif),

$$\left.\begin{aligned} [\mathrm{ABC}p\,(n-2)] &= 0, \\ [\mathrm{ABC}q\,(n-2)] &= 0 \end{aligned}\right\} \quad [\text{d'après les équations (3)}];$$

donc, en vertu de la condition des six points :

$$[\mathrm{AB}pq\,(n-2)] = 0, \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

et par une démonstration identique :

$$\left.\begin{aligned}&[\mathrm{AB}pr\,(n-2)]=0,\\&[\mathrm{AB}qr\,(n-2)]=0.\end{aligned}\right\}\quad\ldots\ldots\quad(5)$$

Dans le système de 6 points A, B, p, q, r, $n-2$, on a donc aussi trois relations vérifiées (4 et 5), donc, toujours par la même condition, on a :

$$[\mathrm{A}pqr\,(n-2)]=0,\quad\ldots\ldots\quad(6)$$

et par une démonstration identique :

$$\left.\begin{aligned}&[\mathrm{A}pqs\,(n-2)]=0,\\&[\mathrm{A}prs\,(n-2)]=0,\\&[\mathrm{A}qrs\,(n-2)]=0.\end{aligned}\right\}\quad\ldots\ldots\quad(7)$$

Il en résulte que dans le système de 6 points A, p, q, r, s, $n-2$, trois relations et même quatre (6 et 7) sont vérifiées, donc les autres le sont aussi, et en particulier

$$[pqrs\,(n-2)]=0\,,$$

ce qu'il fallait démontrer. La démonstration aurait été plus simple encore s'il avait fallu conserver une ou deux des lettres A, B, C.

La forme ψ qui répond à la condition des six points est donc complètement propre à la représentation d'un système de géométrie.

14. Il reste à découvrir cette forme ψ, telle que les équations

$$\psi\,[(12)\,(13)\,(14)\,(15)\,(23)\,(24)\,(25)\,(34)\,(35)\,(45)]=0,$$

$$\psi\,[(12)\,(13)\,(14)\,(16)\,(23)\,(24)\,(26)\,(34)\,(36)\,(46)]=0,$$

$$\psi\,[(12)\,(13)\,(15)\,(16)\,(23)\,(25)\,(26)\,(35)\,(36)\,(56)]=0,$$

entraînent nécessairement l'existence de ces trois autres équa-

tions :

$$\psi[(12)(14)(15)(16)(24)(25)(26)(45)(46)(56)] = 0,$$
$$\psi[(13)(14)(15)(16)(34)(35)(36)(45)(46)(56)] = 0,$$
$$\psi[(23)(24)(25)(26)(34)(35)(36)(45)(46)(56)] = 0.$$

Deux formes ψ satisfont à cette condition (pour les points 1, 2, 3, 4, 5). Ce sont les suivantes :

$$1^\circ : (12345) = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & \varphi(12) & \varphi(13) & \varphi(14) & \varphi(15) \\ 1 & \varphi(12) & 0 & \varphi(23) & \varphi(24) & \varphi(25) \\ 1 & \varphi(13) & \varphi(23) & 0 & \varphi(34) & \varphi(35) \\ 1 & \varphi(14) & \varphi(24) & \varphi(34) & 0 & \varphi(45) \\ 1 & \varphi(15) & \varphi(25) & \varphi(35) & \varphi(45) & 0 \end{vmatrix} = 0. \quad (8)\ (*)$$

$$2^\circ : (12345) = \begin{vmatrix} 1 & \varphi(12) & \varphi(13) & \varphi(14) & \varphi(15) \\ \varphi(12) & 1 & \varphi(23) & \varphi(24) & \varphi(25) \\ \varphi(13) & \varphi(23) & 1 & \varphi(34) & \varphi(35) \\ \varphi(14) & \varphi(24) & \varphi(34) & 1 & \varphi(45) \\ \varphi(15) & \varphi(25) & \varphi(35) & \varphi(45) & 1 \end{vmatrix} = 0. \quad (9)\ (**)$$

Ces déterminants diffèrent de ceux de MM. Cayley, Schering et Mansion par l'introduction de la forme arbitraire φ. Il est évident, en effet, que si l'une de ces expressions vérifie la condition des six points pour une certaine forme de φ, elle la vérifiera aussi pour toute autre forme de φ.

Le premier déterminant peut se déduire du second, moyennant une hypothèse particulière sur la forme φ et un passage

(*) Cayley, *The collected mathematical papers*, t. I, art. 1 ; *Journal de Cambridge*, t. II. — Lagrange, *Mémoires de l'Académie des sciences de Berlin*, 1773 (*Sur les pyramides*); *OEuvres complètes*, t. III, p. 659. — Carnot, *Mémoire sur la relation qui existe entre les distances respectives de cinq points...* — Rouché et de Comberousse, *Traité de Géométrie*, 6e édition, 2e partie, Note I.

(**) Schering, *Nachrichten v. d. k. Gesellschaft d. Wissensch.*, Göttingen, 1870, Juli 13, p. 311 ; 1873, n° 2, p. 13 ; 1873, n° 6, p. 149. — Mansion, *Annales de la Société scientifique de Bruxelles*, t. XIII, 1888-1889, 1re p., p. 57 ; t. XV, 1890-1891, 1re p., p. 8 : t. XVI, 1891-1892, 1re p., p. 51.

à la limite, mais ici nous considérerons les deux solutions comme distinctes.

15. Il est assez facile de démontrer que ces deux formes analytiques vérifient la condition des six points (*); mais la réciproque peut être plus difficile, et il reste ici, dans la géométrie analytique générale, une lacune qu'il ne faut pas dissimuler.

On pourrait soutenir qu'en dehors des deux formes trouvées, il en existerait une troisième, distincte des deux autres, vérifiant également la condition des six points, et par conséquent capable d'exprimer la relation entre les 10 intervalles de 5 points de l'espace.

En attendant que cette question soit complètement résolue par l'analyse pure, nous montrerons plus loin que la découverte d'une nouvelle fonction, si elle était possible, ne conduirait pas à un nouveau système de géométrie, distinct de ceux qui résultent des deux fonctions déjà trouvées (**).

16. *Système géométrique ou analytique d'intervalles.* Nous avons vu, au n° 6, comment on pourrait imaginer un système idéal d'intervalles, sans relations entre eux. Lorsque les intervalles satisfont, au contraire, à l'une des relations du n° 14, nous dirons qu'ils constituent un système géométrique. Il est facile de former, d'une infinité de manières, un pareil système, comme nous l'avons déjà vu (n° 13). Je dis d'une infinité de manières, non seulement parce que la forme φ est arbitraire dans les relations (8) et (9), mais aussi parce que, pour chaque point que l'on ajoute au système, on peut prendre arbitrairement trois intervalles.

17. Nous allons maintenant étudier les propriétés des systèmes géométriques en prenant *comme exemple* celui des deux déterminants qui donne lieu aux calculs les plus simples; mais tout ce qui se fera pour celui-là pourra se répéter sur l'autre, ainsi que cela sera indiqué sommairement.

(*) Voir la Note II, due à M. Mansion.
(**) Voir la Note IV.

18. *Système de coordonnées.* Pour faire cette étude, il convient, conformément au titre de ce mémoire, d'introduire des coordonnées, destinées à simplifier les calculs, à les rendre symétriques et à les rapprocher de ceux de la géométrie analytique usuelle.

Tout le monde a dû se dire, en lisant un traité de géométrie analytique, que les calculs de cette science pourraient bien remplacer avantageusement certains raisonnements de la géométrie ordinaire, et peut-être supprimer des postulatums.

Malheureusement, le point de départ, c'est-à-dire la définition même des coordonnées et l'équation de la droite, s'appuyait sur la géométrie ordinaire, et il y avait donc cercle vicieux. La relation analytique (8), indépendante de l'expérience, que nous possédons entre les intervalles des points, va nous permettre d'arriver aux équations de la ligne droite, du plan, etc., et par suite de pousser jusqu'au bout la géométrie analytique, avec des coordonnées définies autrement que celles de la géométrie analytique ordinaire, mais qui, au fond, seront les mêmes.

19. Considérons les deux points 1 et 2, et rapportons-les à trois autres points de l'espace A, B, C, dont les intervalles sont AB, AC, BC.

A cet effet, adoptons d'abord comme coordonnées de A les quantités x_a, y_a, 0; de B, x_b, y_b, 0; de C, x_c, y_c, 0; les six quantités x_a, ... y_c satisfaisant aux trois équations

$$\left.\begin{aligned} (x_a - x_b)^2 + (y_a - y_b)^2 &= \varphi(\mathrm{AB}), \\ (x_a - x_c)^2 + (y_a - y_c)^2 &= \varphi(\mathrm{AC}), \\ (x_b - x_c)^2 + (y_b - y_c)^2 &= \varphi(\mathrm{BC}). \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

Ces équations ne contiennent, en réalité, que quatre inconnues distinctes, c'est-à-dire les quatre différences figurant dans les deux premières équations.

Si l'on se donne au hasard l'une de ces différences, on calcule facilement les trois autres. Il y a plusieurs solutions, mais on choisira arbitrairement l'une d'entre elles. Ensuite, on pourra encore se donner arbitrairement deux des six coordon-

nées, comprenant l'un des x et l'un des y. Les quatre autres coordonnées se trouveront déterminées. Ces coordonnées peuvent, pour le moment, être réelles ou imaginaires.

Ceci posé, définissons les coordonnées x_1, y_1, z_1 du point 1 par les équations

$$\left.\begin{aligned}(x_1 - x_a)^2 + (y_1 - y_a)^2 + z_1^2 &= \varphi(1A),\\ (x_1 - x_b)^2 + (y_1 - y_b)^2 + z_1^2 &= \varphi(1B),\\ (x_1 - x_c)^2 + (y_1 - y_c)^2 + z_1^2 &= \varphi(1C).\end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (11)$$

Ces équations détermineront sans ambiguïté x_1 et y_1 ; mais z_1 aura deux valeurs égales et de signes contraires.

On pourra, en ce moment, conserver le double signe ; nous expliquerons plus loin comment le choix devra se faire. De même, les coordonnées x_2, y_2, z_2 du point 2 répondront aux équations

$$\left.\begin{aligned}(x_2 - x_a)^2 + (y_2 - y_a)^2 + z_2^2 &= \varphi(2A),\\ (x_2 - x_b)^2 + (y_2 - y_b)^2 + z_2^2 &= \varphi(2B),\\ (x_2 - x_c)^2 + (y_2 - y_c)^2 + z_2^2 &= \varphi(2C).\end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (12)$$

20. D'un autre côté, les cinq points 1, 2, A, B, C, donnent la relation :

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & \varphi(12) & \varphi(1A) & \varphi(1B) & \varphi(1C) \\ 1 & \varphi(12) & 0 & \varphi(2A) & \varphi(2B) & \varphi(2C) \\ 1 & \varphi(1A) & \varphi(2A) & 0 & \varphi(AB) & \varphi(AC) \\ 1 & \varphi(1B) & \varphi(2B) & \varphi(AB) & 0 & \varphi(BC) \\ 1 & \varphi(1C) & \varphi(2C) & \varphi(AC) & \varphi(BC) & 0 \end{vmatrix} = 0 \quad . \quad (13)$$

Si, entre les dix équations (10), (11), (12) et (13), on élimine les neuf quantités (AB), (AC), (BC), (1A), (1B), (1C), (2A), (2B), (2C), il restera la valeur de $\varphi(12)$ en fonction des coordonnées x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, et peut être aussi de x_a, x_b, x_c, y_a, y_b, y_c, car il n'est pas tout à fait évident, *a priori*, que ces quantités disparaissent par l'élimination.

Mais cette élimination est très facile à exécuter, car si, dans (13), on remplace tous les φ, autres que φ (12), par leurs

valeurs tirées de (10), (11) et (12), il vient :

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & \varphi(12) \\ 1 & \varphi(12) & 0 \\ 1 & (x_1 - x_a)^2 + (y_1 - y_a)^2 + z_1^2 & (x_2 - x_a)^2 + (y_2 - y_a)^2 + z_2^2 \\ 1 & (x_1 - x_b)^2 + (y_1 - y_b)^2 + z_1^2 & (x_2 - x_b)^2 + (y_2 - y_b)^2 + z_2^2 \\ 1 & (x_1 - x_c)^2 + (y_1 - y_c)^2 + z_1^2 & (x_2 - x_c)^2 + (y_2 - y_c)^2 + z_2^2 \end{vmatrix} = 0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

équation dans laquelle $\varphi(12)$ est la seule inconnue.

21. Or, je dis qu'une première solution est donnée par l'équation

$$\varphi(12) = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2 \quad . \quad . \quad (15)$$

En effet, si l'on remplace $\varphi(12)$ par cette valeur, l'équation (14) devient une identité, parce que son premier membre est alors le produit des deux déterminants :

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 & x_1 & y_1 & z_1 & 0 \\ 1 & x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 & x_2 & y_2 & z_2 & 0 \\ 1 & x_a^2 + y_a^2 & x_a & y_a & 0 & 0 \\ 1 & x_b^2 + y_b^2 & x_b & y_b & 0 & 0 \\ 1 & x_c^2 + y_c^2 & x_c & y_c & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

et

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 & 1 & -2x_1 & -2y_1 & -2z_1 & 0 \\ x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 & 1 & -2x_2 & -2y_2 & -2z_2 & 0 \\ x_a^2 + y_a^2 & 1 & -2x_a & -2y_a & 0 & 0 \\ x_b^2 + y_b^2 & 1 & -2x_b & -2y_b & 0 & 0 \\ x_c^2 + y_c^2 & 1 & -2x_c & -2y_c & 0 & 0 \end{vmatrix},$$

lesquels sont nuls l'un et l'autre, puisqu'ils renferment une colonne à éléments nuls.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1-\ )^2+(y_1-y_a)^2+z_1^2 & (x_1-x_b)^2+(y_1-y_b)^2+z_1^2 & (x_1-x_c)^2+(y_1-y_c)^2+z_1^2 \\ x_2-\ )^2+(y_2-y_a)^2+z_2^2 & (x_2-x_b)^2+(y_2-y_b)^2+z_2^2 & (x_2-x_c)^2+(y_2-y_c)^2+z_2^2 \\ 0 & (x_a-x_b)^2+(y_a-y_b)^2 & (x_a-x_c)^2+(y_a-y_c)^2 \\ (x\ -x_b)^2+(y_a-y_b)^2 & 0 & (x_b-x_c)^2+(y_b-y_c)^2 \\ (x\ -x_c)^2+(y_a-y_c)^2 & (x_b-x_c)^2+(y_b-y_c)^2 & 0 \end{vmatrix}$$

22. Une seconde solution sera évidemment

$$\varphi(12) = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 + z_2)^2 \quad . \quad . \quad (16)$$

En effet on peut, dans (14), changer z_1 en $-z_1$ et z_2 en $-z_2$, soit simultanément, soit séparément, sans que l'équation se modifie. On peut donc faire la même chose dans le résultat. Le changement simultané ne donne rien, mais en changeant le signe de l'une des quantités z_1 ou z_2, on trouve cette seconde expression.

D'un autre côté, l'équation (14) n'est que du second degré en φ (12), donc il n'y a pas d'autre solution possible que (15) ou (16), et il en est de même pour deux points quelconques x_m, y_m, z_m; x_n, y_n, z_n.

N'oublions pas que les signes de z_1 et de z_2 sont restés douteux.

Nous choisirons celui de z_1 arbitrairement, puis ceux de z_2, z_3, ... z_n, de manière que l'on ait pour tous ces points la formule (15) et non la formule (16), quand on évalue φ (12), φ (13), ... φ (1n).

23. Il reste à prouver que, pour un autre intervalle quelconque, ne comprenant pas le point 1, par exemple (23), on aura aussi :

$$\varphi(23) = (x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2 + (z_2 - z_3)^2,$$

et non pas :

$$\varphi(23) = (x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2 + (z_2 + z_3)^2.$$

Pour cela, appliquons la formule (13) aux cinq points

1, 2, 3, A, B. Nous aurons :

$$(17)\quad \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & (x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2+(z_1-z_2)^2 \\ 1 & (x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2+(z_1-z_2)^2 & 0 \\ 1 & (x_1-x_a)^2+(y_1-y_a)^2+z_1^2 & (x_2-x_a)^2+(y_2-y_a)^2+z_2^2 \\ 1 & (x_1-x_b)^2+(y_1-y_b)^2+z_1^2 & (x_2-x_b)^2+(y_2-y_b)^2+z_2^2 \\ 1 & (x_1-x_3)^2+(y_1-y_3)^2+(z_1-z_3)^2 & \varphi(23) \end{vmatrix}$$

On voit que $\varphi(23) = (x_2-x_3)^2+(y_2-y_3)^2+(z_2-z_3)^2$ satisfait à l'équation, comme cela devait être ; mais il n'est plus vrai ici que l'on puisse remplacer z_3 par $-z_3$; cela ne changerait pas le terme en z_3^2, mais bien le terme $(z_1-z_3)^2$. Toutefois, ce n'est là qu'une cause de doute et non une preuve de l'inexactitude du résultat $(x_2-x_3)^2+(y_2-y_3)^2+(z_2+z_3)^2$.

Il ne suffirait pas même de prouver que $(x_2-x_3)^2+(y_2-y_3)^2+(z_2+z_3)^2$ n'est pas ici la seconde racine algébrique de l'équation. Il faut que, même accidentellement, ou pour certains points, la seconde racine ne puisse pas être numériquement égale à cette quantité, sans quoi le doute subsisterait.

La solution complète de cette difficulté sera donnée dans la Note I, et il en résultera que l'expression

$$\varphi(mn) = (x_m-x_n)^2+(y_m-y_n)^2+(z_m-z_n)^2$$

est toujours exacte et conduit à la valeur de l'intervalle (mn), dans tous les systèmes géométriques répondant au premier déterminant. Il faut remarquer que cette formule est tout à fait générale, parce qu'elle contient, comme cas particuliers, les formules (10), (11) et (12).

24. *Ligne droite.* — C'est la ligne, ou la suite de points du système, telle que si l'on en considère trois points, aucun

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ (x_1-x_a)^2+(y_1-y_a)^2+z_1^2 & (x_1-x_b)^2+(y_1-y_b)^2+z_1^2 & (x_1-x_3)^2+(y_1-y_3)^2+(z_1-z_3)^2 \\ (x_2-x_a)^2+(y_2-y_a)^2+z_2^2 & (x_2-x_b)^2+(y_2-y_b)^2+z_2^2 & \varphi\,(23) \\ 0 & (x_a-x_b)^2+(y_a-y_b)^2 & (x_a-x_3)^2+(y_a-y_3)^2+z_3^2 \\ (x_b-x_a)^2+(y_b-y_a)^2 & 0 & (x_b-x_3)^2+(y_b-y_3)^2+z_3^2 \\ (x_3-x_a)^2+(y_3-y_a)^2+z_3^2 & (x_3-x_b)^2+(y_3-y_b)^2+z_3^2 & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

autre point du système ne peut être distant de deux de ces points comme l'est le troisième (*).

Soient x_1, y_1, z_1 ; x_2, y_2, z_2 les deux points donnés. La ligne dont tous les points répondent, par leurs coordonnées x, y, z, aux équations du premier degré

$$\left.\begin{aligned} x - x_1 &= \frac{x_1 - x_2}{z_1 - z_2}(z - z_1), \\ y - y_1 &= \frac{y_1 - y_2}{z_1 - z_2}(z - z_1) \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

sera une ligne droite.

Pour le démontrer, prenons un point quelconque, x_3, y_3, z_3, sur cette ligne, et supposons qu'un autre point du système, x_4, y_4, z_4, puisse être distant de x_1, y_1, z_1 et de x_2, y_2, z_2 comme l'est x_3, y_3, z_3. On aurait, en même temps que les équations (18), appliquées au point x_3, y_3, z_3, les deux autres équations :

$$\left.\begin{aligned} (x_3-x_1)^2+(y_3-y_1)^2+(z_3-z_1)^2 &= (x_4-x_1)^2+(y_4-y_1)^2+(z_4-z_1)^2 \\ (x_3-x_2)^2+(y_3-y_2)^2+(z_3-z_2)^2 &= (x_4-x_2)^2+(y_4-y_2)^2+(z_4-z_2)^2 \end{aligned}\right\} \quad (19)$$

(*) Ceci est la traduction analytique de cet énoncé géométrique basé sur l'idée du mouvement : La droite est la ligne telle que si l'on immobilise deux de ses points, tous les autres sont immobilisés par cela seul.

Or les équations (18) et (19) ne peuvent donner, comme on le vérifie aisément, d'autres solutions réelles que $x_4 = x_3$, $y_4 = y_3$, $z_4 = z_3$, et nous écarterons bientôt (nos 28 et 29) les coordonnées imaginaires.

Il est facile de voir, au contraire, que si les coordonnées x_3, y_3, z_3 ne vérifient pas les équations (18), les équations (19) pourront toujours subsister sans entraîner les conditions $x_3 = x_4$, $y_3 = y_4$, $z_3 = z_4$.

Ainsi les équations (18) représentent bien une ligne droite, et cela dans tous les systèmes correspondant au premier déterminant, quel que soit φ.

25. *Longueur de la ligne droite entre deux points.* — Nous définirons cette longueur comme étant l'intégrale de l'intervalle élémentaire entre deux points, lorsque z varie d'une manière continue, et le calcul nous montrera que cette longueur est déterminée.

On a :

$$\varphi(ds) = dx^2 + dy^2 + dz^2,$$

ou :

$$\sqrt{\varphi(ds)} = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}.$$

L'intégrale de $\sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$ entre x_1, y_1, z_1 et x_2, y_2, z_2, lorsque les coordonnées restent soumises aux relations (18), est, analytiquement :

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}.$$

On a donc :

$$\left[\int \sqrt{\varphi(ds)}\right]_1^2 = \sqrt{\varphi(12)}.$$

Pour la forme particulière $\varphi(x) = kx^2$, il vient

$$[s]_1^2 = (12),$$

c'est-à-dire qu'alors, mais alors seulement, la longueur totale

de la ligne droite coïncide avec l'intervalle entre les deux extrémités, et, par suite, le long d'une pareille ligne, les intervalles s'ajoutent.

Pour toutes les autres formes de φ, cette propriété n'existerait pas, et c'est là ce qui exclut ces formes et laisse uniquement subsister le déterminant (8), avec $\varphi(x) = kx^2$, ou bien encore, en multipliant la première ligne par k et divisant les cinq dernières colonnes par k, on retrouve simplement le déterminant, tel qu'il a été donné par Cayley.

26. Si deux des cinq points viennent à coïncider, par exemple 1 avec 2, la valeur de $\varphi(12)$, ou $k(12)^2$, et par conséquent aussi la valeur de (12) devient 0, et l'intervalle entre deux points qui coïncident est nul, propriété qui aurait pu être rangée parmi les conventions préliminaires. On pourrait aussi considérer comme une convention de ne jamais attribuer la valeur 0 à l'intervalle de deux points qui ne coïncident pas. Nous y reviendrons bientôt.

27. Mais ici se place une observation très importante et une *troisième* condition à remplir par notre système de géométrie.

Nous en avons, en effet, découvert déjà deux.

L'une, que l'on peut appeler la condition d'*homogénéité*, est remplie par le choix de la fonction ψ, exprimant la relation entre les dix intervalles de cinq points quelconques, pris n'importe où. Elle est indispensable pour l'existence d'un système géométrique d'intervalles des points de l'espace.

La seconde, que l'on peut appeler la condition de *mesure*, est remplie par le choix de la fonction φ, exprimant que le long d'une ligne droite les intervalles s'ajoutent.

Cette condition n'est pas absolue. Si l'on commençait l'étude d'un système de géométrie avec une fonction φ quelconque, on s'apercevrait que le long de la ligne droite, ce ne sont pas les intervalles (tels qu'ils ont été primitivement réglés) qui s'ajoutent, mais bien des fonctions de ces intervalles. On

pourrait admettre cette convention, ou bien, si on le voulait, il serait encore temps de corriger la fonction φ, de manière à remplir la condition de mesure des droites, comme elle est remplie dans la géométrie usuelle.

La troisième condition peut s'appeler la condition de *continuité* géométrique. Elle est encore moins indispensable que la seconde, puisque nous avons réussi à nous en passer jusqu'à présent, mais il importe de la définir nettement (*).

28. Nous avons vu au n° 19 que tout point de l'espace (tel que 1) a été déterminé d'abord par les trois intervalles qui le séparent respectivement des points fondamentaux A, B, C. On peut, uniquement pour simplifier, et pour écarter des idées inutiles, supposer que ces trois intervalles, ainsi que les intervalles (AB), (AC), (BC) eux-mêmes, soient des nombres réels.

Mais de là ne résulte pas encore que les coordonnées x_1, y_1, z_1, du point 1, soient aussi des nombres réels, même après avoir particularisé la fonction φ et admis la forme $\varphi(x) = kx^2$.

La résolution des équations donne à cet effet les conditions suivantes : il faut que, dans chacun des quatre systèmes de trois points que l'on peut former avec les quatre points A, B, C, 1, un intervalle quelconque soit plus petit que la somme des deux autres, et en outre il doit exister, entre les intervalles donnés, une inégalité supplémentaire (**).

Si donc on veut déterminer les points par des coordonnées réelles, il faut limiter le choix arbitraire des intervalles (AB), (AC), (BC), (A1), (B1), (C1), etc., de manière que ces conditions soient remplies.

Réciproquement, si les coordonnées x_a, y_a; x_b, y_b; x_c, y_c; x_1, y_1, z_1 sont réelles, il n'y a pas de doute sur la réalité des

(*) On pourrait croire que nous avons déjà supposé la continuité au n° 25, lorsque nous avons cherché la longueur de la ligne droite; mais il ne s'agissait là que de continuité analytique.

La longueur est définie par l'intégrale de $\sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$, sans que l'on suppose l'existence géométrique des points; les intervalles s'ajoutent analytiquement pour toutes les valeurs de x, y, z, répondant aux équations; ils s'ajoutent géométriquement là où les points existent.

(**) Voir, à ce sujet, la Note V, due à M. Goedseels.

valeurs des intervalles (1A), (1B), (1C); mais il ne s'ensuit pas encore que le point 1 existe dans l'espace. Puisque tous les intervalles relatifs à A, B, C ont été choisis arbitrairement, rien ne prouve que le groupe (1A, 1B, 1C), calculé au moyen des neuf coordonnées ci-dessus, en fasse partie.

29. C'est ici qu'intervient la condition géométrique de continuité. Elle vient restreindre le choix, jusqu'à présent arbitraire, de ces intervalles. Il faut que tout groupe (1A, 1B, 1C) résultant de la substitution dans (11) de valeurs réelles quelconques pour x_1, y_1, z_1; en d'autres termes, tout groupe satisfaisant aux conditions du n° 28, existe réellement pour un certain point 1 de l'espace.

De plus, il convient que le groupe (1A, 1B, 1C) ne réponde qu'à un seul point de l'espace. S'il n'en était pas ainsi, deux points 1 et 2 pourraient avoir les mêmes coordonnées, le même intervalle par rapport à un troisième point quelconque, et un intervalle nul entre eux. Cela n'a rien de contradictoire analytiquement, mais il convient d'écarter cette hypothèse, comme contraire à la notion de continuité, afin de pouvoir dire que trois coordonnées réelles quelconques, x_1, y_1, z_1, déterminent un et un seul point de l'espace.

Sauf ces restrictions, les intervalles (1A), (1B), (1C); (2A), (2B), (2C); ... peuvent être pris au hasard; tous les autres intervalles en résultent, et la géométrie qui les concerne est la même que la géométrie usuelle (*).

(*) Les intervalles aux points A, B et C pourraient être déterminés, par exemple, par trois séries de surfaces fermées enveloppant ces points, dont chacune envelopperait celle qui précède dans la même série, et sur chacune desquelles l'intervalle au point central serait supposé constant. Ces surfaces, bien que n'étant pas des sphères, seraient construites de manière à se couper dans les mêmes cas que si elles étaient des sphères. Les coordonnées des points et leurs intervalles entre eux s'obtiendraient alors par les équations (11) et (15), et les formules de cette géométrie seraient les mêmes que celles de la géométrie usuelle. On pourrait aussi faire servir le même procédé à la représentation matérielle des deux autres systèmes de géométrie, dont les formules vont suivre.

D'ailleurs, la condition de continuité vient compléter celle de l'homogénéité. En effet, l'homogénéité ne résulte pas uniquement des propriétés de la fonction ψ, mais en outre de la propriété de la ligne droite d'être indéfinie en longueur, d'où il résulte que tout intervalle porté sur une certaine droite peut aussi être porté sur toute autre droite.

Enfin il faut remarquer encore qu'en vertu de la formule générale (15) et de ce qui vient d'être dit dans ce n° 29, on ne saurait admettre des coordonnées imaginaires, sans être obligé d'admettre aussi des intervalles imaginaires, ce que nous voulons exclure.

30. Tout système de deux équations du premier degré représente une ligne droite.

Par deux points, on peut mener une ligne droite et une seule.

A partir d'un point d'une droite, on peut trouver, sur cette droite, deux points, mais deux seulement, distants du premier d'un intervalle donné, ce qui exclut les bifurcations.

La ligne droite est un espace à une dimension.

31. *Plan.* — Le plan est le lieu des points dont les coordonnées satisfont à une équation du premier degré.

Toute droite qui a deux points dans un plan s'y trouve tout entière.

Par deux droites qui se rencontrent, par une droite et un point extérieur, par trois points non en ligne droite, on peut faire passer un plan et un seul.

Le plan peut être engendré tout entier par une droite passant par un point donné et s'appuyant toujours sur une droite donnée.

Le plan est un espace à deux dimensions.

32. Étant donnés un point $A(x_1, y_1, z_1)$; une droite $B(x = az + b, y = cz + d)$ et un plan C contenant le point A et la droite B, toutes les droites menées par le point A, dans

le plan C, excepté celle qui a pour équations

$$x - x_1 = a\,(z - z_1),$$
$$y - y_1 = c\,(z - z_1),$$

rencontrent la droite B. Principe de la parallèle unique.

33. Nous nous trouvons maintenant en possession de tous les principes que l'on admet au début de la géométrie, mais qui, dans cette science, ont une origine expérimentale; et nous pouvons continuer sans rencontrer de nouvel obstacle, soit par la méthode analytique, soit par la synthèse des traités de géométrie ordinaires.

34. *Étude du second déterminant.* — L'étude du second déterminant peut maintenant se faire en suivant pas à pas les calculs établis ci-dessus pour le premier. Nous en présenterons les résultats avec moins de détails.

Considérons deux points 1 et 2, et rapportons-les à trois autres points de l'espace A, B, C, dont les intervalles sont (AB), (AC), (BC).

A cet effet, adoptons d'abord, comme coordonnées de A, des quantités x_a, y_a, 0; de B, x_b, y_b, 0; de C, x_c, y_c, 0; les six quantités x_a, ... y_c satisfaisant aux trois équations

$$\left.\begin{aligned}
\frac{(1 \pm x_a x_b \pm y_a y_b)^2}{(1 \pm x_a^2 \pm y_a^2)\,(1 \pm x_b^2 \pm y_b^2)} &= \rho^2\,(\mathrm{AB}),\\
\frac{(1 \pm x_a x_c \pm y_a y_c)^2}{(1 \pm x_a^2 \pm y_a^2)\,(1 \pm x_c^2 \pm y_c^2)} &= \rho^2\,(\mathrm{AC}),\\
\frac{(1 \pm x_b x_c \pm y_b y_c)^2}{(1 \pm x_b^2 \pm y_b^2)\,(1 \pm x_c^2 \pm y_c^2)} &= \rho^2\,(\mathrm{BC}).\quad (*)
\end{aligned}\right\}. \qquad (20)$$

(*) Les doubles signes ont pour objet, comme on le comprendra bientôt, d'éviter l'emploi de coordonnées imaginaires. On peut, pour le moment, prendre tous les signes supérieurs, ou tous les signes inférieurs. La distinction sera établie plus loin.

Cela posé, déterminons les coordonnées x_1, y_1, z_1, du point 1 par les équations

$$\left.\begin{aligned}
\frac{(1 \pm x_1 x_a \pm y_1 y_a)^2}{(1 \pm x_1^2 \pm y_1^2 \pm z_1^2)(1 \pm x_a^2 \pm y_a^2)} &= \varphi^2(1A), \\
\frac{(1 \pm x_1 x_b \pm y_1 y_b)^2}{(1 \pm x_1^2 \pm y_1^2 \pm z_1^2)(1 \pm x_b^2 \pm y_b^2)} &= \varphi^2(1B), \\
\frac{(1 \pm x_1 x_c \pm y_1 y_c)^2}{(1 \pm x_1^2 \pm y_1^2 \pm z_1^2)(1 \pm x_c^2 \pm y_c^2)} &= \varphi^2(1C).
\end{aligned}\right\} \quad (21)$$

On aura, pour le point 2, trois équations analogues, puis la relation donnée par le déterminant (9). Si, entre ces dix équations, on élimine les neuf quantités (AB), (AC), (BC), (1A), (1B), (1C), (2A), (2B), (2C), on trouvera :

$$\varphi^2(12) = \frac{(1 \pm x_1 x_2 \pm y_1 y_2 \pm z_1 z_2)^2}{(1 \pm x_1^2 \pm y_1^2 \pm z_1^2)(1 \pm x_2^2 \pm y_2^2 \pm z_2^2)}. \quad (22)$$

Toutefois on ne peut plus dire ici, comme au n° 20, que l'élimination soit très facile. On verra, dans la Note III, comment M. Mansion l'a exécutée, par l'introduction de coordonnées auxiliaires.

Il faut remarquer, comme au n° 23, que la formule (22) contient, comme cas particuliers, les formules (20) et (21).

35. *Ligne droite.* — Elle se définit comme dans l'autre système de géométrie, et a les mêmes équations :

$$\left.\begin{aligned}
x - x_1 &= \frac{x_1 - x_2}{z_1 - z_2}(z - z_1), \\
y - y_1 &= \frac{y_1 - y_2}{z_1 - z_2}(z - z_1),
\end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (23)$$

parce que, moyennant l'existence de ces équations, appliquées au point x_3, y_3, z_3, les deux relations

$$\frac{(1 \pm x_1x_3 \pm y_1y_3 \pm z_1z_3)^2}{(1 \pm x_1^2 \pm y_1^2 \pm z_1^2)\ (1 \pm x_3^2 \pm y_3^2 \pm z_3^2)} = \frac{(1 \pm x_1x_4 \pm y_1y_4 \pm z_1z_4)^2}{(1 \pm x_1^2 \pm y_1^2 \pm z_1^2)\ (1 \pm x_4^2 \pm y_4^2 \pm z_4^2)}$$

et

$$\frac{(1 \pm x_2x_3 \pm y_2y_3 \pm z_2z_3)^2}{(1 \pm x_2^2 \pm y_2^2 \pm z_2^2)\ (1 \pm x_3^2 \pm y_3^2 \pm z_3^2)} = \frac{(1 \pm x_2x_4 \pm y_2y_4 \pm z_2z_4)^2}{(1 \pm x_2^2 \pm y_2^2 \pm z_2^2)\ (1 \pm x_4^2 \pm y_4^2 \pm z_4^2)}$$

entraînent les égalités $x_3 = x_4, y_3 = y_4, z_3 = z_4$.

36. *Longueur de la ligne droite entre deux points.* — En remplaçant $x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2$, respectivement par $x, y, z, x + dx, y + dy, z + dz$, dans (22), on trouve :

$$\varphi^2(ds) = 1 - \frac{dx^2(1 \pm y^2 \pm z^2) + dy^2(1 \pm x^2 \pm z^2) + dz^2(1 \pm x^2 \pm y^2) \mp 2xydxdy \mp 2xzdxdz \mp 2yzdydz}{(1 \pm x^2 \pm y^2 \pm z^2)^2},$$

$$\sqrt{\pm[1 - \varphi^2(ds)]} = \frac{\sqrt{dx^2(1 \pm y^2 \pm z^2) + dy^2(1 \pm x^2 \pm z^2) + dz^2(1 \pm x^2 \pm y^2) \mp 2xydxdy \mp 2xzdxdz \mp 2yzdydz}}{1 \pm x^2 \pm y^2 \pm z^2}.$$

L'intégrale du second membre, entre x_1, y_1, z_1 et x_2, y_2, z_2, lorsque les coordonnées courantes x, y, z

restent soumises aux équations (23), est analytiquement :

$$\arccos \frac{1 \pm x_1x_2 \pm y_1y_2 \pm z_1z_2}{\sqrt{(1 \pm x_1^2 \pm y_1^2 \pm z_1^2)(1 \pm x_2^2 \pm y_2^2 \pm z_2^2)}}. \quad (*)$$

On a donc :

$$\left[\int \sqrt{1 - \varphi^2(ds)}\right]_1^2 = \arccos \varphi(12).$$

Pour la forme particulière $\varphi(x) = \cos kx$, il vient :

$$[s]_1^2 = (12),$$

c'est-à-dire qu'alors, mais alors seulement, la longueur totale de la ligne droite coïncide avec l'intervalle entre les deux extrémités, et tout se passe comme dans la géométrie ordinaire, résultant du premier déterminant (**).

37. Toutefois, la constante k ne joue pas ici le même rôle. Dans la géométrie ordinaire, on avait trouvé

$$\varphi(x) = kx^2,$$

et alors, que la constante fût réelle ou imaginaire, elle disparaissait dans le déterminant. Il n'en est pas de même ici, et à partir de ce moment il faut distinguer deux cas :

38. 1° k imaginaire. Nous ne supposerons pas que cette constante soit une imaginaire complète, de la forme $\alpha + \beta\sqrt{-1}$, car alors il deviendrait impossible de rendre réelles les valeurs des intervalles entre les points. On aurait une géométrie absolument imaginaire, et nous exclurons ce cas. Nous remplacerons donc simplement k par $k'\sqrt{-1}$, ou cos kx par cos $k'x\sqrt{-1}$, ou encore par ch $k'x$, k' étant maintenant réel.

Les conditions d'homogénéité et de mesure sont remplies. Étudions celle de la continuité. (AB), (AC), (BC) seront choisis

(*) Il est à peine utile de faire observer que les expressions *cos* et *arc cos* n'ont ici qu'un sens purement analytique.

(**) Voir, au sujet des propriétés de la ligne droite, la Note VI.

réels, ainsi que les intervalles des points 1, 2, ... aux points A, B, C ; et de plus tous ces intervalles doivent être choisis tels que x_a, y_a ; x_b, y_b ; x_c, y_c ; x_1, y_1, z_1 ; x_2, y_2, z_2 ; ... soient réels.

Les conditions relatives au choix de (AB), (AC), (BC), (1A), (1B), (1C), ... seront analogues à celles de la géométrie usuelle.

39. Mais ici ces conditions en entraîneront d'autres.

En effet, φ(AB), ayant pour valeur ch k'(AB), doit être plus grand que 1, ce qui serait impossible si l'on adoptait les signes supérieurs. Nous prendrons donc les signes inférieurs.

Nous remarquerons encore que les six quantités x_a, ... y_c ne sont pas complètement déterminées par les trois équations (20), et nous ajouterons la seule condition que $x_a^2 + y_a^2$ soit donnée égale à une quantité moindre que l'unité, parce que cette hypothèse, d'ailleurs permise, simplifiera tout ce qui suit. Il suffit, en effet, de jeter un coup d'œil sur les équations pour voir qu'alors les quantités

$$1 - x_a^2 - y_a^2,$$
$$1 - x_b^2 - y_b^2,$$
$$1 - x_c^2 - y_c^2,$$
$$1 - x_1^2 - y_1^2 - z_1^2,$$
$$1 - x_2^2 - y_2^2 - z_2^2,$$
$$\vdots$$

sont toutes positives.

Réciproquement, si les coordonnées x_a, y_a ; x_b, y_b ; x_c, y_c ; x_1, y_1, z_1 ; ... sont réelles et satisfont à la condition de limite de grandeur que nous venons d'indiquer, les intervalles (1A), (1B,) (1C), ... seront réels; mais il faudra, de plus, limiter le choix des intervalles de manière qu'à ces systèmes de coordonnées réponde chaque fois un et un seul point de l'espace.

Les équations (21) déterminent complètement x_1 et y_1, mais donnent pour z_1 deux valeurs égales et de signes contraires. Le signe de z se déterminera comme dans le premier système de géométrie.

40. Nous pourrons maintenant répéter tout ce que nous avons dit dans le système de géométrie précédent, sauf une seule modification importante.

Tout système de deux équations du premier degré représente une ligne droite, si toutefois ces équations peuvent être vérifiées par des coordonnées répondant aux conditions ci-dessus.

Par deux points, on peut mener une ligne droite et une seule.

A partir d'un point d'une droite, on peut trouver, sur cette droite, deux points, mais deux seulement, distants du premier d'un intervalle donné, ce qui exclut les bifurcations.

Le plan est le lieu des points dont les coordonnées x, y, z satisfont à une équation du premier degré.

Toute droite qui a deux points dans un plan s'y trouve tout entière.

Par deux droites qui se rencontrent, par une droite et un point extérieur, par trois points non en ligne droite, on peut faire passer un plan et un seul.

Le plan peut être engendré par une droite passant par un point donné et s'appuyant toujours sur une droite donnée; mais on n'obtient pas ainsi le plan tout entier, comme on le verra au numéro suivant.

41. Donnons-nous, comme au n° 32, un point A (x_1, y_1, z_1), une droite B $(x = az + b, y = cz + d)$ et un plan C contenant le point A et la droite B; puis cherchons l'intersection, avec la droite B, d'une droite quelconque menée par le point A dans le plan C.

Les calculs seront les mêmes que dans la géométrie analytique ordinaire, et l'on trouvera trois coordonnées réelles, x_2, y_2, z_2, qui ne deviendront infinies que pour la droite

$$x - x_1 = a\,(z - z_1),$$
$$y - y_1 = c\,(z - z_1).$$

Mais ici, contrairement à la géométrie ordinaire, il ne suffit

pas que x_2, y_2 et z_2 soient réelles et finies pour déterminer un point de l'espace. Il faut, de plus, que l'on ait :

$$x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 < 1 .$$

Si la droite menée par le point A, dans le plan C, a, pour l'une de ses équations

$$x - x_1 = \alpha(z - z_1)$$

et si l'on cherche à donner à la somme $x_2^2 + y_2^2 + z_2^2$ sa valeur limite, égale à l'unité, on trouvera pour α deux valeurs réelles inégales, satisfaisant à cette condition, et pour ces deux valeurs l'intervalle entre le point 2 et tout point déterminé de la droite B est infini.

Ainsi donc, par un point on peut mener deux parallèles ou asymptotes à une droite donnée, une de chaque côté.

Toutes les droites comprises dans le plan de ces deux parallèles, et dans deux des angles qu'elles forment, sont aussi des parallèles, en ce sens qu'elles ne rencontrent pas la droite donnée, mais elles s'en écartent de plus en plus.

On voit que, sauf en ce qui concerne le parallélisme, la ligne droite jouit des mêmes propriétés que dans la géométrie ordinaire.

Ces systèmes de géométrie, en nombre infini, mais ne différant entre eux que par la valeur du paramètre k', sont les géométries pseudo-sphériques, ou simplement abstraites, exposées en premier lieu par Lobatschewsky et Bolyai. Gauss paraît en avoir eu connaissance antérieurement à leurs écrits, et les premiers principes de cette géométrie ont été indiqués (mais en les considérant comme faux) par le P. Saccheri, dans un ouvrage daté de 1733. Quand on prend $k' = 0$, on rentre dans la géométrie ordinaire.

42. 2° Soit maintenant k réel, dans $\varphi(x) = \cos kx$. On peut aussi, évidemment, le supposer positif. Nous définirons nos

coordonnées en adoptant les signes supérieurs, ce qui rend tous les cosinus inférieurs à l'unité, comme cela doit être.

Les conditions de réalité sont toujours analogues à celles des deux autres systèmes de géométrie; mais ici, conformément au premier système (et contrairement au second), les coordonnées pourront varier de $-\infty$ à $+\infty$.

Il n'en sera pas ainsi des intervalles eux-mêmes, comme nous allons le voir.

D'abord, les intervalles tels que δ n'entrant dans aucune formule autrement que par la fonction cos $k\delta$, qui est périodique, on est tenté de croire que ces intervalles puissent être augmentés ou diminués à volonté d'un multiple quelconque de $\frac{2\pi}{k}$ (avec ou sans changement de signe); mais nous avons renoncé à cette faculté, par la manière dont nous avons opéré l'intégration au n° 36. L'arc cos qui entre dans l'intégrale représente un arc compris entre 0 et π, et comme cet arc se réduit finalement à $k(12)$, on voit que la valeur maximum de (12) est $\frac{\pi}{k}$.

Ainsi, dans ce système de géométrie, l'intervalle de deux points ne peut jamais dépasser $\frac{\pi}{k}$; et si, parmi les intervalles δ choisis arbitrairement, il y en avait de plus grands, il faudrait, pour satisfaire à ce que nous avons appelé la condition de mesure, les ramener entre 0 et $\frac{\pi}{k}$, sans changer le cosinus de $k\delta$.

43. Nous rencontrons donc ici une complication qui ne se présentait dans aucun des systèmes antérieurs.

Il en est une seconde, consistant en ce que la formule

$$\cos^2 k(12) = \frac{(1 + x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2)^2}{(1 + x_1^2 + y_1^2 + z_1^2)(1 + x_2^2 + y_2^2 + z_2^2)} \qquad (24)$$

ne détermine pas complètement la valeur de (12), contrairement à ce qui arrivait pour $k(12)^2$ et pour $\mathrm{ch}^2 k(12)$, dans les deux systèmes antérieurs.

Si l'on exécutait un calcul numérique, le doute disparaî-

trait : la valeur à conserver pour le cosinus serait l'unique racine commune à l'équation (24) et à celle qui provient du déterminant (9); mais *a priori* il paraît difficile de prévoir si le cosinus aura le signe + ou le signe —.

S'il était prouvé qu'il fallût toujours prendre le signe +, il en résulterait que l'intervalle de deux points, non seulement ne pourrait dépasser $\frac{\pi}{k}$, comme cela est déjà démontré, mais ne pourrait dépasser $\frac{\pi}{2k}$.

Des géomètres de grand mérite (*) ont traité cette troisième espèce de géométrie en assignant à l'intervalle de deux points le maximum $\frac{\pi}{2k}$; d'autres (**) ont adopté le maximum $\frac{\pi}{k}$; d'autres enfin (***) ne se prononcent pas entre les deux solutions.

Dans mon *Essai sur les principes fondamentaux de la géométrie et de la mécanique*, j'ai admis comme seul maximum possible $\frac{\pi}{k}$ (avec d'autres notations); mais j'en ai donné des raisons géométriques; et j'admets que dans une exposition encore plus abstraite que la mienne, on puisse soutenir la thèse opposée.

Après examen nouveau, je maintiens ma manière de voir, et je vais en donner la raison.

44. D'abord, en supposant que le point 2, parti du point 1, se meuve sur la droite 12 d'une manière continue, on voit bien que la fonction cos k (12), partie de la valeur 1, ne peut avoir aucun minimum entre 1 et 0; 0 lui-même ne peut être un minimum que si l'on rejette les valeurs négatives; et si on ne les rejette pas, on ne trouve pas d'autre minimum que —1. Ainsi il n'y a que deux minimums possibles : 0 ou —1, et par conséquent deux maximums possibles pour l'intervalle : $\frac{\pi}{2k}$ ou $\frac{\pi}{k}$.

(*) Klein, *Mathematische Annalen*, VI, p. 125; VII, p. 549; IX, p. 476.

(**) Frischauf, *Elementen der absoluten Geometrie*, Leipzig, Teubner, 1876.

(***) Newcomb (*Journal de Crelle*, 1877, LXXXIII, p. 293).

Pourrait-on établir une géométrie où existerait le premier de ces maximums? On le peut artificiellement, non seulement pour $\frac{\pi}{2k}$, mais même pour tout maximum inférieur, aussi petit que l'on voudra. En effet, les intervalles pouvant être pris arbitrairement, rien n'empêche d'assigner à ceux qui séparent les points 1, 2, 3, ... des points fondamentaux A, B, C, des valeurs moindres que la moitié du maximum dont il s'agit. Dès lors, tous les intervalles calculés (12), ... devant être moindres que (1A) + (2A), ..., seraient effectivement inférieurs au maximum supposé.

Mais je répète que ce serait là une création artificielle, parce que, dans la géométrie ainsi construite, la loi d'homogénéité de l'espace ne se vérifierait pas. Cette loi exige, en effet, que l'on puisse, sur une droite quelconque, à partir d'un point quelconque, porter tous les intervalles inférieurs au maximum et qu'alors tout intervalle calculé au moyen des précédents se trouve aussi inférieur à ce maximum. Or, cette condition est analytiquement irréalisable pour tout maximum inférieur à $\frac{\pi}{k}$. Nous allons le faire voir nettement pour le prétendu maximum $\frac{\pi}{2k}$.

Il faut s'occuper, en premier lieu, du signe des radicaux qui figureront aux dénominateurs des cosinus des intervalles, lorsque, pour obtenir le numérateur, on se borne à supprimer l'exposant 2 dans les formules (20), (21) et (22).

On voit d'abord que dans les formules (21), les trois radicaux peuvent être pris de même signe; cette hypothèse suffit pour déterminer entièrement les valeurs de x_1, y_1 et z_1^2, et dès lors le signe du radical se trouve aussi déterminé. Il en est de même pour le point 2.

On verra de plus, dans la Note III, que si les six radicaux de 1 et 2 sont tous positifs ou tous négatifs, le radical de (12) est positif, tandis que si trois radicaux sont positifs et les trois autres négatifs, le radical de (12) est négatif.

Supposons maintenant que nous déterminions *a priori* les douze quantités x_a, x_b, x_c, y_a, y_b, y_c, x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, de

manière que les neuf numérateurs

$$\begin{aligned}
&1 + x_a x_b + y_a y_b,\\
&\cdots\cdots\cdots\\
&\cdots\cdots\cdots\\
&1 + x_1 x_a + y_1 y_a,\\
&\cdots\cdots\cdots\\
&\cdots\cdots\cdots\\
&1 + x_2 x_a + y_2 y_a,\\
&\cdots\cdots\cdots\\
&\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}$$

soient tous positifs, mais que le numérateur

$$1 + x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

soit négatif.

Il suffit pour cela de prendre

x_1 et y_1 très grands et positifs,
x_2 et y_2 très grands et négatifs,

et toutes les autres quantités positives et très petites, suffisamment petites pour que les termes $x_1 x_2 + y_1 y_2$ soient prépondérants dans le dernier numérateur et le terme 1 dans tous les autres.

Prenons ensuite positivement les neuf radicaux de (20) et (21). On trouvera donc, pour les cosinus relatifs à (AB), (AC), (BC), (1A), (1B), (1C), (2A), (2B), (2C), des valeurs positives, c'est-à-dire que tous ces intervalles seront inférieurs à $\frac{\pi}{2k}$.

Réciproquement, si l'on s'était donné *a priori* lesdits intervalles, ainsi que les valeurs de x_a, x_b, x_c, y_a, y_b, y_c, on n'aurait pas pu trouver d'autres valeurs que les précédentes pour x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, sauf toutefois les signes de z_1 et de z_2, lesquels n'ont pas d'importance, puisque nous avons eu soin de rendre prépondérante, dans (22), la somme $x_1 x_2 + y_1 y_2$.

Les radicaux de (20) et (21) étant positifs, celui de (22) l'est

aussi, et comme le numérateur est négatif, le cosinus de $k(12)$ est négatif, et l'intervalle (12) est forcément plus grand que $\frac{\pi}{2k}$, ce qui montre l'impossibilité de l'hypothèse.

La même impossibilité n'existe pas quand on prend le maximum égal à $\frac{\pi}{k}$. Dans cette nouvelle hypothèse, la valeur-limite de cos $k(12)$ est -1, ce qui ne peut arriver que pour $x_2 = x_1$, $y_2 = y_1$, $z_2 = z_1$. On est donc obligé alors de renoncer à représenter par trois coordonnées un point unique de l'espace; tout système de trois coordonnées représente deux points, distants entre eux du maximum $\frac{\pi}{k}$ et que nous appellerons *opposés*. La formule $\cos^2 k(12)$, considérée isolément, et abstraction faite des relations des points 1 et 2 avec d'autres points, donne deux cosinus positifs et deux négatifs, correspondant à quatre intervalles : deux plus petits que $\frac{\pi}{2k}$ et deux plus grands.

45. Je répéterai ici que je ne conteste nullement la possibilité d'établir des théories plus abstraites que les miennes; mais dans mes conceptions, qui restent toujours réelles et matériellement réalisables, il n'y a que trois systèmes de géométrie possibles : celui d'Euclide, celui de Lobatschewsky et celui dont je traite en ce moment (mais avec l'intervalle maximum $\frac{\pi}{k}$ et non $\frac{\pi}{2k}$), et qui paraît avoir été considéré en premier lieu par Riemann.

46. Dans cette dernière géométrie, toute droite, tout plan, toute ligne ou toute surface ayant des équations déterminées (et assujettie à contenir tous les points dont les coordonnées satisfont à ces équations), contient nécessairement les opposés de tous ses points.

La ligne droite se ferme donc comme les grands cercles de la sphère, et toutes les propriétés relatives à deux points d'une droite subissent une exception quand ces deux points sont des pôles opposés.

Deux droites quelconques se coupent donc en deux points opposés, et le parallélisme est impossible.

Cette géométrie a reçu le nom de géométrie sphérique, ou doublement abstraite.

Quand on prend $k = 0$, on rentre dans la géométrie ordinaire.

47. *Géométrie expérimentale.* — Jusqu'à présent, dans tous les systèmes que nous avons considérés, même les systèmes analytiques ou géométriques, il y avait un certain nombre d'intervalles arbitraires.

Dans la nature, il n'y a rien d'arbitraire, et les intervalles des points s'y mesurent par comparaison, au moyen de la notion expérimentale des corps solides (règles, compas, etc.).

Cependant si l'on veut rapprocher, autant que possible, la géométrie expérimentale des géométries purement théoriques que nous venons d'exposer, il ne faut pas supposer que l'on ait mesuré ainsi *tous* les intervalles, mais seulement le nombre strictement nécessaire.

Il en sera donc ici comme dans les systèmes appelés géométriques ou analytiques. A chaque point nouveau que l'on introduit, les trois intervalles qui étaient arbitraires deviennent des intervalles mesurés expérimentalement, et tous les autres sont des intervalles calculés au moyen de l'une quelconque des formules (8) ou (9).

La géométrie reste donc absolument vraie, quant à ses formules, et non approximative. Mais il y aura lieu d'examiner si les intervalles calculés sont d'accord avec les mesures expérimentales que l'on aurait pu en prendre directement. Celle des formules (8) ou (9) qui réalisera le mieux cet accord sera la véritable formule de la géométrie expérimentale ou physique.

48. Rigoureusement parlant, il ne serait pas nécessaire de considérer un système complet de points, ou l'espace tout entier, pour arriver à ce résultat. Si, comme nous l'avons supposé, l'espace est homogène, c'est-à-dire que les mêmes formules sont applicables à toutes ses parties, il suffirait d'un système de cinq points, dont les dix intervalles seraient mesurés expérimentalement avec une approximation indéfinie,

pour décider laquelle des formules (8) ou (9) reproduit exactement ce résultat.

Et il faut bien que l'une de ces formules y satisfasse, sans quoi il n'existerait point de géométrie physique, aucune autre relation n'étant analytiquement possible sans contradiction, à moins que notre espace ne soit pas à trois dimensions, hypothèse que l'expérience démentirait plus complètement encore.

49. Un autre critérium de la véritable géométrie à adopter peut consister dans la forme de la ligne droite. Chaque système essayé donnera pour cette ligne une forme différente, et l'on doit choisir celle qui se rapprochera le plus de la droite physique, c'est-à-dire d'une arête faisant partie d'un corps solide et qui reste immobile quand on en fixe deux points.

50. Bien que les deux derniers procédés de recherche paraissent simples, ils sont peu pratiques, et dans la réalité c'est le premier qui a été employé, c'est-à-dire *la concordance entre les intervalles calculés et leur mesure expérimentale.*

L'expérience s'est prononcée à cet égard d'une manière complète. Les hommes n'ont jamais employé que la géométrie répondant à la formule (8), et ils n'ont jamais trouvé de contradiction entre leurs résultats et les mesures directes. La géométrie exposée dans les n^{os} 18 à 33 répond donc à tous les besoins et doit être considérée comme la véritable géométrie expérimentale, en même temps qu'elle est la plus simple des géométries théoriquement possibles.

Il ne faut pas oublier, cependant, que pour les valeurs très petites de k et de k', les géométries sphérique et pseudo-sphérique convergent indéfiniment vers la géométrie usuelle. Donc, tant que l'on trouvera expérimentalement k ou $k' = 0$, on pourra prétendre, à la rigueur, que l'expérience a manqué de précision et que k ou k' n'est pas nul, mais seulement très petit.

La réciproque n'est pas vraie. Si un jour le perfectionnement des instruments d'optique permettait de donner aux mesures une précision beaucoup plus grande qu'aujourd'hui, on pourrait être obligé de changer de formules et de prendre,

au lieu de (8), la formule (9), avec l'une des formes φ qui sont possibles, et une valeur très petite, mais non nulle, de k ou de k'. Le fait est improbable, mais non impossible. Tant qu'il ne se sera pas produit, la seule géométrie à employer est évidemment celle qui découle de la formule (8) et qui est exposée dans les nos 18 à 33.

Inanité des tentatives de démonstration des postulatums de la géométrie ordinaire.

51. Après tout ce qui précède, est-il encore nécessaire de réfuter l'erreur des esprits attardés qui croient pouvoir trouver des démonstrations théoriques des principes expérimentaux de la géométrie ordinaire, et en particulier du plus célèbre de tous, le principe de la parallèle unique, équivalent au postulatum d'Euclide?

Nous venons de voir que les systèmes de géométrie théoriquement possibles sont en nombre infini, bien qu'ordinairement divisés en trois classes ou espèces; et que pour distinguer entre eux, ou même pour écarter un seul de ces systèmes, il a fallu invoquer l'expérience.

Or, le principe de la parallèle unique n'est vrai que dans un de ces groupes; dans un autre, il y a deux parallèles (ou une infinité, selon la manière de l'entendre); dans le troisième, le parallélisme est impossible.

Démontrer ce principe sans invoquer l'expérience équivaudrait donc à démontrer l'impossibilité, même théorique, des systèmes où ce principe n'existe pas, c'est-à-dire à démontrer le contraire de ce qui a été établi dans le présent mémoire.

Quelle que fût, en effet, la forme de la démonstration, elle pourrait toujours être transformée dans les notations que nous avons adoptées, et en la comparant avec nos calculs, on aboutirait finalement à une contradiction ou à la découverte d'une erreur matérielle.

Il y a donc lieu d'abandonner de pareilles tentatives, et de reconnaître à la géométrie usuelle son véritable caractère, qui

est de constituer le plus simple des systèmes de géométrie théoriquement possibles, en même temps qu'elle s'accorde avec tous les résultats de l'expérience.

NOTE I.

Sur la seconde racine de l'équation (17).

Nous avons admis, dans le texte, que la véritable valeur de $\varphi(23)$, tirée de l'équation (17), est toujours

$$\varphi(23) = (x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2 + (z_2 - z_3)^2.$$

Le doute pourrait provenir uniquement de ce que l'équation (17) a deux racines.

Commençons par montrer que la seconde racine algébrique de l'équation, supposée différente de la première, ne peut être indépendante de x_1, y_1, z_1.

En effet, si elle en était indépendante, on pourrait poser $x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$, $z_1 = z_2$ (il s'agit ici d'une opération purement algébrique, qui n'a rien de commun avec la signification géométrique des lettres), et si l'équation ainsi transformée avait encore deux racines algébriques bien déterminées, ces racines devraient être les mêmes qu'avant la substitution.

Opérant cette substitution, retranchant la seconde ligne de la troisième, ainsi que la seconde colonne de la troisième et égalant à δ la différence entre la seconde racine et la première, le déterminant devient :

$$\begin{vmatrix}
0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
1 & 0 & 0 & (x_2-x_a)^2+\cdots & (x_2-x_b)^2+\cdots & (x_2-x_3)^2+\cdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta \\
1 & (x_2-x_a)^2+\cdots & 0 & 0 & (x_a-x_b)^2+\cdots & (x_a-x_3)^2+\cdots \\
1 & (x_2-x_b)^2+\cdots & 0 & (x_a-x_b)^2+\cdots & 0 & (x_b-x_3)^2+\cdots \\
1 & (x_2-x_3)^2+\cdots & \delta & (x_a-x_3)^2+\cdots & (x_b-x_3)^2+\cdots & 0
\end{vmatrix} =$$

Or cette équation, bien qu'étant encore du second degré en δ, n'a pas d'autre racine algébrique que $\delta = 0$.

Donc la seconde racine algébrique de l'équation (17) serait égale à la première, ce qui est contre l'hypothèse.

Ainsi donc cette seconde racine n'est pas indépendante de x_1, y_1, z_1.

Cela posé, faisons varier x_1, y_1, z_1, non plus brusquement, mais de quantités suffisamment petites pour que les signes de z_2 et de z_3, qui dépendent de la position du point x_1, y_1, z_1 (n° 22), ne puissent changer (*). Ce changement étant d'ailleurs le seul qui pût se produire, toutes les lettres contenues dans l'équation (excepté x_1, y_1 et z_1) conserveraient leurs valeurs. Or maintenant $\varphi(23)$, qui est resté invariable puisque les points 2 et 3 n'ont pas changé, ne pourrait plus être représenté, ni par la première racine, qui a déjà été rejetée, ni par la seconde, qui varie avec x_1, y_1, z_1. On aboutit donc à une contradiction, et il en résulte que pour des points 2 et 3, absolument quelconques, $\varphi(23)$ est toujours représenté par

$$(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2 + (z_2 - z_3)^2,$$

et jamais par une valeur différente.

NOTE II.

Démonstration du fait que les déterminants (8) *et* (9) (n° 14) *satisfont à la condition des six points* (**).

Considérons d'abord le déterminant (8).

(*) A la rigueur, cette considération empiète peut-être un peu sur le principe de continuité, dont il n'est question dans le texte que plus loin.

(**) Le principe des calculs développés dans cette Note et dans la suivante nous a été communiqué par M. P. Mansion.

Il s'agit de démontrer que, si l'on représente par (12345) le déterminant

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & n_{12} & n_{13} & n_{14} & n_{15} \\ 1 & n_{12} & 0 & n_{23} & n_{24} & n_{25} \\ 1 & n_{13} & n_{23} & 0 & n_{34} & n_{35} \\ 1 & n_{14} & n_{24} & n_{34} & 0 & n_{45} \\ 1 & n_{15} & n_{25} & n_{35} & n_{45} & 0 \end{vmatrix}$$

l'existence des trois équations

$$(a). \quad \left\{ \begin{array}{l} (12345) = 0, \\ (12346) = 0, \\ (12356) = 0, \end{array} \right.$$

entraîne forcément celle de :

$$\begin{array}{l} (12456) = 0, \\ (13456) = 0, \\ (23456) = 0, \end{array}$$

quelle que soit la signification des dix quantités n.

Considérons 16 quantités auxiliaires :

$$\begin{array}{l} x_1, \ \ldots, x_4, \\ y_1, \ \ldots y_4, \\ z_1, \ \ldots, z_4, \\ u_1, \ \ldots, u_4. \end{array}$$

liées par les 16 équations suivantes :

$$(b)\quad n_{pq} = (x_p - x_q)^2 + (y_p - y_q)^2 + (z_p - z_q)^2 + (u_p - u_q)^2$$

(p et q variant de 1 à 4 : 6 équations).

$$(c)\quad \left\{ \begin{array}{r} x_1 = y_1 = z_1 = u_1 = 0 \\ y_2 = z_2 = u_2 = 0 \\ z_3 = u_3 = 0 \\ u_4 = 0 \end{array} \right\} \text{(10 équations).}$$

Ces 16 quantités étant déterminées, calculons 4 autres quantités x_5, y_5, z_5, u_5, par les 4 équations :

$$n_{r5} = (x_r - x_5)^2 + (y_r - y_5)^2 + (z_r - z_5)^2 + (u_r - u_5)^2,$$

où r varie de 1 à 4; puis de même les 4 quantités x_6, y_6, z_6, u_6, par les équations :

$$n_{s6} = (x_s - x_6)^2 + (y_s - y_6)^2 + (z_s - z_6)^2 + (u_s - u_6)^2,$$

où s varie encore de 1 à 4.

Servons-nous maintenant des 24 quantités $x_1, \ldots, u_6$, ainsi déterminées, pour transformer les équations données :

$$(12345) = 0,$$

$$(12346) = 0.$$

Nous ferons le calcul en détail pour la première équation seulement.

Le déterminant

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 & u_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 & u_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 & u_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 & u_4 \\ 1 & x_5 & y_5 & z_5 & u_5 \end{vmatrix} = \mathrm{D}$$

peut se mettre, en vertu d'une propriété bien connue, sous la forme :

$$-\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_1^2+y_1^2+z_1^2+u_1^2 & x_1 & y_1 & z_1 & u_1 \\ 1 & x_2^2+y_2^2+z_2^2+u_2^2 & x_2 & y_2 & z_2 & u_2 \\ 1 & x_3^2+y_3^2+z_3^2+u_3^2 & x_3 & y_3 & z_3 & u_3 \\ 1 & x_4^2+y_4^2+z_4^2+u_4^2 & x_4 & y_4 & z_4 & u_4 \\ 1 & x_5^2+y_5^2+z_5^2+u_5^2 & x_5 & y_5 & z_5 & u_5 \end{vmatrix},$$

ou bien encore sous la forme équivalente :

$$\frac{1}{16}\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ x_1^2+y_1^2+z_1^2+u_1^2 & 1 & -2x_1 & -2y_1 & -2z_1 & -2u_1 \\ x_2^2+y_2^2+z_2^2+u_2^2 & 1 & -2x_2 & -2y_2 & -2z_2 & -2u_2 \\ x_3^2+y_3^2+z_3^2+u_3^2 & 1 & -2x_3 & -2y_3 & -2z_3 & -2u_3 \\ x_4^2+y_4^2+z_4^2+u_4^2 & 1 & -2x_4 & -2y_4 & -2z_4 & -2u_4 \\ x_5^2+y_5^2+z_5^2+u_5^2 & 1 & -2x_5 & -2y_5 & -2z_5 & -2u_5 \end{vmatrix}.$$

Le carré du déterminant D est donc égal au produit des deux derniers déterminants, et en effectuant ce produit par la

règle ordinaire, on trouve :

$$D^2 = -\frac{1}{16}\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & n_{12} & n_{13} & n_{14} & n_{15} \\ 1 & n_{12} & 0 & n_{23} & n_{24} & n_{25} \\ 1 & n_{13} & n_{23} & 0 & n_{34} & n_{35} \\ 1 & n_{14} & n_{24} & n_{34} & 0 & n_{45} \\ 1 & n_{15} & n_{25} & n_{35} & n_{45} & 0 \end{vmatrix} = -\frac{1}{16}(12345),$$

d'où :

$$(12345) = -16\,D^2 = -16\begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 & u_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 & u_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 & u_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 & u_4 \\ 1 & x_5 & y_5 & z_5 & u_5 \end{vmatrix}^2.$$

Opérant exactement de même pour le déterminant (12346), on trouvera :

$$(12346) = -16\begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 & u_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 & u_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 & u_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 & u_4 \\ 1 & x_6 & y_6 & z_6 & u_6 \end{vmatrix}^2.$$

Introduisons maintenant les équations (*c*), ainsi que les conditions $(12345) = 0$, $(12346) = 0$.

(12345) devient :

$$-16\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_3 & y_3 & 0 & 0 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 & 0 \\ 1 & x_5 & y_5 & z_5 & u_5 \end{vmatrix}^2 = -16(x_2 y_3 z_4 u_5)^2.$$

Il faut donc que le produit $x_2 y_3 z_4 u_5$ soit nul.

Or je dis que cela entraîne la nullité de u_5, quels que soient les autres facteurs, fussent-ils même nuls.

En effet, supposons que u_5 ait une valeur déterminée k, différente de zéro.

x_2, y_3 et z_4 ne sont fonctions, d'après les équations (b) et (c), que des six nombres n_{12}, ... n_{34}. Faisons varier ces nombres de quantités aussi petites que l'on voudra, mais réglées de telle manière que x_2, y_3 et z_4 ne soient plus nuls. L'effet de ces variations *aussi petites que l'on veut* et des variations correspondantes des autres quantités n, réglées par les équations $(\bar{a})$, serait donc de faire sauter brusquement u_5 de la valeur k à la valeur 0, ce qui est impossible. Donc u_5 est toujours nul.

On démontrera de même, au moyen du second déterminant, que $u_6 = 0$.

Si l'on essaye d'appliquer au déterminant (12356) les mêmes calculs qu'aux deux premiers, la différence consistera en ce que l'on ne possède pas l'équation

$$n_{56} = (x_5 - x_6)^2 + (y_5 - y_6)^2 + (z_5 - z_6)^2 + (u_5 - u_6)^2.$$

On trouvera donc, en posant le second membre égal à n'_{56} :

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 & u_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 & u_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 & u_3 \\ 1 & x_5 & y_5 & z_5 & u_5 \\ 1 & x_6 & y_6 & z_6 & u_6 \end{vmatrix}^2 = -\frac{1}{16} \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & n_{12} & n_{13} & n_{15} & n_{16} \\ 1 & n_{12} & 0 & n_{23} & n_{25} & n_{26} \\ 1 & n_{13} & n_{23} & 0 & n_{35} & n_{36} \\ 1 & n_{15} & n_{25} & n_{35} & 0 & n'_{56} \\ 1 & n_{16} & n_{26} & n_{36} & n'_{56} & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

Mais d'autre part, on donne l'équation :

$$(12356) = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & n_{12} & n_{13} & n_{15} & n_{16} \\ 1 & n_{12} & 0 & n_{23} & n_{25} & n_{26} \\ 1 & n_{13} & n_{23} & 0 & n_{35} & n_{36} \\ 1 & n_{15} & n_{25} & n_{35} & 0 & n_{56} \\ 1 & n_{16} & n_{26} & n_{36} & n_{56} & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

Il s'agit de prouver que l'on peut en déduire :

$$n_{56} = n'_{56} = (x_5 - x_6)^2 + (y_5 - y_6)^2 + (z_5 - z_6)^2 + (u_5 - u_6)^2,$$

bien que l'équation du second degré exprimée par le déterminant ait deux racines, difficulté analogue à celle qui s'est présentée dans la Note I, mais moindre ici.

En effet, tout se réduit à montrer qu'en choisissant de deux manières différentes les valeurs de $x_2, \ldots x_6, y_3, \ldots y_6, z_4, \ldots z_6$, on peut trouver deux valeurs différentes pour n'_{56}. Ce seront les deux racines en question, donc l'une des deux sera forcément égale à n_{56}, et l'on choisira les valeurs correspondantes de $x_2 \ldots z_6$.

Mais précisément parce qu'il y a tant de combinaisons possibles, et qu'elles doivent se réduire à deux, il s'agit de prouver nettement qu'elles ne se réduisent pas à une seule, différente de n_{56}.

Fixons arbitrairement x_2, y_3, mais donnons à z_4, successivement, les deux valeurs, égales et de signes contraires, que les équations lui attribuent.

Dans les équations en x_5, y_5, z_5, u_5 (où $u_5 = 0$), choisissons pour x_5 et y_5 l'une quelconque des valeurs données par les solutions; z_5 aura deux valeurs égales et de signes contraires suivant les valeurs de z_4. On peut raisonner de même pour z_6,

mais là il suffit de prendre une seule valeur, comme pour x_6 et y_6. Il en résulte qu'à cause des deux valeurs de z_5, la quantité

$$(x_5 - x_6)^2 + (y_5 - y_6)^2 + (z_5 - z_6)^2$$

aura elle-même deux valeurs, ce qu'il fallait prouver.

Il y aurait exception si l'on avait $z_5 = 0$, ou $z_6 = 0$; mais cela ne pourrait arriver qu'à cause d'une relation particulière entre les n : $\chi(n_{15}, n_{25}, n_{35}, n_{45}) = 0$, ou $\chi(n_{16}, n_{26} \ldots) = 0$. Alors on ne trouverait (au moins par cette méthode) qu'une seule racine n'_{56}. Or la différence entre cette racine et n_{56}, si elle n'est pas nulle, est une quantité déterminée, tandis qu'en modifiant les n de quantités aussi petites que l'on veut, de manière qu'ils ne satisfassent plus à χ, mais bien aux trois équations données, on devrait retrouver brusquement la seconde racine n_{56}.

Donc cette hypothèse est impossible, et on peut choisir les coordonnées auxiliaires de manière à avoir :

$$n_{56} = n'_{56} = (x_5 - x_6)^2 + (y_5 - y_6)^2 + (z_5 - z_6)^2 + (u_5 - u_6)^2.$$

A partir de ce moment il y a symétrie parfaite, au point de vue des indices, dans tous les calculs où l'on n'emploie pas directement les équations (c), et par conséquent on trouvera :

$$(12456) = -16 \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 & u_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 & u_2 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 & u_4 \\ 1 & x_5 & y_5 & z_5 & u_5 \\ 1 & x_6 & y_6 & z_6 & u_6 \end{vmatrix}^2,$$

$$(13456) = -16 \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 & u_1 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 & u_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 & u_4 \\ 1 & x_5 & y_5 & z_5 & u_5 \\ 1 & x_6 & y_6 & z_6 & u_6 \end{vmatrix}^2,$$

$$(23456) = -16 \begin{vmatrix} 1 & x_2 & y_2 & z_2 & u_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 & u_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 & u_4 \\ 1 & x_5 & y_5 & z_5 & u_5 \\ 1 & x_6 & y_6 & z_6 & u_6 \end{vmatrix}^2,$$

et en employant maintenant toutes les équations données et trouvées, on voit que ces trois déterminants sont aussi nuls, parce que la dernière colonne ne contient que des zéros. C'est ce qu'il fallait démontrer.

Passons maintenant au déterminant (9).

Il s'agit de démontrer que, si l'on représente par (12345) le déterminant

$$\begin{vmatrix} 1 & n_{12} & n_{13} & n_{14} & n_{15} \\ n_{12} & 1 & n_{23} & n_{24} & n_{25} \\ n_{13} & n_{23} & 1 & n_{34} & n_{35} \\ n_{14} & n_{24} & n_{34} & 1 & n_{45} \\ n_{15} & n_{25} & n_{35} & n_{45} & 1 \end{vmatrix},$$

l'existence des trois équations

$$(12345) = 0,$$
$$(12346) = 0,$$
$$(12356) = 0,$$

entraînera encore celle de

$$(12456) = 0,$$
$$(13456) = 0,$$
$$(23456) = 0,$$

quelle que soit la signification des 10 quantités n.

Considérons 20 quantités auxiliaires :

$$\begin{array}{cccc} x_1, & x_2, & x_3, & x_4, \\ y_1, & y_2, & y_3, & y_4, \\ z_1, & z_2, & z_3, & z_4, \\ t_1, & t_2, & t_3, & t_4, \\ u_1, & u_2, & u_3, & u_4, \end{array}$$

liées par les 20 équations suivantes :

$$n_{pq} = x_p x_q + y_p y_q + z_p z_q + t_p t_q + u_p u_q$$

(p et q variant de 1 à 4 : 6 équations);

$$\left.\begin{array}{l} x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 + t_1^2 + u_1^2 = 1 \\ x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 + t_2^2 + u_2^2 = 1 \\ x_3^2 + y_3^2 + z_3^2 + t_3^2 + u_3^2 = 1 \\ x_4^2 + y_4^2 + z_4^2 + t_4^2 + u_4^2 = 1 \end{array}\right\} \text{(4 équations)};$$

$$(d) \left\{\begin{array}{r} y_1 = z_1 = t_1 = u_1 = 0 \\ z_2 = t_2 = u_2 = 0 \\ t_3 = u_3 = 0 \\ u_4 = 0 \end{array}\right\} \text{(10 équations).}$$

Ces 20 quantités étant déterminées, calculons 5 autres quantités :

$$x_5, \quad y_5, \quad z_5, \quad t_5, \quad u_5,$$

par les 5 équations :

$$n_{r5} = x_r x_5 + y_r y_5 + z_r z_5 + t_r t_5 + u_r u_5$$

(r variant de 1 à 4 : 4 équations)

et

$$x_5^2 + y_5^2 + z_5^2 + t_5^2 + u_5^2 = 1 ;$$

puis de même les cinq quantités :

$$x_6, \quad y_6, \quad z_6, \quad t_6, \quad u_6,$$

par les équations :

$$n_{s6} = x_s x_6 + y_s y_6 + z_s z_6 + t_s t_6 + u_s u_6$$

(s variant de 1 à 4 : 4 équations)

et

$$x_6^2 + y_6^2 + z_6^2 + t_6^2 + u_6^2 = 1.$$

Servons-nous maintenant des 30 quantités $x_1, \ldots u_6$ ainsi déterminées, pour transformer les équations données :

$$(12345) = 0,$$

$$(12346) = 0.$$

Le premier déterminant peut se mettre directement sous la forme :

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & t_1 & u_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & t_2 & u_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 & t_3 & u_3 \\ x_4 & y_4 & z_4 & t_4 & u_4 \\ x_5 & y_5 & z_5 & t_5 & u_5 \end{vmatrix}^2 .$$

De même le second déterminant (12346) s'écrit :

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & t_1 & u_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & t_2 & u_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 & t_3 & u_3 \\ x_4 & y_4 & z_4 & t_4 & u_4 \\ x_6 & y_6 & z_6 & t_6 & u_6 \end{vmatrix}^2 .$$

Introduisons maintenant les équations (d), ainsi que les conditions (12345) $= 0$, (12346) $= 0$.

(12345) devient :

$$\begin{vmatrix} x_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ x_2 & y_2 & 0 & 0 & 0 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 0 & 0 \\ x_4 & y_4 & z_4 & t_4 & 0 \\ x_5 & y_5 & z_5 & t_5 & u_5 \end{vmatrix} = (x_1 y_2 z_3 t_4 u_5)^2.$$

De même pour (12346), et l'on démontre comme précédemment que $u_5 = 0$, $u_6 = 0$.

Le déterminant (12356) $= 0$ ne se prête pas immédiatement

aux mêmes calculs que les deux premiers, parce que l'on ne possède pas l'équation :

$$n_{56}^{2} = x_5x_6 + y_5y_6 + z_5z_6 + t_5t_6 + u_5u_6.$$

En posant le second membre égal à n'_{56}, on trouve :

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & t_1 & u_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & t_2 & u_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 & t_3 & u_3 \\ x_5 & y_5 & z_5 & t_5 & u_5 \\ x_6 & y_6 & z_6 & t_6 & u_6 \end{vmatrix}^2 = \begin{vmatrix} 1 & n_{12} & n_{13} & n_{15} & n_{16} \\ n_{12} & 1 & n_{23} & n_{25} & n_{26} \\ n_{13} & n_{23} & 1 & n_{35} & n_{36} \\ n_{15} & n_{25} & n_{35} & 1 & n'_{56} \\ n_{16} & n_{26} & n_{36} & n'_{56} & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

Mais d'autre part on donne l'équation :

$$(12356) = \begin{vmatrix} 1 & n_{12} & n_{13} & n_{15} & n_{16} \\ n_{12} & 1 & n_{23} & n_{25} & n_{26} \\ n_{13} & n_{23} & 1 & n_{35} & n_{36} \\ n_{15} & n_{25} & n_{35} & 1 & n_{56} \\ n_{16} & n_{26} & n_{36} & n_{56} & 1 \end{vmatrix} = 0,$$

et l'on démontrera comme précédemment que l'on peut choisir les variables auxiliaires de manière à avoir :

$$n_{56} = n'_{56} = x_5x_6 + y_5y_6 + z_5z_6 + t_5t_6 + u_5u_6.$$

A partir de ce moment, il y a symétrie parfaite, au point de vue des indices, dans tous les calculs où l'on n'emploie pas

directement les équations (*d*), et par conséquent on trouvera :

$$(12456) = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & t_1 & u_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & t_2 & u_2 \\ x_4 & y_4 & z_4 & t_4 & u_4 \\ x_5 & y_5 & z_5 & t_5 & u_5 \\ x_6 & y_6 & z_6 & t_6 & u_6 \end{vmatrix}^2 ;$$

de même pour (13456) et (23456); et en employant maintenant toutes les équations données et trouvées, on voit que ces trois déterminants sont aussi nuls, parce que la dernière colonne ne contient que des zéros. C'est ce qu'il fallait démontrer.

NOTE III.

Élimination de neuf quantités entre dix équations (n° 34).

Pour écrire ces équations d'une manière symétrique, nous donnerons à chaque point trois coordonnées, même quand la troisième (z_a par exemple) est nulle. Nous prendrons aussi les signes supérieurs, puisque l'élimination se fait de la même manière dans les deux cas, et que la discussion de l'autre cas est plus simple.

Les dix équations sont alors :

$$\varphi(AB) = \frac{1 + x_a x_b + y_a y_b + z_a z_b}{\sqrt{(1 + x_a^2 + y_a^2 + z_a^2)(1 + x_b^2 + y_b^2 + z_b^2)}},$$

$$\varphi(AC) = \cdots$$

$$\varphi(BC) = \cdots$$

$$\varphi(1A) = \cdots$$

$$\varphi(1B) = \cdots$$

$$\varphi(1C) = \cdots$$

$$\varphi(2A) = \cdots$$

$$\varphi(2B) = \cdots$$

$$\varphi(2C) = \cdots$$

et enfin :

$$\begin{vmatrix} 1 & \varphi(12) & \varphi(1A) & \varphi(1B) & \varphi(1C) \\ \varphi(12) & 1 & \varphi(2A) & \varphi(2B) & \varphi(2C) \\ \varphi(1A) & \varphi(2A) & 1 & \varphi(AB) & \varphi(AC) \\ \varphi(1B) & \varphi(2B) & \varphi(AB) & 1 & \varphi(BC) \\ \varphi(1C) & \varphi(2C) & \varphi(AC) & \varphi(BC) & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

Introduisons des coordonnées nouvelles p, q, r, s, t, déterminées, par exemple pour le point A, par :

$$\frac{q_a}{p_a} = x_a, \quad \frac{r_a}{p_a} = y_a, \quad \frac{s_a}{p_a} = z_a, \quad t_a = 0,$$

$$p_a^2 + q_a^2 + r_a^2 + s_a^2 + t_a^2 = 1.$$

La coordonnée t_a, qui semble inutile, est introduite par raison de symétrie, pour avoir autant de coordonnées qu'il y a de colonnes dans le déterminant ; et de même pour les autres points.

En remplaçant dans φ(AB), il vient :

$$(e) \quad . \quad . \quad \varphi(AB) = p_a p_b + q_a q_b + r_a r_b + s_a s_b + t_a t_b,$$

en admettant que le signe de $p_a p_b$ soit le même que celui du radical, circonstance sur laquelle nous reviendrons.

De même pour les autres φ.

Posons :

$$p_1 p_2 + q_1 q_2 + r_1 r_2 + s_1 s_2 + t_1 t_2 = \theta(12).$$

Le déterminant

$$\begin{vmatrix} p_1 & q_1 & r_1 & s_1 & t_1 \\ p_2 & q_2 & r_2 & s_2 & t_2 \\ p_a & q_a & r_a & s_a & t_a \\ p_b & q_b & r_b & s_b & t_b \\ p_c & q_c & r_c & s_c & t_c \end{vmatrix}$$

est identiquement nul, puisque sa dernière colonne se compose de zéros. On a donc, en l'élevant au carré par la règle ordinaire :

$$\begin{vmatrix} 1 & \theta(12) & \varphi(1A) & \varphi(1B) & \varphi(1C) \\ \theta(12) & 1 & \varphi(2A) & \varphi(2B) & \varphi(2C) \\ \varphi(1A) & \varphi(2A) & 1 & \varphi(AB) & \varphi(AC) \\ \varphi(1B) & \varphi(2B) & \varphi(AB) & 1 & \varphi(BC) \\ \varphi(1C) & \varphi(2C) & \varphi(AC) & \varphi(BC) & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

L'une des racines de cette équation est donc :

$$(f) \quad \left\{ \begin{aligned} \theta(12) &= p_1p_2 + q_1q_2 + r_1r_2 + s_1s_2 + t_1t_2 \\ &= \frac{1 + x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{(1 + x_1^2 + y_1^2 + z_1^2)(1 + x_2^2 + y_2^2 + z_2^2)}}, \end{aligned} \right.$$

le radical ayant cette fois le signe de p_1p_2.

La seconde racine est évidemment :

$$(g) \quad \frac{1 + x_1x_2 + y_1y_2 - z_1z_2}{\sqrt{(1 + x_1^2 + y_1^2 + z_1^2)(1 + x_2^2 + y_2^2 + z_2^2)}},$$

puisque, dans l'équation, on peut changer z_1 en $-z_1$ et z_2 en $-z_2$, simultanément ou séparément.

L'une de ces racines doit représenter $\varphi(12)$. On agira donc ici exactement comme dans le premier système de géométrie (ainsi que cela a déjà été dit au n° 39), c'est-à-dire qu'après avoir calculé z_1^2, on donnera à z_1 un signe arbitraire, puis on choisira z_2, ... de manière que $\varphi(12)$, ... soient représentés par (f) et non par (g). Il restera à prouver alors qu'il en sera de même pour un intervalle tel que (23), ne comprenant pas le point 1. Cette démonstration se fera exactement comme dans la Note I.

Il reste à expliquer comment on peut faire en sorte que le signe de la quantité analogue à $p_a p_b$ soit toujours celui du radical correspondant, et ensuite à déterminer complètement le signe du radical dans l'équation (e).

Nous démontrerons (Note VII) que les trois radicaux de $\varphi(AB)$, $\varphi(AC)$, $\varphi(BC)$, peuvent être pris positivement. Dès lors, on choisira les valeurs positives de p_a, p_b et p_c.

$\varphi(1A)$, $\varphi(1B)$, $\varphi(1C)$ peuvent être pris avec des radicaux de même signe (n° 44), mais ici le signe peut être $+$ ou $-$; on donnera le même signe à p_1; puis on agira d'une manière analogue pour p_2.

Alors l'équation analogue à (e) sera toujours exacte, et l'on voit de plus que le radical de $\varphi(12)$ sera positif si les six radicaux de 1 et de 2 sont tous de même signe, négatif si les six radicaux en question se partagent par groupes de trois quant à leurs signes. Ceci justifie une autre assertion du n° 44.

L'élimination des n^{os} 20 et suivants aurait pu se faire d'une manière analogue à celle qui est présentée dans la Note actuelle, mais là nous n'avons pas rencontré trop de difficultés dans l'emploi des coordonnées ordinaires.

NOTE IV.

Sur l'impossibilité d'un système de géométrie non compris dans les déterminants (8) *et* (9) (n° 14).

Après avoir signalé (n° 14) les deux déterminants (8) et (9), d'où nous avons déduit les divers systèmes de géométrie possibles, nous ajoutions (n° 15) :

« On pourrait soutenir qu'en dehors des deux formes trouvées, il en existerait une troisième, distincte des deux autres, vérifiant également la condition des six points, et par conséquent capable d'exprimer la relation entre les 10 intervalles de 5 points de l'espace.

» En attendant que cette question soit complètement résolue par l'analyse pure, nous montrerons plus loin que la découverte d'une nouvelle fonction, si elle était possible, ne conduirait pas à un nouveau système de géométrie, distinct de ceux qui résultent des deux fonctions déjà trouvées. »

Le moment est venu d'accomplir cette promesse, et à cet effet nous allons rechercher directement tous les systèmes de géométrie ayant en commun avec le système usuel les notions de la droite et du plan.

Nous suivrons pour cela la même marche que dans mes *Études de mécanique abstraite* (*), mais en la simplifiant et la généralisant. Quant au principe sur lequel elle est basée, un quart de siècle de réflexions nouvelles ne m'en ont pas fait découvrir un meilleur. Dans un autre mémoire intitulé : *Essai sur les principes fondamentaux de la géométrie et de la mécanique* (**), j'ai reproduit en partie les mêmes idées, en les com-

(*) Mémoire présenté à la Classe des sciences le 1er août 1868 et inséré dans le tome XXI des *Mémoires* in-8°.

(**) *Mémoires de la Société des sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, t. III (2e série).

pliquant par l'introduction de la méthode des limites. C'était une concession faite aux idées de l'enseignement actuel et je ne crois pas opportun de la maintenir. Du moment qu'il faut admettre que le rapport de deux longueurs converge vers une limite, autant vaut admettre immédiatement la notion de vitesse; mais pour couper court à tout scrupule, nous écarterons les systèmes de géométrie dont les formules seraient telles qu'elles ne donneraient pas des vitesses déterminées pour tous les points d'une figure plane dont deux points possèdent de pareilles vitesses.

Trigonométrie cinématique. — Le cosinus cinématique d'un angle α est la quantité constante par laquelle il faut multiplier une vitesse quelconque, dirigée suivant l'un des côtés de cet angle, pour obtenir sa composante suivant l'autre côté, lorsque la seconde composante passe par le sommet de l'angle et qu'elle est perpendiculaire à la première.

Le sinus cinématique d'un angle est le cosinus de son complément. Les autres fonctions trigonométriques cinématiques se définissent au moyen du sin et du cos, par les mêmes formules que dans la trigonométrie ordinaire.

Une vitesse u étant décomposée en $u\cos\alpha$ et $u\sin\alpha$, si l'on décompose encore $u\cos\alpha$ et $u\sin\alpha$ suivant la direction de u et une perpendiculaire à u, on trouve la formule

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1.$$

Une vitesse u étant décomposée en $u\cos(\alpha+\beta)$ et $u\sin(\alpha+\beta)$, si l'on effectue la même décomposition par parties, en ne prenant qu'un seul des angles α ou β à la fois, on trouve les formules :

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta,$$

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha.$$

Les trois formules ainsi trouvées, combinées avec les rela-

tions évidentes $\sin 90^\circ = 1$, $\cos 90^\circ = 0$, suffisent pour calculer, avec une approximation indéfinie, les fonctions trigonométriques cinématiques d'un angle quelconque, et il en résulte que ces fonctions sont les mêmes que les lignes trigonométriques ordinaires (*).

Considérons un triangle ABC, que nous faisons tourner autour du sommet A. Les vitesses absolues des points B et C seront proportionnelles à circ c et circ b, et les composantes de ces vitesses dans la direction BC seront dans le rapport de circ c sin B à circ b sin C. D'ailleurs, le côté BC conservant sa longueur, ces deux composantes doivent être égales, donc circ c sin B = circ b sin C, ce que l'on peut exprimer en disant que, dans tout triangle, les circonférences décrites avec les côtés comme rayons sont proportionnelles aux sinus des angles opposés.

Étant donné un triangle quelconque ABC, posons :

$$(h) \quad . \quad . \quad 1 - \frac{k^2}{4\pi^2}\,\mathrm{circ}^2\, a = \frac{(\cos A + \cos B \cos C)^2}{\sin^2 B \sin^2 C} \; (**).$$

Nous pourrons toujours en déduire une valeur réelle pour k^2.

(*) Il est étonnant qu'un raisonnement si simple, si primordial, ait pu laisser place à des doutes. Je ne citerai pas toutes les objections qu'on y a faites, mais seulement la plus bizarre. « Êtes-vous bien sûr », me disait-on, « que dans cette cinématique du point, vous n'introduisez pas, au fond, le postulatum d'Euclide? — S'il en est ainsi », répondais-je, « je dois être un maladroit de premier ordre, puisque, introduisant le postulatum dans les prémisses de mon raisonnement, je ne parviens pas à le faire réapparaître dans les conséquences. »

(**) π est la limite du rapport de la circonférence au diamètre, lorsque ce dernier décroît indéfiniment. On verra plus loin que cette limite existe. En ce moment π est une simple constante comme k, et l'on peut se demander pourquoi nous en introduisons deux. C'est pour conserver à la lettre k une même signification, d'un bout à l'autre de ce Mémoire.

Le théorème de la proportionnalité donne :

$$(i) \quad \cdots \quad \frac{\sin^2 A}{\frac{k^2}{4\pi^2}\operatorname{circ}^2 a} = \frac{\sin^2 B}{\frac{k^2}{4\pi^2}\operatorname{circ}^2 b} = \frac{\sin^2 C}{\frac{k^2}{4\pi^2}\operatorname{circ}^2 c},$$

et par la combinaison des équations (h) et (i), on obtient ensuite :

$$(j) \quad \cdots \quad \begin{cases} 1 - \frac{k^2}{4\pi^2}\operatorname{circ}^2 b = \frac{(\cos B + \cos A \cos C)^2}{\sin^2 A \sin^2 C}, \\ 1 - \frac{k^2}{4\pi^2}\operatorname{circ}^2 c = \frac{(\cos C + \cos A \cos B)^2}{\sin^2 A \sin^2 B}. \end{cases}$$

Ainsi dans tout triangle, on a les cinq formules (h), (i) et (j), la quantité k représentant une même constante, réelle ou imaginaire simple, dans les cinq formules. Il reste à voir si k est aussi constant en passant d'un triangle à un autre.

Mais montrons d'abord qu'il n'y a pas d'exception pour $k = 0$. Si l'équation (h) donnait cette valeur pour k, il en résulterait :

$$(\cos A + \cos B \cos C)^2 = \sin^2 B \sin^2 C,$$

équation qui est identique à l'une quelconque de ces deux autres :

$$(\cos B + \cos A \cos C)^2 = \sin^2 A \sin^2 C,$$

$$(\cos C + \cos A \cos B)^2 = \sin^2 A \sin^2 B.$$

Les cinq équations existent donc encore, car dans les équations (i) on aurait soin de ne pas introduire le facteur parasite $\frac{k^2}{4\pi^2}$.

Triangles rectangles. Si, dans les formules qui précèdent, on fait $A = 90^\circ$, on trouve :

$$(k)\quad \left\{\begin{array}{l} \operatorname{circ} b = \operatorname{circ} a \sin B, \\ \operatorname{circ} c = \operatorname{circ} a \sin C, \\ 1 - \dfrac{k^2}{4\pi^2}\operatorname{circ}^2 a = \cot^2 B \cot^2 C, \\ 1 - \dfrac{k^2}{4\pi^2}\operatorname{circ}^2 b = \dfrac{\cos^2 B}{\sin^2 C}, \\ 1 - \dfrac{k^2}{4\pi^2}\operatorname{circ}^2 c = \dfrac{\cos^2 C}{\sin^2 B}, \end{array}\right.$$

formules qui restent vraies pour toutes les valeurs de k, y compris la valeur zéro.

Considérons un triangle quelconque ABC, et du sommet C abaissons sur la base AB la perpendiculaire CD. Appelons respectivement A′ et B′ les angles ACD et BCD.

Si k et k' sont les coefficients respectifs des triangles ACD, BCD, on aura, dans ces triangles, en vertu des formules des triangles rectangles :

$$1 - \frac{k^2}{4\pi^2}\operatorname{circ}^2 CD = \frac{\cos^2 A}{\sin^2 A'},$$
$$1 - \frac{k'^2}{4\pi^2}\operatorname{circ}^2 CD = \frac{\cos^2 B}{\sin^2 B'}.$$

Mais, si l'on fait glisser le triangle le long de sa base AB, les points de la base ayant la vitesse v, et le point C la vitesse v' perpendiculaire à CD (*), les vitesses des points A et C, décomposées suivant AC, seront respectivement $v \cos A$ et $v' \sin A'$;

(*) Admettre que $v' = v$ équivaudrait à admettre le postulatum d'Euclide.

les vitesses de B et de C, décomposées suivant BC, seront de même $v \cos B$ et $v' \sin B'$. On a donc :

$$v \cos A = v' \sin A',$$

$$v \cos B = v' \sin B';$$

d'où, par l'élimination de v et de v' :

$$\frac{\cos A}{\sin A'} = \frac{\cos B}{\sin B'}.$$

En comparant à ce qui précède, on trouve :

$$1 - \frac{k^2}{4\pi^2} \operatorname{circ}^2 CD = 1 - \frac{k'^2}{4\pi^2} \operatorname{circ}^2 CD,$$

d'où

$$k^2 = k'^2.$$

Ainsi, dans deux triangles rectangles qui ont un côté de l'angle droit égal, le coefficient k est le même (*), car ces deux triangles pourront toujours être accolés comme l'étaient les deux triangles rectangles ACD et BCD.

Il en résulte d'abord que le coefficient k est le même dans tous les triangles rectangles, car deux triangles rectangles quelconques, ayant pour côtés de l'angle droit respectivement a et b, c et d, peuvent être comparés à un troisième triangle rectangle ayant pour côtés de l'angle droit a et c, a et d, b et c, ou b et d.

Il en résulte aussi que le coefficient k est le même dans tous les triangles, parce que les formules des triangles quelconques peuvent se déduire de celles des triangles rectangles.

(*) Abstraction faite de son signe, lequel est toujours indifférent, comme les formules l'indiquent.

Nous allons achever maintenant ce qui se rapporte à l'hypothèse $k = 0$.

Considérons un triangle ABC, rectangle en A. L'angle A et le côté c restant constants, supposons que le côté b augmente de db, ce qui, en vertu de la décomposition des vitesses, entraîne pour le côté a une augmentation égale à $db \cos C$.

On a :

$$(l) \quad \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{circ}^2 b = \operatorname{circ}^2 a \sin^2 B, \\ \operatorname{circ}^2 c = \operatorname{circ}^2 a \sin^2 C, \\ \sin^2 C = \cos^2 B, \quad \sin^2 B = \cos^2 C, \\ \text{d'où :} \\ \operatorname{circ}^2 c = \operatorname{circ}^2 a - \operatorname{circ}^2 b. \end{array} \right.$$

Exprimons que la différentielle du second membre est nulle, en représentant provisoirement la dérivée inconnue de circ a par $\varphi(a)$, et en remplaçant, après la différentiation, cos C par sa valeur $\pm \frac{\operatorname{circ} b}{\operatorname{circ} a}$. Il viendra, toutes réductions faites :

$$\varphi(b) = \pm \varphi(a).$$

Ce double signe, qui apparaît pour la première fois, nous place en présence d'une difficulté apparente, qu'il ne faut pas dissimuler, mais bien réduire à sa juste valeur.

b et a sont indépendants l'un de l'autre, et la dérivée $\varphi(a)$, que nous supposons finie, déterminée et continue, ne peut changer de signe qu'en passant par zéro. Si donc on ne prenait pas toujours le signe +, il faudrait admettre que la circonférence, qui croît d'abord avec son rayon, atteindrait un maximum et décroîtrait ensuite.

Sans nous prononcer, *a priori*, sur la possibilité de pareilles variations, observons que nous avons simplement pour objet, dans l'hypothèse $k = 0$, d'établir la relation (8) entre les intervalles de cinq points de l'espace.

Or, nous avons admis que l'espace est homogène, en ce sens que la relation entre les intervalles est la même pour cinq

points quelconques. Si donc cette relation est établie *rigoureusement* pour cinq points à intervalles assez petits, elle sera établie aussi pour cinq points quelconques (*).

Nous pouvons donc prendre tous nos intervalles assez petits pour rester dans les limites où les circonférences augmentent certainement avec leur rayon, et dès lors l'on a, sans ambiguïté :

$$\varphi(b) = \varphi(a),$$

ou, ce qui revient au même :

$$\varphi(a) = constante = c.$$

Intégrant entre 0 et a, il vient :

$$\text{circ } a = ca.$$

Il en résulte que, dans l'hypothèse $k = 0$, non seulement le rapport de la circonférence au rayon a une limite c, mais, de plus, il reste constamment égal à cette limite. Comme nous l'avons appelée précédemment 2π, nous écrirons :

$$\text{circ } a = 2\pi a.$$

Il est bon d'observer, en passant, que l'ambiguïté de signe, devant disparaître dans l'équation

$$\varphi(b) = \pm \varphi(a),$$

disparaît en même temps dans

$$\cos C = \pm \frac{\text{circ } b}{\text{circ } a},$$

où le signe + doit seul être conservé.

(*) Il n'en serait pas de même si la relation n'était qu'approximative. Elle pourrait alors être l'expression-limite d'une relation plus compliquée.

Dès lors les quatre premières formules (*l*) deviennent, aussi sans ambiguïté :

$$\text{circ } b = \text{circ } a \sin \text{B},$$

$$\text{circ } c = \text{circ } a \sin \text{C},$$

$$\sin \text{C} = \cos \text{B},$$

$$\sin \text{B} = \cos \text{C},$$

parce que les circonférences sont positives, et que les cosinus le sont aussi, comme on vient de le voir.

Des deux dernières équations on tire $\text{B} + \text{C} = 90^\circ$. Ainsi, dans tout triangle rectangle, les deux angles aigus sont complémentaires. Cela suffit pour établir l'existence du rectangle, ayant les quatre angles droits et les côtés opposés égaux.

D'autre part, si l'on introduit la valeur trouvée pour la circonférence dans :

$$\text{circ}^2 a = \text{circ}^2 b + \text{circ}^2 c,$$

il vient :

$$a^2 = b^2 + c^2,$$

c'est-à-dire que le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des autres côtés.

Nous possédons maintenant tout ce qu'il faut pour calculer l'intervalle de deux points en coordonnées ordinaires.

Considérons un système de trois axes rectangulaires OX, OY et OZ. D'un point quelconque de l'espace, abaissons trois perpendiculaires sur ces axes. Les distances comptées depuis l'origine jusqu'aux pieds de ces perpendiculaires représenteront respectivement les coordonnées, x, y, z, du point donné.

Si x_1, y_1, z_1 ; x_2, y_2, z_2 sont les coordonnées des deux points,

on trouve immédiatement, en n'employant que des rectangles et des triangles rectangles :

$$\delta^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2,$$

formule identique à l'équation (15) du texte, et comme cette expression de l'intervalle de deux points, introduite dans le déterminant (8), pour un système de cinq points, transforme ce déterminant en une identité, quel que soit le sens des lettres x_1, ..., on voit que la relation (8) entre les intervalles de cinq points est établie dans l'hypothèse $k = 0$.

On voit aussi, ce qui était d'ailleurs assez évident, que les coordonnées introduites analytiquement dans le texte étaient tout simplement les coordonnées ordinaires.

La marche que nous venons de suivre paraîtra peut-être un peu longue ou compliquée pour la géométrie ordinaire; mais je ne pense pas qu'on puisse la simplifier beaucoup; et, en outre, elle a l'avantage de s'appliquer exactement à l'hypothèse de k différent de zéro, comme nous allons le voir en la suivant pas à pas dans cette nouvelle hypothèse, laquelle doit nous conduire à la seconde forme (22) de l'intervalle de deux points et au second déterminant (9).

Les formules (h), (i), (j), (k) étant établies, reprenons notre triangle rectangle ABC et agissons comme précédemment.

Des formules (k) nous tirons par élimination :

$$1 - \frac{k^2}{4\pi^2}\operatorname{circ}^2 c = \frac{1 - \frac{k^2}{4\pi^2}\operatorname{circ}^2 a}{1 - \frac{k^2}{4\pi^2}\operatorname{circ}^2 b}$$

et

$$\cos C = \pm \frac{\operatorname{circ} b}{\operatorname{circ} a}\sqrt{\frac{1 - \frac{k^2}{4\pi^2}\operatorname{circ}^2 a}{1 - \frac{k^2}{4\pi^2}\operatorname{circ}^2 b}}.$$

Différentiant la première, avec $dc = 0$, $da = db \cos C$, puis remplaçant cos C par la valeur tirée de la seconde, il vient, toutes réductions faites :

$$\frac{\varphi(b)}{\sqrt{1 - \frac{k^2}{4\pi^2}\operatorname{circ}^2 b}} = \pm \frac{\varphi(a)}{\sqrt{1 - \frac{k^2}{4\pi^2}\operatorname{circ}^2 a}}.$$

Éliminons d'abord le double signe $\pm$ pour les mêmes raisons (encore plus nécessaires à expliquer ici) que dans l'hypothèse $k = 0$. Il restera :

$$\frac{\varphi(a)}{\sqrt{1 - \frac{k^2}{4\pi^2}\operatorname{circ}^2 a}} = \gamma,$$

d'où, en intégrant entre 0 et a :

$$\operatorname{arc\,sin}\left(\frac{k}{2\pi}\operatorname{circ} a\right) = \frac{k\gamma a}{2\pi}\ (*),$$

ou, ce qui revient au même :

$$\sin\frac{k\gamma a}{2\pi} = \frac{k}{2\pi}\operatorname{circ} a,$$

ou enfin :

$$\frac{\operatorname{circ} a}{a} = \gamma\,\frac{\sin\dfrac{k\gamma a}{2\pi}}{\dfrac{k\gamma a}{2\pi}}.$$

Pour déterminer γ, passons à la limite en faisant décroître

(*) Les fonctions arc sin et sin sont prises ici dans leur sens purement analytique, c'est-à-dire déterminées par les séries connues.

On aurait pu faire la même observation pour les angles et mesurer ceux-ci dans une circonférence de longueur 2π (dont le rayon serait provisoirement inconnu). Alors leurs fonctions trigonométriques seraient déterminées par les mêmes séries. Mais pour les angles il n'y avait pas de doute possible sur le sens des formules.

indéfiniment la valeur de a; alors, comme on le sait par la série analytique du sin, le rapport qui se trouve au second membre converge vers l'unité, donc le premier membre converge vers une limite déterminée γ, ainsi que nous l'avons annoncé plus haut, et puisque nous avons appelé cette limite 2π, il vient :

$$\gamma = 2\pi$$

et

$$\text{circ } a = \frac{2\pi}{k} \sin ka.$$

Nous devons revenir maintenant sur les formules des triangles, qui prennent (comme dans l'hypothèse $k = 0$) une forme plus précise par la suppression des doubles signes. On a vu, en effet, que le signe de cos C doit être $+$, dans les limites où la circonférence croît avec le rayon, et le signe de cos B doit être $+$ pour les mêmes raisons. Le sin étant naturellement positif, on voit que dans les trois dernières formules (k), on peut extraire les racines carrées sans mettre de doubles signes. Il en résulte qu'il en est de même dans les formules (j), sans quoi elles seraient en opposition avec les formules des triangles rectangles.

Enfin, en remplaçant partout circ a par $\frac{2\pi}{k} \sin ka$, les formules trouvées deviennent, sans ambiguïté :

Triangles quelconques :

$$\frac{\sin A}{\sin ka} = \frac{\sin B}{\sin kb} = \frac{\sin C}{\sin kc},$$

$$\cos ka = \frac{\cos A + \cos B \cos C}{\sin B \sin C},$$

$$\cos kb = \cdots,$$

$$\cos kc = \cdots$$

Triangles rectangles :

$$\sin kb = \sin ka \sin B,$$

$$\sin kc = \sin ka \sin C,$$

$$\cos ka = \cot B \cot C,$$

$$\cos kb = \frac{\cos B}{\sin C},$$

$$\cos kc = \frac{\cos C}{\sin B},$$

d'où :

$$\cos ka = \cos kb \cos kc,$$

formule qui va être immédiatement généralisée.

Formule $\cos ka = \cos kb \cos kc + \sin kb \sin kc \cos A$.

Elle se vérifie en remplaçant les cos de ka, kb, kc par leurs valeurs en fonction des angles, les sin de kb et kc par $\frac{\sin ka \sin B}{\sin A}$ et $\frac{\sin ka \sin C}{\sin A}$, puis $\sin^2 ka$ par $1 - \cos^2 ka$, et enfin $\cos ka$ par sa valeur en A, B, C.

Quadrilatère qui a deux angles droits et dont on donne les trois côtés a, b, c, adjacents aux angles droits (a étant adjacent aux deux angles droits). Calcul du côté d.

Menons une diagonale du sommet (ac) au sommet (db). Nommons f sa longueur, l et m les angles qu'elle forme respectivement avec c et a. Nous aurons :

$$\cos kd = \cos kc \cos kf + \sin kc \sin kf \cos l.$$

Mais

$$\cos kf = \cos ka \cos kb$$

et

$$\sin kb = \sin kf \sin m = \sin kf \cos l;$$

donc :

$$\cos kd = \cos ka \cos kb \cos kc + \sin kb \sin kc.$$

Quadrilatère ayant trois angles droits et dont on donne

les deux côtés a, b, adjacents chacun à deux angles droits. Calcul des deux autres côtés.

x étant le côté opposé à b, et y le côté opposé à a, on a, au moyen d'une diagonale :

$$\cos kx \cos ka = \cos ky \cos kb$$

et, d'après la proposition précédente,

$$\cos ky = \cos kx \cos ka \cos kb + \sin kx \sin kb.$$

On en tire aisément :

$$\operatorname{tg} kx = \operatorname{tg} kb \cos ka,$$

et de même :

$$\operatorname{tg} ky = \operatorname{tg} ka \cos kb.$$

Nous avons tout ce qu'il faut maintenant pour calculer l'intervalle de deux points, donnés par leurs coordonnées x_1, y_1, z_1 ; x_2, y_2, z_2. Nous définirons ces dernières exactement comme nous l'avons fait dans l'hypothèse précédente, mais nous ne les considérerons que comme provisoires. De plus, le calcul ne sera pas le même, mais plus compliqué, parce que, au lieu de rectangles, nous ne rencontrons ici que des quadrilatères ayant deux ou trois angles droits.

Supposons d'abord, pour plus de simplicité, que les deux points donnés soient dans le plan OXY. En appelant δ leur intervalle, α et β leurs distances respectives à l'axe OX, on a :

$$\cos k\delta = \cos k(x_2 - x_1) \cos k\alpha \cos k\beta + \sin k\alpha \sin k\beta,$$

$$\operatorname{tg} k\alpha = \operatorname{tg} ky_1 \cos kx_1, \quad \operatorname{tg} k\beta = \operatorname{tg} ky_2 \cos kx_2.$$

Les deux dernières équations permettent d'exprimer sin $k\alpha$,

cos $k\alpha$, sin $k\beta$ et cos $k\beta$ en fonction de tg kx_1, tg ky_1, tg kx_2, tg ky_2 (*). De plus, cos $k(x_2 - x_1)$ peut aussi s'exprimer de cette manière, et l'on trouve enfin :

$$\cos k\delta = \frac{1 + \operatorname{tg} kx_1 \operatorname{tg} kx_2 + \operatorname{tg} ky_1 \operatorname{tg} ky_2}{\sqrt{(1 + \operatorname{tg}^2 kx_1 + \operatorname{tg}^2 ky_1)(1 + \operatorname{tg}^2 kx_2 + \operatorname{tg}^2 ky_2)}}.$$

Supposons maintenant que les deux points soient quelconques. δ étant toujours leur intervalle, soit δ' la projection de cet intervalle sur le plan OXY. Soient α et β les distances respectives des points x_1, y_1, z_1 ; x_2, y_2, z_2 au plan OXY ; soit enfin γ la distance du pied de α à l'origine. Nous aurons :

$$\cos k\delta = \cos k\delta' \cos k\alpha \cos k\beta + \sin k\alpha \sin k\beta,$$

$$\operatorname{tg} k\alpha = \operatorname{tg} kz_1 \cos k\gamma = \frac{\operatorname{tg} kz_1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 kx_1 + \operatorname{tg}^2 ky_1}}.$$

De même :

$$\operatorname{tg} k\beta = \frac{\operatorname{tg} kz_2}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 kx_2 + \operatorname{tg}^2 ky_2}}.$$

On peut donc calculer cos $k\alpha$, sin $k\alpha$, cos $k\beta$, sin $k\beta$ en fonction de tg kx_1, tg ky_1 et tg kz_1. De plus, cos $k\delta'$ a la valeur trouvée précédemment pour le cas où les deux points seraient dans le plan OXY, et qui nous a servi aussi, d'ailleurs, à transformer cos $k\gamma$. Nous aurons, toutes réductions faites :

$$\cos k\delta = \frac{1 + \operatorname{tg} kx_1 \operatorname{tg} kx_2 + \operatorname{tg} ky_1 \operatorname{tg} ky_2 + \operatorname{tg} kz_1 \operatorname{tg} kz_2}{\sqrt{(1 + \operatorname{tg}^2 kx_1 + \operatorname{tg}^2 ky_1 + \operatorname{tg}^2 kz_1)(1 + \operatorname{tg}^2 kx_2 + \operatorname{tg}^2 ky_2 + \operatorname{tg}^2 kz_2)}} \text{ (**)}.$$

(*) Ici et plus loin, aucune discussion de signe n'est nécessaire, pour une raison déjà donnée.

(**) Nous avons employé, dans cette dernière recherche, quelques propriétés empruntées à la géométrie de l'espace, mais évidemment indépendantes des hypothèses sur le parallélisme.

Pour passer enfin des coordonnées provisoires aux coordonnées définitives, nous poserons :

$$X_1 = \operatorname{tg} kx_1 \quad \text{ou} \quad \operatorname{tg} kx_1\sqrt{-1},$$

suivant que k sera réel ou imaginaire simple, pour n'avoir, dans les formules finales, que des coordonnées réelles ; de même :

$$Y_1 = \operatorname{tg} ky_1 \quad \text{ou} \quad \operatorname{tg} ky_1\sqrt{-1},$$
$$Z_1 = \operatorname{tg} kz_1 \quad \text{ou} \quad \operatorname{tg} kz_1\sqrt{-1},$$

et de même encore pour X_2, Y_2, Z_2 et les autres points.

La formule deviendra :

$$\cos k\delta = \frac{1 \pm X_1X_2 \pm Y_1Y_2 \pm Z_1Z_2}{\sqrt{(1 \pm X_1^2 \pm Y_1^2 \pm Z_1^2)(1 \pm X_2^2 \pm Y_2^2 \pm Z_2^2)}},$$

les signes supérieurs correspondant à l'hypothèse où k est réel, les signes inférieurs à l'hypothèse où k est imaginaire.

En l'élevant au carré, on aurait précisément la formule (22) du texte, puisque l'on a vu (n° 36) que $\varphi(12) = \cos k(12)$.

Or on a vu aussi qu'en remplaçant les intervalles par cette valeur dans le déterminant (9) (n° 14), celui-ci se réduit à une identité. Donc, dans tous les systèmes de géométrie où k n'est pas nul, les intervalles de cinq points sont liés par l'équation (9).

Nous voyons, de plus, maintenant, quelle est la signification géométrique des coordonnées que nous avions introduites analytiquement dans le texte. Elle se rapproche, autant que possible, de la signification des coordonnées ordinaires.

NOTE V.

Conditions de réalité des coordonnées (n^{os} 19 et 28) (*).

Les conditions nécessaires et suffisantes pour que les équations (10) et (11) soient susceptibles d'être vérifiées par des coordonnées réelles, peuvent s'obtenir *a priori* par une transformation des coordonnées.

A cet effet on établira d'abord, par l'analyse seule, les principes suivants :

Il existe des systèmes de neuf nombres réels a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2, a_3, b_3, c_3, dont trois sont arbitraires entre certaines limites, et qui satisfont aux équations

$$\begin{aligned}
a_1^2 + b_1^2 + c_1^2 &= 1,\\
a_2^2 + b_2^2 + c_2^2 &= 1,\\
a_3^2 + b_3^2 + c_3^2 &= 1,\\
a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2 &= 0,\\
a_1a_3 + b_1b_3 + c_1c_3 &= 0,\\
a_2a_3 + b_2b_3 + c_2c_3 &= 0.
\end{aligned}$$

Chacun des systèmes qui satisfont à ces équations vérifie aussi les suivantes :

$$\begin{aligned}
a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 &= 1,\\
b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 &= 1,\\
c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 &= 1,\\
a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 &= 0,\\
a_1c_1 + a_2c_2 + a_3c_3 &= 0,\\
b_1c_1 + b_2c_2 + b_3c_3 &= 0.
\end{aligned}$$

(*) Cette Note nous a été communiquée par M. le lieutenant Goedseels, répétiteur à l'École militaire.

La transformation des coordonnées se fait, pour chaque point, en posant :

$$x = x_0 + a_1x' + b_1y' + c_1z',$$

$$y = y_0 + a_2x' + b_2y' + c_2z',$$

$$z = z_0 + a_3x' + b_3y' + c_3z'.$$

Dans ces relations, le déterminant $(a_1b_2c_3)$ est égal à ± 1.

Deux ou plusieurs transformations successives peuvent être remplacées par une transformation unique.

Après toute transformation des coordonnées, on peut repasser aux coordonnées primitives par une transformation inverse.

Après une pareille transformation des coordonnées, l'intervalle de deux points continue à s'exprimer par la même fonction. Ainsi $\varphi(1A)$ ou $k(1A)^2$, qui avant la transformation avait pour valeur

$$(x_1 - x_a)^2 + (y_1 - y_a)^2 + (z_1 - z_a)^2,$$

sera, après la transformation :

$$(x'_1 - x'_a)^2 + (y'_1 - y'_a)^2 + (z'_1 - z'_a)^2.$$

Nous rétablissons z_a, et nous rétablirions de même z_b, z_c, qui étaient nuls au n° 19, parce qu'ils ne sont plus nuls, en général, après la transformation.

Une transformation peut toujours être conduite de manière à annuler les trois coordonnées d'un point, deux coordonnées quelconques d'un second point, et l'une de ces mêmes coordonnées pour un troisième point.

Pour le démontrer, il suffit de procéder par des transformations successives, puisque celles-ci peuvent être remplacées pour une transformation unique.

Ces principes établis, pour rechercher si les équations (10) et (11) ont des racines réelles, il suffira de vérifier s'il en est ainsi

après une transformation de coordonnées, que nous effectuerons en annulant, outre z_a, z_b et z_c, qui sont déjà nuls, les trois quantités x_a, x_b et y_a.

Pour rapprocher la relation obtenue de la forme ordinaire, nous remplacerons $\varphi(x)$ par kx^2, ou même par x^2 (car on sait que k doit disparaître), et les équations deviennent alors :

$$
\begin{aligned}
&y_b^2 = \overline{AB}^2,\\
&x_c^2 + y_c^2 = \overline{AC}^2,\\
&x_c^2 + (y_b - y_c)^2 = \overline{BC}^2,\\
&x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 = \overline{1A}^2,\\
&x_1^2 + (y_1 - y_b)^2 + z_1^2 = \overline{1B}^2,\\
&(x_1 - x_c)^2 + (y_1 - y_c)^2 + z_1^2 = \overline{1C}^2.
\end{aligned}
$$

On en déduit aisément ces deux conditions de réalité :

$$(m) \quad . \quad . \quad . \quad 4\overline{AB}^2\overline{AC}^2 - (\overline{BC}^2 - \overline{AC}^2 - \overline{AB}^2)^2 > 0.$$

$$
(n) \quad \begin{cases} \left[4\overline{AB}^2\overline{AC}^2 - (\overline{BC}^2 - \overline{AC}^2 - \overline{AB}^2)^2\right]\left[4\overline{AB}^2\overline{1A}^2 - (\overline{1B}^2 - \overline{1A}^2 - \overline{AB}^2)^2\right] - \\ \left[2\overline{AB}^2(\overline{1C}^2 - \overline{1A}^2 - \overline{AC}^2) + (\overline{BC}^2 - \overline{AC}^2 - \overline{AB}^2)(\overline{1B}^2 - \overline{1A}^2 - \overline{AB}^2)\right]^2 \geq 0. \end{cases}
$$

Ces conditions peuvent s'exprimer en disant, d'abord, que dans chacun des groupes (AC, BC, AB), (1A, 1B, AB), (1A, 1C, AC), (1B, 1C, BC), un intervalle quelconque est plus petit que la somme des deux autres. Pour le premier de ces groupes, cela résulte de (m); pour le second, cela résulte du premier terme de (n), qui doit être positif.

Pour les deux autres groupes, cela est aussi compris dans l'équation (n), mais cette dernière implique des restrictions plus étendues dans le choix des intervalles.

Ayant choisi AB, AC, BC, 1A, 1B, de manière à rendre positifs le premier membre de (m) et le premier terme de (n), il ne restera plus qu'à choisir 1C, dont la relation (n) donnera immédiatement les limites.

Il va sans dire que l'on pourrait diriger les calculs de manière à faire jouer à l'un quelconque des six intervalles le rôle spécial que joue ici l'intervalle 1C.

NOTE VI.

Sur la ligne droite.

Aux nos 25 et 35, nous avons établi que le long de la ligne droite, les intervalles s'ajoutent et pour l'établir, nous avons procédé par intégration.

Nous aurions pu employer une méthode purement algébrique, en nous bornant à constater que moyennant l'existence des relations

$$x_3 - x_1 = \frac{x_1 - x_2}{z_1 - z_2}(z_3 - z_1),$$

$$y_3 - y_1 = \frac{y_1 - y_2}{z_1 - z_2}(z_3 - z_1),$$

les deux équations suivantes se réduisent à des identités :

$$\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2+(z_1-z_2)^2} \pm \sqrt{(x_2-x_3)^2+(y_2-y_3)^2+(z_2-z_3)^2} = \pm\sqrt{(x_1-x_3)^2+(y_1-y_3)^2+(z_1-z_3)^2},$$

$$\arccos\frac{1 \pm x_1x_2 \pm y_1y_2 \pm z_1z_2}{\sqrt{(1\pm x_1^2\pm y_1^2\pm z_1^2)(1\pm x_2^2\pm y_2^2\pm z_2^2)}} \pm \arccos\frac{1 \pm x_2x_3 \pm y_2y_3 \pm z_2z_3}{\sqrt{(1\pm x_2^2\pm y_2^2\pm z_2^2)(1\pm x_3^2\pm y_3^2\pm z_3^2)}} = \pm\arccos\frac{1 \pm x_1x_3 \pm y_1y_3 \pm z_1z_3}{\sqrt{(1\pm x_1^2\pm y_1^2\pm z_1^2)(1\pm x_3^2\pm y_3^2\pm z_3^2)}},$$

les signes étant convenablement choisis.

Quelque méthode que l'on adopte, on peut remarquer que la ligne droite est caractérisée, dans les trois systèmes de géométrie, par trois propriétés :

Ses équations sont du premier degré.

Si l'on en considère trois points, aucun autre point de l'espace ne peut être distant de deux de ces points comme l'est le troisième.

Le long de cette ligne, les intervalles s'ajoutent.

Et, dans les trois systèmes de géométrie, l'admission d'une seule de ces propriétés suffit pour démontrer l'existence des deux autres, et pour définir complètement la ligne droite.

NOTE VII.

Sur les signes des radicaux dans les valeurs de $\varphi(1A), \varphi(1B), \varphi(1C)$, *tirées des équations* (20).

Si, des équations (20) considérées en prenant les signes supérieurs, on déduit les valeurs de $\varphi(1A)$, $\varphi(1B)$, $\varphi(1C)$, en supprimant simplement l'exposant 2 au second membre, ainsi qu'au numérateur du premier, le signe du radical au dénominateur du premier membre devient douteux. C'est là, nous l'avons déjà dit, une difficulté spéciale à la troisième espèce de géométrie.

Cependant, quelques-unes des observations qui vont suivre sont générales et applicables aux trois espèces, mais pour les deux premières elles étaient en quelque sorte évidentes, et ne nécessitaient pas une discussion approfondie.

On a vu, dans la Note III, qu'il y a un grand intérêt, pour la détermination du signe du radical dans (22), à admettre que dans (20) les radicaux puissent être pris positivement.

Le système d'intervalles auquel il faut appliquer les calculs est donné *a priori*, et nous pouvons définir nos coordonnées,

$x_a, \ldots y_c$, par telles équations qu'il nous plaira de choisir, pourvu qu'elles ne soient pas contradictoires, et qu'en outre elles ne limitent pas arbitrairement le champ des valeurs réelles de ces coordonnnées, ce qui conduirait à exclure d'une manière factice des systèmes d'intervalles qui ne seraient cependant pas impossibles, c'est-à-dire qui ne seraient pas en contradiction avec le déterminant (9), seule condition qu'ils doivent remplir.

On aurait un exemple d'équations contradictoires si l'on prétendait rendre tous les radicaux positifs, non pas dans (20), mais dans (21). En effet, l'élimination de $\sqrt{1 + x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}$ entre ces équations, laisserait subsister deux équations du premier degré entre x_1 et y_1. Ces deux coordonnées étant ainsi déterminées, on trouverait :

$$\sqrt{1 + x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} = \frac{\varphi(1A)\sqrt{1 + x_a^2 + y_a^2}}{1 + x_1 x_a + y_1 y_a},$$

et deux autres équations analogues. Les trois seconds membres seraient certainement égaux, d'après la manière dont les équations ont été résolues; mais rien ne prouve qu'ils seraient positifs, puisqu'on ne s'est pas servi, dans la résolution, de cette propriété. On doit donc simplement conclure que les trois radicaux peuvent être pris positifs *ou négatifs*.

Il n'en est pas de même pour les équations (20). En prenant

$$\sqrt{1 + x_a^2 + y_a^2} = m, \quad \sqrt{1 + x_b^2 + y_b^2} = n, \quad \sqrt{1 + x_c^2 + y_c^2} = p,$$

m, n, p étant trois quantités positives arbitraires, on aura :

$$\begin{aligned} 1 + x_a x_b + y_a y_b &= \varphi(AB) mn, \\ 1 + x_a x_c + y_a y_c &= \varphi(AC) mp, \\ 1 + x_b x_c + y_b y_c &= \varphi(BC) np, \end{aligned}$$

et l'on trouvera toujours six quantités $x_a, \ldots y_c$, réelles *ou imaginaires*, répondant à ces six équations algébriques.

La question est donc de savoir si les racines ne sont pas trop souvent imaginaires, jusqu'au point d'écarter des systèmes d'intervalles qui seraient admissibles.

La réponse à cette question se trouve écrite d'avance au n° 29 : « on ne saurait admettre des coordonnées imaginaires, sans être obligé d'admettre aussi des intervalles imaginaires, ce que nous voulons exclure » et ce qui serait contradictoire avec notre système d'intervalles réels donné *a priori*.

Telle est donc l'assertion qui doit être justifiée. Elle le serait complètement si la formule (22) était établie dans l'hypothèse des trois radicaux positifs, car si une ou plusieurs des trois quantités x_2, y_2, z_2 sont imaginaires, on pourra toujours, et d'une infinité de manières, déterminer des quantités réelles x_1, y_1, z_1 rendant φ^2 (12) négatif. Or dans la Note III, la formule (22) (ou f de cette Note III) est établie d'une manière irréfutable pour le cas des coordonnées réelles, et comme la valeur de θ(12), donnée par (f), est la racine *algébrique* du déterminant qui précède cette équation, cette racine doit être indépendante du sens qu'on attache aux lettres qui y entrent. Elle est donc exacte même pour les valeurs imaginaires, pourvu qu'alors le signe du radical ait encore un sens précis.

Ce sens peut lui être assigné d'après une règle quelconque, comprenant sans discontinuité le cas du radical réel.

On voit donc que l'hypothèse des trois radicaux positifs dans (20) est bien légitime, parce que tous les systèmes d'intervalles que cette hypothèse peut exclure sont exclus à bon droit.

MÉMOIRE

SUR

L'INTÉGRATION

DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

PAR

Ch.-J. de la Vallée Poussin,

chargé de cours à l'Université de Louvain.

(Présenté à la Classe des sciences, dans la séance du 2 avril 1892.)

INTRODUCTION.

Le présent travail nous a été inspiré par l'étude du *Mémoire sur les fonctions discontinues*, de M. Darboux, et de la *Note* que M. C. Jordan a ajoutée au troisième volume de son *Traité d'analyse*.

Nous nous proposons d'étendre, dans la mesure du possible, aux équations différentielles à une seule variable indépendante, la notion d'intégralité introduite par Riemann pour le problème particulier des quadratures. De même que l'on peut intégrer des fonctions discontinues, nous avons voulu montrer que l'on peut intégrer des équations différentielles où figurent de telles fonctions.

Pour simplifier cette étude, nous l'avons divisée en deux parties.

La première traite de l'équation différentielle du premier ordre à une seule fonction inconnue; la seconde est la généralisation naturelle de la première : elle s'occupe des équations différentielles simultanées et d'ordre quelconque.

Nous avons divisé la première partie en trois chapitres.

Le premier chapitre a pour objet la généralisation du théorème de M. Darboux (C. Jordan, *Cours d'analyse*, t. III, p. 360). Nous y établissons, pour une fonction limitée $f(x, y)$, l'existence de deux limites de sommes qui constituent une propriété générale de la fonction. Dans le cas où ces limites sont égales, nous disons que l'équation différentielle $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ *est intégrable*.

Dans le chapitre II, nous cherchons, pour la différence entre les deux limites dont nous venons de parler, différentes expressions qui doivent servir à reconnaître quand l'équation différentielle est intégrable.

Dans le chapitre III, nous supposons vérifiée la condition d'intégrabilité énoncée plus haut, nous définissons l'intégrale et nous étudions ses propriétes. Nous montrons de deux manières différentes que certaines de ces propriétés ne peuvent appartenir qu'à une seule fonction et nous établissons par là l'*unité de l'intégrale.*

Nous étudions en particulier certaines équations de la forme $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$, et nous montrons qu'elles peuvent s'intégrer dans des cas très généraux, quand $f(x, y)$ est une fonction discontinue de x seulement, et même dans certains cas, quand f est une fonction discontinue de y et de x. Enfin, nous intégrons l'équation linéaire du premier ordre dans le cas le plus général.

Le théorème qui fait l'objet du premier chapitre sert de base à tout le reste. Le mode de démonstration que nous avons adopté n'est peut-être pas celui qui se présente le plus naturellement à l'esprit et ce n'est pas celui que nous avions adopté d'abord. Mais notre première démonstration donnait prise à certaines critiques, qui nous ont été signalées par notre regretté et illustre maître, Ph. Gilbert, et qu'il nous a paru laborieux d'écarter. Nous avons préféré modifier la forme de la démonstration et lui donner celle que nous proposons aujourd'hui.

Les raisonnements sont simples au fond, et leur marche est facile à saisir, mais les notations sont difficiles à choisir et à rendre claires; là, pensons-nous, se trouve la principale difficulté du sujet. Nous nous sommes largement inspiré des notations que M. Ph. Gilbert a employées dans son *Cours d'analyse*, pour traiter des questions analogues, et nous avons fait tous nos efforts pour rendre les nôtres aussi expressives que possible. Si nous n'y avons pas complètement réussi, on voudra bien nous tenir compte de notre bonne volonté.

La seconde partie du travail n'est que la généralisation systématique de la première, et ne soulève aucune difficulté nouvelle.

MÉMOIRE

SUR

L'INTÉGRATION

DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES.

PREMIÈRE PARTIE.

ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES DU PREMIER ORDRE.

CHAPITRE PREMIER.

ÉNONCÉ ET DÉMONSTRATION D'UN THÉORÈME FONDAMENTAL (*).

§ 1. **Définitions.**

1. Si la fonction $f(x, y)$ est toujours finie (limitée) dans une région T, elle admettra, dans cette région, une limite supérieure L et une limite inférieure l.

2. Nous représenterons par A et par a deux nombres définis par les relations

$$A = L \text{ (si } L \gtrless 0), \qquad a = -l \text{ (si } l \lessgtr 0),$$
$$A = 0 \text{ (si } L < 0), \qquad a = 0 \text{ (si } l > 0).$$

(*) Conformément aux conclusions de M. Mansion, premier rapporteur, nous avons développé davantage, en plusieurs endroits, les démonstrations de notre mémoire primitif.

3. Soient x_0 et y_0 les coordonnées d'un point intérieur à la région T; nous pourrons toujours déterminer $X > x_0$, de manière que la région rectangulaire, limitée par les abscisses x_0, X et par les ordonnées $y_0 - a(X - x_0)$, $y_0 + A(X + x_0)$, soit comprise à l'intérieur de la région T et que les contours de ces deux régions n'aient aucun point commun.

4. Partageons l'intervalle $X - x_0$ en un nombre arbitraire n de parties par les valeurs $x_0, x_1, \ldots x_k \ldots x_n = X$, et posons en général $\delta_k = x_k - x_{k-1}$; à chaque abscisse x_k nous ferons correspondre deux ordonnées Y_k, y_k différentes et déterminées par les deux sommes suivantes :

$$Y_k = y_0 + M_1\delta_1 + M_2\delta_2 + \cdots + M_k\delta_k = Y_{k-1} + M_k\delta_k,$$

$$y_k = y_0 + m_1\delta_1 + m_2\delta_2 + \cdots + m_k\delta_k = y_{k-1} + m_k\delta_k.$$

Dans ces expressions :

M_k et m_k sont respectivement les limites supérieures et inférieures de $f(x, y)$ dans la région R_k, région limitée

aux abscisses

$$x_{k-1} \quad \text{et} \quad x_k,$$

aux ordonnées

$$y_{k-1} - a_k\delta_k, \qquad Y_{k-1} + A_k\delta_k.$$

A_k et a_k sont des nombres déterminés par leur indice, mais respectivement supérieurs (ou égaux) à A et a, et inférieurs à des limites données.

Nous avons en vue de démontrer le THÉORÈME FONDAMENTAL qui suit : *Si les nombres* A_k *et* a_k *restent toujours supérieurs (ou égaux) aux nombres* A *et* a *(n° 2), sans pouvoir s'annuler ni tendre vers zéro ni vers l'infini; si,* n *croissant indéfiniment,*

tous les intervalles δ_k *tendent vers zéro d'une manière quelconque, les deux sommes*

$$Y_n = y_0 + \sum_1^n M_k \delta_k, \qquad y_n = y_0 + \sum_1^n m_k \delta_k$$

tendront vers des limites finies, déterminées et invariables, Y *et* y, *de quelque manière que puissent varier* A_k *et* a_k.

5. Remarque. — On peut toujours supposer les δ assez petits pour qu'une région quelconque R_k soit intérieure à la région T, et cela sans qu'on soit forcé de faire croître n indéfiniment (*).

Par hypothèse (n° 3), la région limitée aux ordonnées

$$y_0 - a(X - x_0), \qquad y_0 + A(X - x_0)$$

est intérieure à la région T : on peut donc toujours déterminer une quantité α, assez petite pour que la région limitée aux ordonnées nouvelles

$$y_0 - a(X - x_0) - \alpha, \qquad y_0 + A(X - x_0) + \alpha$$

y soit comprise également.

Cela posé, si toutes les régions successives jusque R_{k-1} inclusivement sont intérieures à la région T, on aura

$$Y_{k-1} = y_0 + \sum_1^{k-1} M_i \delta_i \leqq y_0 + A(x_{k-1} - x_0),$$

$$y_{k-1} = y_0 + \sum_1^{k-1} m_i \delta_i \geqq y_0 - a(x_{k-1} - x_0),$$

car, dans toutes ces régions, M_i sera inférieur à L et, par suite, à A ; m_i, supérieur à l et, par suite, à $-a$.

(*) Nous avons rectifié la démonstration, conformément aux critiques de M. Mansion.

Les ordonnées extrêmes de la région R_k seront donc

$$Y_{k-1} + A_k\delta_k \gtrless y_0 + A(x_k - x_0) + (A_k - A)\delta_k,$$
$$y_{k-1} - a_k\delta_k \lesseqgtr y_0 - a(x_k - x_0) - (a_k - a)\delta_k.$$

Comme les différences $(A_k - A)$ et $(a_k - a)$ sont positives, la région R_k sera comprise dans la région T, quel que soit k, si δ_k satisfait aux inégalités

$$(A_k - A)\delta_k < \alpha, \qquad (a_k - a)\delta_k < \alpha,$$

ce que l'on peut toujours supposer, car les différences $A_k - A$, et $a_k - a$ ne peuvent surpasser des limites fixes.

Dans le reste, nous supposerons toujours implicitement que ces conditions sont remplies.

§ 2. **Première forme du théorème fondamental.**

6. Théorème. — *Si l'on prend* $A_k = B$, $a_k = b$, B *et* b *étant des nombres déterminés respectivement supérieurs à* A *et* a, *et si l'on fait tendre tous les intervalles* δ_k *vers zéro d'une manière quelconque, les deux sommes*

$$Y_n = y_0 + \sum_1^n M_k\delta_k, \qquad y_n = y_0 + \sum_1^n m_k\delta_k$$

tendront vers des limites finies, déterminées et invariables Y *et* y.

Nous définirons d'abord nos notations, puis nous démontrerons un lemme d'où découle aisément la démonstration du théorème qui précède.

7. Notations. — Soient, comme ci-dessus, Y_n et y_n les sommes relatives à un premier mode de subdivision N de l'intervalle x_0X, en n parties par les points x_0, x_1, ... x_{n-1}, X; posons en général $x_i - x_{i-1} = \delta_i$; représentons par R_1, R_2, ... R_n

les régions correspondant aux intervalles $\delta_1, \delta_2, \ldots \delta_n$, et conservons pour M_i, m_i et Y_i, y_i les mêmes définitions qu'au n° 4; enfin, soit δ la plus petite des quantités δ_i.

Soient, d'autre part, α un nombre positif déterminé inférieur à δ, et Y'_n, y'_n les sommes relatives à un second mode quelconque de subdivisions N′ de l'intervalle x_0X en parties inférieures à α. Pour ce mode de subdivision N′, nous emploierons des notations un peu différentes.

Il y aura, par hypothèse, des points de subdivision du mode N′ dans un intervalle quelconque δ_k du mode N; nous les représentons par $x'_{k,1}, x'_{k,2}, \ldots x'_{k,r}$ ($x'_{k,1}$ pouvant coïncider avec x_{k-1}, en particulier, dans δ_1, $x_{1,1} = x_0$); nous posons

$$\delta'_{k,1} = x'_{k,1} - x'_{k-1,q}, \quad \delta'_{k,2} = x'_{k,2} - x'_{k,1}, \ldots \delta'_{k,r} = x'_{k,r} - x'_{k,r-1};$$

nous désignons enfin par R'_{ki} la région qui correspond à $\delta'_{k,i}$, par $Y'_{k,i}$ et $y'_{k,i}$ les ordonnées qui correspondent à l'abscisse $x'_{k,i}$, par $M'_{k,i}$ et $m'_{k,i}$ les limites supérieures et inférieures de f dans $R'_{k,i}$.

8. Lemme. — *Les quantités α et δ étant ci-dessus définies, si l'on prend α assez petit pour satisfaire aux inégalités*

$$(1) \quad \begin{cases} n\mathrm{B}\alpha \leqq (\mathrm{B} - \mathrm{A})\delta \\ nb\alpha \leqq (b - a)\delta \end{cases} \quad \text{et, } a \textit{ fortiori}, \quad \begin{matrix} \leqq (\mathrm{B} - \mathrm{A})\delta_k \\ \leqq (b - a)\delta_k, \end{matrix}$$

ce qui sera toujours possible dans notre hypothèse; on aura

$$Y'_n < Y_n + n\mathrm{A}\alpha$$
$$y'_n > y_n - na\alpha.$$

Démonstration. — Remarquons d'abord que les deux inégalités

$$(2) \quad \begin{cases} Y'_{k,1} \leqq Y_{k-1} + (k-1)\mathrm{A}\alpha, \\ y'_{k,1} \geqq y_{k-1} - (k-1)a\alpha \end{cases}$$

sont vérifiées pour $k = 1$, car on a par définition (7)

$$Y'_{1,1} = Y_0, \qquad y'_{1,1} = y_0.$$

Si donc des inégalités (2) nous pouvons tirer, pour $k \lessgtr n$,

$$\begin{cases} Y'_{k+1,1} < Y_k + kA\alpha, \\ y'_{k+1,1} > y_k - ka\alpha, \end{cases}$$

on pourra successivement faire $k = 1, 2, 3 \ldots, n + 1$ dans les formules (2), et le théorème sera démontré, car on a, par définition (7), pour $k = n + 1$,

$$Y'_{n+1,1} = Y'_n, \qquad y'_{n+1,1} = y'_n.$$

Nous allons donc montrer que si les formules (2) sont vraies pour le nombre k, elles le seront aussi pour le nombre $(k + 1)$.

Si les régions successives $R'_{k,2}$, $R'_{k,3}$, ... $R'_{k,i}$ sont intérieures à R_k, on aura, pour toutes ces régions, $M'_{k,i} \lessgtr M_k$, $m'_{k,i} \gtrless m_k$, et par conséquent, en vertu des relations (2),

$$(3) \quad \begin{cases} Y'_{k,i} = Y'_{k,1} + \sum_{l=2}^{l=i} M'_{k,l}\delta'_{k,l} \lessgtr Y_{k-1} + M_k \sum_{l=2}^{l=i} \delta'_{k,l} + (k-1)A\alpha, \\ y'_{k,i} = y'_{k,i} + \sum_{l=2}^{l=i} m'_{k,l}\delta'_{k,l} \gtrless y_{k-1} + m_k \sum_{l=2}^{l=i} \delta'_{k,l} - (k-1)a\alpha. \end{cases}$$

Comme on a, en outre, les relations

$$M_k \lessgtr A, \qquad m_k \gtrless -a, \qquad \sum_{l=2}^{l=i} \delta_{k,l} \lessgtr \delta,$$

les inégalités (3) donnent, *a fortiori*,

$$Y'_{k,i} \lessgtr Y_{k-1} + A\delta_k + (k-1)A\alpha < Y_{k-1} + A\delta_k + (k-1)B\alpha,$$
$$y'_{k,i} \gtrless y_{k-1} - a\delta_k - (k-1)a\alpha > y_{k-1} - a\delta_k - (k-1)b\alpha.$$

Les ordonnées extrêmes de la région $R'_{k,i+1}$, qui ont pour valeurs respectives

$$Y'_{k,i} + B\delta''_{k,i+1}, \qquad y'_{k,i} - b\delta''_{k,i+1},$$

vérifieront donc les inégalités

$$Y'_{k,i} + B\delta''_{k,i+1} < Y'_{k,i} + B\alpha < Y_{k-1} + A\delta_k + kB\alpha,$$
$$y'_{k,i} - b\delta''_{k,i+1} > y'_{k,i} - b\alpha > y_{k-1} - a\delta_k - kb\alpha,$$

et *a fortiori* par les inégalités (1), puisque k est au plus égal à n,

$$Y'_{k,i} + B\delta_{,,i+1} < Y_{k-1} + B\delta_k,$$
$$y'_{k,i} - b\delta_{k,i+1} > y_{k-1} - b\delta_k,$$

ce qui prouve que la région $R'_{k,i+1}$ est encore intérieure à R_k.

Ce raisonnement prouve d'abord que la région $R'_{k,2}$ est toujours intérieure à R_k, et par conséquent, de proche en proche, que les régions $R'_{k,3}$, $R'_{k,4}$, ... $R'_{k,r}$ le sont aussi; on peut donc faire $i = r$ dans les formules (3), ce qui donne, en remarquant que $\sum_{i=2}^{i=r} \delta'_{k,i} \lessgtr \delta_k$,

$$Y'_{k,r} \lessgtr Y_{k-1} + M_k\delta_k + (k-1)A\alpha < Y_k + (k-1)A\alpha,$$
$$y'_{k,r} \gtrless y_{k-1} + m_k\delta_k - (k-1)a\alpha > y_k - (k-1)a\alpha.$$

Tenons compte de ces deux dernières inégalités dans les deux formules qui suivent :

$$Y'_{k+1,1} = Y'_{k,r} + M'_{k+1,1}\delta''_{k+1,1} \lessgtr Y'_{k,r} + A\alpha,$$
$$y'_{k+1,1} = y'_{k,r} + m'_{k+1,1}\delta''_{k+1,1} \gtrless y'_{k,r} - a\alpha;$$

nous trouverons la conséquence cherchée

$$Y'_{k+1,1} < Y_k + kA\alpha$$
$$y'_{k+1,1} > y_k - ka\alpha,$$

ce qui démontre le lemme en question.

9. Démonstration du théorème (n° 6). — De ce lemme préliminaire on déduit aisément que Y_n et y_n tendent vers des limites déterminées.

Considérons, par exemple, la somme Y_n. Cette somme est limitée inférieurement, puisque Y_n appartient à la région T (n° 5); elle aura donc une limite inférieure Y (voir Jordan, *Cours d'analyse*, t. III, p. 558). Je vais démontrer que Y_n converge vers Y, quel que soit le mode de subdivision employé.

Soit ε une quantité donnée; par définition de la limite inférieure Y, on peut trouver un mode de subdivision N, pour lequel Y_n vérifie l'inégalité

$$Y \leqq Y_n < Y + \frac{\varepsilon}{2}.$$

Soit δ le plus petit intervalle du mode N et α une quantité satisfaisant aux relations

$$nB\alpha < (B - A)\delta, \qquad nA\alpha < \frac{\varepsilon}{2}.$$

Considérons une somme Y'_n obtenue pour un mode quelconque de subdivision N' en parties plus petites que α; on aura, par notre lemme préliminaire,

$$Y < Y'_n < Y_n + nA\alpha < Y_n + \frac{\varepsilon}{2};$$

par conséquent,

$$Y < Y'_n < Y + \varepsilon,$$

et puisque ε est arbitrairement petit, le théorème est démontré.

Un raisonnement analogue prouve que y_n converge toujours vers sa limite supérieure y.

§ 3. **Première généralisation du théorème précédent.**

10. Théorème. — *Les limites* Y *et* y *restent les mêmes quand on substitue aux nombres* B *et* b *deux nombres moindres* C *et* c, *respectivement égaux ou supérieurs aux nombres* A *et* a, *et satisfaisant à la relation* $\frac{B}{b} = \frac{C}{c}$.

Pour distinguer les régions et les ordonnées calculées d'une part avec les nombres B et b, de l'autre avec les nombres C et c, nous les écrirons dans une parenthèse affectée des indices B ou C.

11. Calculons d'abord les sommes $(Y_n)_B$, $(y_n)_B$ et $(Y_n)_C$, $(y_n)_C$ pour le même mode de subdivision de $X - x_0$ en n parties, et supposons que ce soit le mode de subdivision défini au n° 4; puisque $B > C$ et $b > c$, on voit immédiatement de proche en proche que toutes les régions $(R_k)_B$ enveloppent les régions $(R_k)_C$, et que l'on aura, par conséquent,

$$(Y_n)_B \geqq (Y_n)_C,$$
$$(y_n)_B \leqq (y_n)_C.$$

12. D'autre part, conservons la valeur $(Y_n)_C$ que nous venons de calculer, mais comparons-la à une somme nouvelle $(Y'_n)_B$, obtenue en intercalant de nouveaux intervalles dans les précédents : on peut obtenir des inégalités de sens contraire aux précédentes.

Soit α un nombre aussi petit que l'on veut; décomposons tous les intervalles de premier mode de subdivision en parties inférieures à α. Pour cela divisons, en général, l'intervalle δ_{k+1} en r parties, par les points x_k, $x_{k,1}$, $x_{k,2}$, ... $x_{k,i}$, ... $x_{k,r} = x_{k+1}$; posons $\delta_{k,i} = x_{k,i} - x_{k,i-1}$; représentons par $(R_{k,i})_B$ la région qui correspond à l'intervalle $\delta_{k,i}$ et qui intervient dans le

calcul de $(Y'_n)_B$; par $(M_{k,i})_B$ et $(m_{k,i})_B$, les limites supérieures et inférieures de f dans $(R_{k,i})_B$; par $(Y'_{k,i})_B$ et $(y'_{k,i})_B$, les deux ordonnées qui correspondent à $x_{k,i}$; par $(Y'_{k+1})_B = (Y'_{k,r})_B$ et $(y'_{k+1})_B = (y'_{k,r})_B$, celles qui correspondent à $x_{k,r} = x_{k+1}$.

Nous allons montrer que l'on aura

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} (Y'_n)_B \leqq (Y_n)_C + 3^n B\alpha, \\ (y'_n)_B \geqq (y_n)_C - 3^n b\alpha. \end{array} \right.$$

Ces inégalités sont vérifiées évidemment pour $n = 0$; il suffit donc, pour les établir en général, de démontrer que si elles sont vraies pour $n = k$, elles le sont encore pour $n = k + 1$. Faisons cette démonstration.

Si les équations (1) sont vérifiées pour $n = k$, on a, par hypothèse,

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} (Y'_k)_B \leqq (Y_k)_C + 3^k B\alpha, \\ (y'_k)_B \geqq (y_k)_C - 3^k b\alpha. \end{array} \right.$$

Cherchons d'abord à déterminer une limite supérieure de la somme $(x_{k+1} - x_{k,l})$ des intervalles $\delta_{k,i}$ auxquels peuvent correspondre des régions $(R_{k,i})_B$ qui débordent $(R_{k+1})_C$. Soit, à cet effet, $(R_{k,l+1})_B$ la première des régions successives $(R_{k,1})_B$, $(R_{k,2})_B$, ... qui déborde $(R_{k+1})_C$.

Les ordonnées extrêmes de la région $(R_{k,l+1})_B$ sont :

$$(Y'_{k,l})_B + B\delta_{k,l+1}, \qquad (y'_{k,l})_B - b\delta_{k,l+1}.$$

Mais on a

$$(Y'_{k,l})_B = (Y'_k)_B + \sum_{i=1}^{i=l} (M_{k,i})_B \delta_{k,i} \leqq (Y'_k)_B + C(x_{k,l} - x_k),$$

$$(y'_{k,l})_B = (y'_k)_B + \sum_{i=1}^{i=l} (m_{k,i})_B \delta_{k,i} \geqq (y'_k)_B - c(x_{k,l} - x_k),$$

car $(M_{k,i})_B$ est inférieur à C et $(m_{k,i})_B$ supérieur à $-c$; et comme

$x_{k,l} - x_k = \delta_{k+1} - (x_{k+1} - x_{k,l})$, ces deux inégalités peuvent s'écrire

$$(Y'_{k,l})_B \gtreqless (Y'_k)_B + C\delta_{k+1} - C(x_{k+1} - x_{k,l}),$$

$$(y'_{k,l})_B \lesseqgtr (y'_k)_B - c\delta_{k+1} + c(x_{k+1} - x_{k,l}).$$

Donc les ordonnées extrêmes en question de la région $(R_{k,l+1})_B$ vérifient les inégalités

$$(Y'_{k,l})_B + B\delta_{k,l+1} \gtreqless (Y'_k)_B + C\delta_{k+1} - [C(x_{k+1} - x_{k,l}) - B\delta_{k,l+1}],$$

$$(y'_{k,l})_B - b\delta_{k,l+1} \lesseqgtr (y'_k)_B - c\delta_{k+1} + [c(x_{k+1} - x_{k,l}) - b\delta_{k,l+1}].$$

En tenant compte des inégalités (2) et de $\delta_{k,l+1} < \alpha$, ces relations deviennent

$$(Y'_{k,l})_B + B\delta_{k,l+1} \gtreqless [(Y_k)_C + C\delta_{k+1}] - [C(x_{k+1} - x_{k,l}) - (3^k + 1)B\alpha],$$

$$(y'_{k,l})_B - b\delta_{k,l+1} \lesseqgtr [(y_k)_C - c\delta_{k+1}] + [c(x_{k+1} - x_{k,l}) - (3^k + 1)b\alpha],$$

et l'on a enfin

$$(Y'_{k,l})_B + B\delta_{k,l+1} \gtreqless [(Y_k)_C + C\delta_{k+1}] - C\left[(x_{k+1} - x_{k,l}) - \frac{B}{C}(3^k + 1)\alpha\right],$$

$$(y'_{k,l})_B - b\delta_{k,l+1} \lesseqgtr [(y_k)_C - c\delta_{k+1}] + c\left[(x_{k+1} - x_{k,l}) - \frac{b}{c}(3^k + 1)\alpha\right].$$

Pour que la région $(R_{k,l+1})_B$ déborde $(R_{k+1})_C$, il faudra que, dans les seconds membres, les dernières quantités entre crochets (qui sont égales) soient négatives ; on devra donc avoir

$$x_{k+1} - x_{k,l} \gtreqless \frac{B}{C}(3^k + 1)\alpha \left(\text{ou } \frac{b}{c}(3^k + 1)\alpha\right),$$

ce qui fournit la limite supérieure de $(x_{k+1} - x_{k,l})$ que nous cherchions.

Utilisons immédiatement ce résultat pour faire la démonstration annoncée. On a

$$(Y'_{k+1})_B = (Y'_k)_B + \sum_{i=1}^{i=l} (M_{k,i})_B \delta_{k,i} + \sum_{i=l+1}^{i=r} (M_{k,i})_B \delta_{k,i};$$

dans la première somme, $M_{k,i} \leqq (M_{k+1})_C$; dans la seconde, $M_{k,i} \leqq C$; par conséquent,

$$(Y'_{k+1})_B \leqq (Y'_k)_B + (M_{k+1})_C (x_{k,l} - x_k) + C(x_{k+1} - x_{k,l})$$
$$\leqq (Y'_k)_B + (M_{k+1})_C \delta_{k+1} + B\alpha(3^k + 1),$$

en remplaçant $x_{k,l} - x_k$ par sa limite supérieure δ_{k+1} et $x_{k+1} - x_{k,l}$ par la limite supérieure que nous venons de trouver.

Tenons, en outre, compte de la première des relations (2); il viendra

$$(Y'_{k+1})_B \leqq [(Y_k)_C + (M_{k+1})_C \delta_{k+1}] + B\alpha(3^k + 3^k + 1)$$
$$\leqq (Y_{k+1})_C + 3^{k+1} B\alpha.$$

Un raisonnement analogue établirait de même la relation

$$(y'_{k+1})_B \geqq (y_{k+1})_C - 3^{k+1} b\alpha.$$

Ce sont précisément les équations (2), où k est changé en $(k + 1)$: donc les équations (1) sont démontrées.

13. Les résultats trouvés dans les nos 11 et 12 fournissent la démonstration du théorème énoncé au no 10.

Nous avons, d'une part (11),

$$(\alpha) \quad \ldots \quad (Y_n)_B \geqq (Y_n)_C, \qquad (y_n)_B \leqq (y_n)_C;$$

d'autre part, en faisant tendre α vers zéro dans les formules (1) du n° 12, il viendra (n° 6)

$$(\beta)\ .\quad (Y_n)_C \overline{\overline{\geq}} \lim (Y'_n)_B \overline{\overline{\geq}} (Y)_B, \qquad (y_n)_C \overline{\overline{\leq}} \lim (y'_n)_B \overline{\overline{\leq}} (y)_B.$$

Faisons tendre n vers l'infini ; les équations (α) donneront à la limite (n° 6)

$$(Y)_B \overline{\overline{\geq}} (Y)_C, \qquad (y)_B \overline{\overline{\leq}} (y)_C;$$

et les équations (β), le théorème du n° 6 s'appliquant encore,

$$(Y)_C \overline{\overline{\geq}} (Y)_B, \qquad (y)_C \overline{\overline{\leq}} (y)_B;$$

ce qui exige que l'on ait

$$(Y)_C = (Y)_B = Y, \qquad (y)_C = (y)_B = y.$$

§ 4. **Deuxième généralisation du théorème fondamental.**

14. En conservant les notations du § 1 on peut, comme nous l'avons dit, énoncer le théorème sous la forme générale qui suit :

Théorème. — *Si les nombres* A_k *et* a_k *restent toujours respectivement égaux ou supérieurs aux nombres* A *et* a *définis au n° 2, sans pouvoir s'annuler ni tendre vers zéro ni vers l'infini ; si,* n *croissant indéfiniment, tous les intervalles* δ_k *tendent vers zéro d'une manière quelconque, les deux sommes*

$$Y_n = y_0 + \sum_1^n M_k \delta_k, \qquad y_n = y_0 + \sum_1^n m_k \delta_k$$

tendront vers des limites finies, déterminées et invariables Y *et* y *de quelque manière que puissent varier* A_k *et* a_k.

Démonstration. — D'après l'énoncé du théorème, on peut toujours trouver des nombres B, C et b, c plus grands que zéro et tels que l'on ait

$$\frac{B}{b} = \frac{C}{c}, \qquad \begin{cases} B > A_k \geqq C \geqq A, \\ b > a_k \geqq c \geqq a \end{cases}$$

Représentons encore par $(Y_k)_B$, $(y_k)_B$; $(Y_k)_C$, $(y_k)_C$ les valeurs de Y_k et y_k, lorsque l'on emploie dans le calcul des régions successives, au lieu des nombres variables A_k et a_k, les nombres fixes B et b d'une part, les nombres C et c d'autre part.

On reconnaît aisément de proche en proche, pour un même mode de division de l'intervalle x_0X, que les régions successives calculées avec les nombres les plus grands B et b déborderont les régions calculées avec des nombres moindres A_k et a_k, et que celles-ci, à leur tour, déborderont les régions calculées avec les nombres les plus petits C et c. On aura donc, pour les valeurs successives de k,

$$(Y_k)_B \geqq Y_k \geqq (Y_k)_C, \qquad (y_k)_B \leqq y_k \leqq (y_k)_C,$$

et pour $k = n$,

$$(Y_n)_B \geqq Y_n \geqq (Y_n)_C, \qquad (y_n)_B \leqq y_n \leqq (y_n)_C.$$

Passons à la limite en nous appuyant sur le théorème précédent, on aura encore

$$\lim Y_n = \lim (Y_n)_B = \lim (Y_n)_C = Y,$$

$$\lim y_n = \lim (y_n)_B = \lim (y_n)_C = y,$$

et le théorème est démontré.

15. Remarque I. — Nous avons supposé $X > x_0$, les accroissements δ_i étant par conséquent tous positifs, mais il n'y

aurait aucune difficulté à établir les mêmes théorèmes, si l'on supposait que x passât de la valeur x_0 à une valeur X plus petite par une série d'accroissement négatifs.

Remarque II. — Si l'on fait le calcul des régions R en employant des nombres invariables $B(\leqq A)$ et $b(\leqq a)$, et si l'on procède indéfiniment par des subdivisions successives des premiers intervalles δ_k en parties plus petites $\delta_{k,i}$, et de celles-ci, en parties plus petites encore, nous allons montrer que la somme Y_n sera constamment décroissante et la somme y_n constamment croissante. De plus, cette conclusion subsistera pour $B = A$ ou $b = a$, même quand l'une de ces quantités sera nulle.

Considérons donc deux modes de subdivision de $X - x_0$, le premier en intervalles δ_k et le second en intervalles qui soient des subdivisions des δ_k. Conservons, pour le premier mode, les notations habituelles du n° 4, et reprenons, pour le second, les notations que nous avons introduites au n° 12, en laissant de côté l'indice B devenu inutile.

L'intervalle δ_1 est divisé en un certain nombre de parties $\delta_{0,1}$, $\delta_{0,2}$ ... $\delta_{0,r}$. Nous allons montrer que toutes les régions correspondantes, $R_{0,i}$, sont intérieures à R_1. A cet effet, supposons que $R_{0,1}$, $R_{0,2}$, ... $R_{0,i-1}$ soient dans R_1, il suffit d'en déduire que $R_{0,i}$ est également dans R_1, car la région $R_{0,1}$ étant dans R_1, on devra conclure, de proche en proche, que les autres y seront aussi.

Les ordonnées extrêmes de $R_{0,i}$ ont respectivement pour valeur

$$Y_{0,i-1} + B\delta_{0,i} = y_0 + \sum_{k=1}^{k=i-1} M_{0,k}\delta_{0,k} + B\delta_{0,i},$$

$$y_{0,i-1} - b\delta_{0,i} = y_0 + \sum_{k=1}^{k=i-1} m_{0,k}\delta_{0,k} - b\delta_{0,i}.$$

et comme, pour $k < i$, $R_{0,k}$ est supposé dans R_1, on aura

$$M_{0,k} \overline{\overline{<}} M_1 \overline{\overline{<}} B, \qquad m_{0,k} \overline{\overline{>}} m_1 \overline{\overline{>}} -b,$$

donc, *a fortiori*,

$$Y_{0,i-1} + B\delta_{0,i} \overline{\overline{<}} y_0 + B\sum_{k=1}^{k=i} \delta_{0,k} \overline{\overline{<}} y_0 + B\delta_1,$$

$$y_{0,i-1} - b\delta_{0,i} \overline{\overline{>}} y_0 - b\sum_{k=1}^{k=i} \delta_{0,k} \overline{\overline{>}} y_0 - b\delta_1,$$

ce qui prouve que $R_{0,i}$ est encore dans R_1.

D'après cela, $R_{0,i}$ étant dans R_1 quel que soit i, on a toujours $M_{0,i} \overline{\overline{<}} M_1$ et $m_{0,i} \overline{\overline{>}} m_1$, donc enfin

$$Y_1' = y_0 + \sum_{i=1}^{i=r} M_{0,i}\delta_{0,i} \overline{\overline{<}} y_0 + M_1 \sum_{i=1}^{i=r} \delta_{0,i} \overline{\overline{<}} Y_1,$$

$$y_1' = y_0 + \sum_{i=1}^{i=r} m_{0,i}\delta_{0,i} \overline{\overline{>}} y_0 + m_1 \sum_{i=1}^{i=r} \delta_{0,i} \overline{\overline{>}} y_1.$$

S'appuyant sur ce premier résultat, on démontre encore de proche en proche que les régions $R_{2,i}$ sont intérieures à R_2, par conséquent

$$Y_2' \overline{\overline{<}} Y_2, \qquad y_2' \overline{\overline{>}} y_2.$$

On peut continuer ainsi jusqu'à ce que l'on obtienne

$$Y_n' \overline{\overline{<}} Y_n, \qquad y_n' \overline{\overline{>}} y_n,$$

ce qui prouve le théorème.

17. Remarque III. — Des théorèmes et des remarques précédentes découle une méthode nouvelle pour calculer l'intégrale d'une équation différentielle par la détermination d'une limite supérieure Y_n et d'une limite inférieure y_n. Mais nous ne nous occuperons pas, pour le moment, de cette question, sur laquelle nous reviendrons plus loin.

CHAPITRE II.

TRANSFORMATION DE LA DIFFÉRENCE $Y_n - y_n$.

18. Si les limites Y et y des sommes Y_n et y_n (n° 4) sont toujours égales, quand le point (x_0, y_0) reste dans la région T et que X($>$ ou $<$ x_0) satisfait aux conditions indiquées au n° 3, nous dirons que l'équation différentielle

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

est intégrable dans la région T.

Dans ce cas, la fonction $Y = y$ ne dépend que de y_0 et de X(x_0 étant fixe) et peut se représenter par $\psi(x, y_0)$ ou, plus simplement, X étant désigné par x, par $\psi(x, y_0)$. Nous verrons plus loin que $y = \psi(x, y_0)$ représente l'*intégrale* de l'équation différentielle.

Ceci nous amène à rechercher des conditions suffisantes pour que l'on ait $Y = y$, ou encore, en posant $D_n = Y_n - y_n$,

$$\lim D_n = 0.$$

Si l'on représente par Δ_k l'oscillation $(M_k - m_k)$ de $f(x, y)$ dans la région R_k (n° 4), on aura

$$(1) \quad \ldots \ldots \quad D_n = \sum_{k=1}^{k=n} \Delta_k \delta_k.$$

L'expression précédente est incommode, et il y a intérêt à la transformer.

19. Pour toute valeur particulière de y, $f(x, y)$ est une fonction de x seulement qui a une oscillation déterminée dans l'intervalle (x_{k-1}, x_k) et cette oscillation est une fonction de y.

Soit Δ_{kx} la limite maximum de cette dernière fonction quand y varie dans l'intervalle $(y_{k-1} - a_k\delta_k, Y_{k-1} + A_k\delta_k)$ qui correspond à la région R_k; nous dirons que Δ_{kx} est le maximum dans la région R_k de l'oscillation de $f(x, y)$ quand x varie seul. Soit de même Δ_{ky} le maximum dans la région R_k de l'oscillation de $f(x, y)$ quand y varie seul. Il est clair, d'après cela, que l'on aura

$$\Delta_k \leqq \Delta_{kx} + \Delta_{ky}.$$

Pour tirer parti de cette remarque, prenons les quantités A_k, a_k et δ_k constantes et respectivement égales à B, b et δx, ce qui ne change pas les limites. Soit aussi δy_k la différence des valeurs extrêmes de y dans la région R_k, de sorte que l'on aura

$$\delta y_k = Y_{k-1} - y_{k-1} + (B + b)\delta x.$$

Il viendra

$$\delta y_1 = (B + b)\delta x,$$

$$\delta y_2 = Y_1 - y_1 + (B + b)\delta x = (M_1 - m_1)\delta x + \delta y_1 = \Delta_1\delta x + \delta y_1,$$

$$\delta y_3 = Y_2 - y_2 + (B + b)\delta x = (M_2 - m_2)\delta x + \delta y_2 = \Delta_2\delta x + \delta y_2,$$

. . . . . .

On en tire, en désignant par K un nombre positif quelconque,

$$\delta y_1 + K\delta x = (B + b + K)\delta x,$$

$$\delta y_2 + K\delta x = \delta y_1 + K\delta x + \Delta_1\delta x = (\delta y_1 + K\delta x)\left(1 + \frac{\Delta_1}{\delta y_1 + K\delta x}\delta x\right),$$

. . . . . .

$$\delta y_{n+1} + K\delta x = (\delta y_n + K\delta x)\left(1 + \frac{\Delta_n}{\delta y_n + K\delta x}\delta x\right).$$

En multipliant toutes ces équations membre à membre, on trouve

$$\delta y_{n+1} + \mathrm{K}\delta x = (\mathrm{B} + b + \mathrm{K})\delta x \prod_{i=1}^{i=n} \left(1 + \delta x \frac{\Delta_i}{\delta y_i + \mathrm{K}\delta x}\right),$$

et on en conclut aisément

$$\delta y_{n+1} + \mathrm{K}\delta x \gtreqless (\mathrm{B} + b + \mathrm{K})\delta x \, e^{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{\Delta_i}{\delta y_i + \mathrm{K}\delta x}\delta x}.$$

Mais, d'après la remarque faite plus haut,

$$\sum \frac{\Delta}{\delta y_i + \mathrm{K}\delta x}\delta x \gtreqless \sum \frac{\Delta_{ix}}{\delta y_i + \mathrm{K}\delta x}\delta x + \sum \frac{\Delta_{iy}}{\delta y_i + \mathrm{K}\delta x}\delta x$$

$$\gtreqless \sum \frac{\Delta_{ix}}{\mathrm{K}\delta x}\delta x + \sum \frac{\Delta_{iy}}{\delta y_i}\delta x.$$

Posons, p étant quelconque avec K,

$$\sum_{i=1}^{i=n} \frac{\Delta_{ix}}{\mathrm{K}\delta x}\delta x = \frac{\Sigma\Delta_{ix}}{\mathrm{K}} = p,$$

il viendra

$$\delta y_{n+1} + \frac{\Sigma\Delta_{ix}\delta x}{p} \gtreqless \left[(\mathrm{B} + b)\delta x + \frac{\Sigma\Delta_{ix}\delta x}{p}\right] e^{p + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\Delta_{iy}}{\delta y_i}\delta x}.$$

Et comme $\delta y_{n+1} = \mathrm{Y}_n - y_n + (\mathrm{B} + b)\delta x$,

$$(2) \quad \mathrm{Y}_n - y_n \gtreqless \left[(\mathrm{B} + b)\delta x + \frac{\sum_{i=1}^{i=n} \Delta_{ix}\delta x}{p}\right]\left[e^{p + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\Delta_{iy}}{\delta y_i}\delta x} - 1\right].$$

20. Supposons maintenant que $f'_y(x, y)$ existe et soit limité supérieurement et inférieurement dans la région T. Désignons par M la limite supérieure des valeurs absolues de $f'_y(x, y)$ dans

cette région, on aura $\frac{\Delta_{iy}}{\delta y_i} < \mathrm{M}$, puisque l'oscillation Δ_{iy} correspond à un accroissement d'ordonnées qui ne peut surpasser δy_i, et, par conséquent,

$$(5)\ .\ \mathrm{Y}_n - y_n \leqq \left[(\mathrm{B} + b)\delta x + \frac{\sum_{i=1}^{i=n} \Delta_{ix}\delta x}{p} \right] \left[e^{p + \mathrm{M}(\mathrm{X} - x_0)} - 1 \right].$$

Dans cette formule, p est un nombre positif d'ailleurs arbitraire. La valeur qu'il convient de lui attribuer est celle qui rend le second membre le plus petit possible. Cette valeur varie, en général, avec le mode de subdivision; mais si $\mathrm{M}(\mathrm{X} - x_0)$ a une valeur assez grande, ce qu'il y a de plus simple et, à peu de choses près, de plus avantageux est de prendre $p = 1$; la formule devient alors simplement

$$(4)\ .\ \mathrm{Y}_n - y_n \leqq \left[(\mathrm{B} + b)\delta x + \sum_{i=1}^{i=n} \Delta_{ix}\delta x \right] \left[e^{1 + \mathrm{M}(\mathrm{X} - x_0)} - 1 \right].$$

21. Nous avons supposé, pour établir les formules (3) et (4), que $f'_y(x, y)$ était déterminé pour tout point de la région T. Mais il peut être utile de remarquer que cette condition n'est pas nécessaire. Supposons, en effet, que l'on puisse déterminer le nombre M, de telle sorte qu'il vérifie la relation

$$\mathrm{mod}\,[f(x, y + \delta y) - f(x, y)] \leqq \mathrm{M}\ \mathrm{mod}\,\delta y,$$

à la seule condition que les points (x, y) et $(x, y + \delta y)$ soient dans la région T, il est clair que la démonstration subsistera tout entière. Or, cette hypothèse n'entraîne pas comme conséquence, l'existence d'une dérivée partielle déterminée.

Si l'on supposait que $f(x, y)$ fût une fonction de x seulement, M serait nul et l'on aurait, par la formule (3),

$$\mathrm{Y}_n - y_n \leqq \lim_{p=0} \left[p(\mathrm{B} + b)\delta x + \sum_{i=1}^{i=n} \Delta_{ix}\delta x \right] \frac{e^p - 1}{p} \leqq \sum_{i=1}^{i=n} \Delta_{ix}\delta x$$

la condition $\lim D_n = 0$ revient donc à la condition d'intégrabilité, ce qu'il était facile de voir directement, en se reportant à la première forme sous laquelle s'est présenté D_n (n° 18).

CHAPITRE III.

DÉFINITION ET PROPRIÉTÉS DE L'INTÉGRALE D'UNE ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE (*).

---

§ 1. **Définition des intégrales et hypothèses fondamentales.**

22. Soit l'équation différentielle

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y).$$

Nous appellerons *intégrale* de cette équation, une fonction $y = F(x)$ qui vérifie, quel que soit x, la relation

$$(R) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad F(x) = F(x_0) + \int_{x_0}^{x} f[x, F(x)]dx.$$

Nous supposons, dans ce chapitre, que $f(x, y)$ satisfasse aux conditions indiquées au chapitre I, et que, pour un *point initial* (x_0, y_0) quelconque pris dans une région T, les limites Y et y (n° 4) soient toujours égales, quand X remplit les conditions précisées. La fonction $Y = y$ ne dépend que de y_0 et de X et peut se représenter par $\psi(X, y_0)$. Posons $X = x$, la fonction

$$y = \psi(x, y_0) = \lim Y_n = \lim y_n$$

est parfaitement déterminée et représente l'intégrale de l'équation différentielle, ainsi qu'il sera démontré plus loin.

(*) Nous avons complété et amélioré la rédaction de ce chapitre, en profitant des conseils éclairés de M. Mansion.

Si l'on considère dans $\psi(x, y_0)$ l'ordonnée y_0 correspondant à x_0 comme arbitraire, $y = \psi(x, y_0)$ sera l'intégrale générale ; si y_0 est une ordonnée déterminée, $y = \psi(x, y_0)$ sera une *intégrale particulière.*

§ 2. **Propriétés des intégrales.**

23. I. $\psi(x, y_0) = \lim y_n = \lim Y_n$ *est une fonction continue de* y_0.

Soit (x_0, y_0) un premier point initial et $\psi(x, y_0)$ la fonction correspondante. Calculons deux premières sommes $(y_n)_B$ et $(Y_n)_B$, en employant, comme au n° 6, les nombres $B > A$ et $b > a$ à la détermination des régions R successives, et en subdivisant l'intervalle $x - x_0$ en intervalles $\delta_1, \delta_2, \ldots \delta_n$ assez petits pour que l'on ait, ε étant un nombre positif donné d'avance,

$$\psi(x, y_0) + \varepsilon > (Y_n)_B \gtrless (y_n)_B > \psi(x, y_0) - \varepsilon.$$

Nous supposerons, en outre, que les subdivisions δ_k sont égales et que l'on a

$$\delta_1 = \delta_2 = \ldots = \delta_n = \delta.$$

Soit $(x_0, y_0 + \alpha)$ un second point initial, et $\psi(x, y_0 + \alpha)$ la fonction correspondante. Calculons, en partant de ce second point, deux nouvelles sommes $(Y_n)_C$ et $(y_n)_C$, en conservant le même mode de subdivision de $x - x_0$, mais en substituant aux nombres B et b, les nombres C et c, déterminés par les relations

$$C = B - \frac{\alpha}{\delta}, \qquad c = b + \frac{\alpha}{\delta}.$$

Il est permis de supposer la valeur absolue de α assez petite pour que l'on ait, quel que soit le signe de α,

$$C > A, \qquad c > a.$$

Soient $(R_k)_B$, $(Y_k)_B$ et $(y_k)_B$, les régions et les ordonnées successives du premier calcul; de même, $(R_k)_C$, $(Y_k)_C$ et $(y_k)_C$, les régions et les ordonnées successives du second.

On voit de suite que nous avons choisi les nombres C et c de manière que les régions $(R_1)_B$ et $(R_1)_C$ coïncident, car on aura

$$B\delta_1 = \alpha + C\delta_1, \qquad -b\delta_1 = \alpha - c\delta_1.$$

Ces régions étant les mêmes, les limites supérieures et inférieures de f dans l'une ou dans l'autre seront les mêmes aussi, c'est-à-dire qu'on aura

$$(M_1)_C = (M_1)_B, \qquad (m_1)_C = (m_1)_B,$$

et, par conséquent,

$$(Y_1)_C = (y_0 + \alpha) + (M_1)_C\delta_1 = (Y_1)_B + \alpha,$$
$$(y_1)_C = (y_0 + \alpha) + (m_1)_C\delta_1 = (y_1)_B + \alpha.$$

On déduit de là que $(R_2)_C$ et $(R_2)_B$ coïncident encore, et ainsi de suite, de proche en proche, que les deux régions quelconques $(R_k)_C$ et $(R_k)_B$ sont toujours identiques. On a donc, quel que soit k,

$$(Y_k)_C = (Y_k)_B + \alpha, \qquad (y_k)_C = (y_k)_B + \alpha,$$

et l'on peut faire $k = n$ dans ces deux équations.

Comme on suppose $C > A$ et $c > a$, on a (n° 9)

$$(Y_n)_C \gtreqless \psi(x, y_0 + \alpha) \gtreqless (y_n)_C,$$

et, à cause des équations précédentes où l'on fera $k = n$,

$$(Y_n)_B \gtreqless \psi(x, y_0 + \alpha) - \alpha \gtreqless (y_n)_B.$$

Si l'on se reporte aux premières inégalités du numéro actuel, on en conclut

$$\operatorname{mod}[\psi(x, y_0 + \alpha) - \alpha - \psi(x, y_0)] \lessgtr 2\varepsilon,$$

$$\operatorname{mod}[\psi(x, y_0 + \alpha) - \psi(x, y_0)] \lessgtr 2\varepsilon + \operatorname{mod}\alpha,$$

ce qui démontre le théorème

24. II. $\psi(x, y_0)$ *est une fonction continue de* x.

Soient x et $x + h$ $(h > 0)$ deux valeurs de x; divisons l'intervalle $(x_0, x + h)$ en un nombre indéfiniment croissant de parties δ_k, en prenant toujours x comme point de subdivision et calculons les régions R_k comme il est convenu (n° 4), on aura, par définition,

$$\psi(x + h, y_0) = \lim \sum_{x_0}^{x+h} M_k \delta_k, \qquad \psi(x, y_0) = \lim \sum_{x_0}^{x} M_k \delta_k,$$

d'où l'on tire

$$\psi(x + h, y_0) - \psi(x, y_0) = \lim \sum_{x}^{x+h} M_k \delta_k,$$

et, par conséquent, puisque $-a \lessgtr M_k \lessgtr A$,

(1) . . . $\quad -ah \lessgtr \psi(x + h, y_0) - \psi(x, y_0) \lessgtr Ah.$

On trouve une relation analogue pour h négatif, ce qui démontre le théorème.

25. III. *Pour toute valeur de* x *satisfaisant aux conditions imposées à* X *au n° 3,* $\psi(x, y_0)$ *vérifie la relation*

$$\psi(x, y_0) = y_0 + \int_{x_0}^{x} f(x, \psi) dx.$$

Soit X une valeur de x; considérons un mode quelconque de subdivision de $X - x_0$ en intervalles δ_k par les points

$x_0, x_1, \ldots x_n = \mathrm{X}$ et les limites de sommes correspondantes (n° 4); on aura, comme on le sait, quel que soit k,

$$(2) \quad \ldots \quad y_{k-1} \overline{\overline{<}} \psi(x_{k-1}, y_0) \overline{\overline{<}} \mathrm{Y}_{k-1}.$$

Or, pour $0 < h < \delta_k$, l'équation (1) du n° 24 donne, *a fortiori*,

$$(3) \quad \ldots \quad -a\delta_k \overline{\overline{<}} \psi(x_{k-1} + h, y_0) - \psi(x_{k-1}, y_0) \overline{\overline{<}} \mathrm{A}\delta_k.$$

Ajoutant, membre à membre, les inégalités (2) et (3), et posant $x_{k-1} + h = x$, il vient (x variant dans δ_k)

$$y_{k-1} - a\delta_k \overline{\overline{<}} \psi(x, y_0) \overline{\overline{<}} \mathrm{Y}_{k-1} + \mathrm{A}\delta_k;$$

donc, quand x varie dans δ_k, le point $[x, y = \psi(x, y_0)]$ varie dans la région R_k. On aura, par conséquent, dans cet intervalle δ_k de x,

$$m_k \overline{\overline{<}} f(x, \psi) \overline{\overline{<}} \mathrm{M}_k.$$

Multipliant par dx et intégrant dans l'intervalle δ_k, il vient

$$m_k\delta_k \overline{\overline{<}} \int_{x_{k-1}}^{x_k} f(x, \psi)dx \overline{\overline{<}} \mathrm{M}_k\delta_k.$$

Si l'on fait successivement $k = 1, 2, \ldots n$ et si l'on ajoute membre à membre les inégalités correspondantes, on trouve

$$\sum_1^n m_k\delta_k \overline{\overline{<}} \int_{x_0}^{\mathrm{X}} f(x, \psi)dx \overline{\overline{<}} \sum_1^n \mathrm{M}_k\delta_k,$$

et on en conclut

$$y_n \overline{\overline{<}} y_0 + \int_{x_0}^{\mathrm{X}} f(x, \psi)dx \overline{\overline{<}} \mathrm{Y}_n.$$

Passons à la limite, on a, par définition,

$$\lim y_n = \lim \mathrm{Y}_n = \psi(\mathrm{X}, y_0),$$

et, par conséquent,

$$\psi(X, y_0) = y_0 + \int_{x_0}^{X} f(x, \psi)dx.$$

X étant quelconque, le théorème est démontré.

26. Corollaire I. $\psi(x, y_0)$ est une fonction de x, à variation limitée.

Cette propriété résulte immédiatement de ce que la fonction

$$\psi(x, y_0) - y_0$$

est l'intégrale définie de $f(x, \psi)$, qui jouit de cette propriété.

27. Corollaire II. $\psi(x, y_0)$ a pour dérivée $f(x, \psi)$ en tout point où cette dernière fonction est continue et il existe de tels points dans tout intervalle.

En effet, la dérivée de $\psi(x, y_0)$ est la même que celle de $\psi(x, y_0) - y_0$. Or, cette dernière fonction est l'intégrale définie de $f(x, \psi)$, laquelle jouit encore des propriétés indiquées.

28. III. *Réciproquement, toute fonction continue* y *de* x *qui dans l'intervalle* (x_0, x) *vérifie la relation*

$$y = y_0 + \int_{x_0}^{x} f(x, y)dx,$$

se confond identiquement avec $\psi(x, y_0)$.

Soient $y = F(x)$ une fonction qui vérifie la relation

$$(R) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad F(x) = y_0 + \int_{x_0}^{x} f(x, F)dx,$$

et X une valeur de x, vérifiant les conditions du n° 3; considérons un mode de subdivision de l'intervalle $X - x_0$, en

parties $\delta_1, \delta_2, \ldots \delta_n$ par les points $x_1, x_2, \ldots x_n = X$; nous aurons

$$(1) \quad F(X) = y_0 + \int_{x_0}^{x_1} f dx + \int_{x_1}^{x_2} f dx + \cdots + \int_{x_{n-1}}^{X} f(x, F) dx,$$

D'autre part, pour ce même mode de subdivision de $X - x_0$, nous pourrons calculer deux sommes (n° 4)

$$(2) \quad Y_n = y_0 + M_1\delta_1 + M_2\delta_2 + \cdots + M_n\delta_n,$$

$$(3) \quad y_n = y_0 + m_1\delta_1 + m_2\delta_2 + \cdots + m_n\delta_n.$$

Nous allons montrer que, si les δ sont assez petits, tous les termes de la somme (1) seront compris respectivement entre les termes correspondants des sommes (2) et (3).

Puisque F est continu et que le point (x_0, y_0) est dans T, on peut prendre δ_1 assez petit pour que le point

$$x = x_0 + h, \qquad y = F(x_0 + h)$$

soit dans T, pour $h \leqq \delta_1$. Dans ce cas, on a, dans l'intervalle (x_0, x_1) de x,

$$-a \leqq f(x, F) \leqq A,$$

$$-a\delta_1 \leqq \int_{x_0}^{x} f(x, F) dx \leqq A\delta_1;$$

donc $F(x)$, qui est égal à $y_0 + \int_{x_0}^{x} f dx$, restera compris entre les limites

$$y_0 - a\delta_1, \qquad y_0 + A\delta_1$$

et *a fortiori* entre les ordonnées extrêmes de R_1. Par conséquent, pour $h \leqq \delta_1$, le point

$$x = x_0 + h, \qquad y = F(x_0 + h)$$

sera de plus compris dans R_1.

On aura donc, dans l'intervalle δ_1 de x,

$$m_1 \gtrless f(x, \mathrm{F}) \gtrless \mathrm{M}_1,$$

et, par conséquent,

$$m_1\delta_1 \gtrless \int_{x_0}^{x_1} f(x, \mathrm{F})dx \gtrless \mathrm{M}_1\delta_1.$$

On en conclut, en ajoutant y_0 à chaque membre,

$$y_1 \gtrless y_0 + \int_{x_0}^{x_1} f(x, \mathrm{F})dx \gtrless \mathrm{Y}_1$$

et, par l'équation (R),

$$y_1 \gtrless \mathrm{F}(x_1) \gtrless \mathrm{Y}_1.$$

S'appuyant sur ce premier résultat, on peut supposer δ_2 assez petit pour que le point

$$x = x_1 + h, \qquad y = \mathrm{F}(x_1 + h)$$

soit dans T, pour $h \leqq \delta_2$. Cela fait, on en déduit, comme plus haut, que ce point est, en outre, compris dans R_2, et qu'on a, par conséquent,

$$m_2\delta_2 \gtrless \int_{x_1}^{x_2} f(x, \mathrm{F})dx \gtrless \mathrm{M}_2\delta_2.$$

On tire de là

$$y_2 \gtrless \mathrm{F}(x_2) \gtrless \mathrm{Y}_2,$$

et l'on continue ainsi de suite, jusqu'à ce que l'on obtienne

$$(4) \quad \ldots\ldots\ldots \quad y_n \gtrless \mathrm{F}(x_n) \gtrless \mathrm{Y}_n,$$

résultat auquel on peut aboutir, après un nombre limité

d'opérations, car δ_k ne doit pas tendre vers zéro quand k augmente. En effet, on sait que les points successifs

$$(x_1, y_1), \quad (x_2, y_2), \quad \ldots \quad (x_k, y_k), \quad \ldots$$
$$(x_1, Y_1), \quad (x_2, Y_2), \quad \ldots \quad (x_k, Y_k), \quad \ldots$$

ne sortent pas de la région rectangulaire limitée aux valeurs x_0 et X de x, $y_0 - a(X - x_0)$ et $y_0 + A(X - x_0)$ de y; par conséquent, le point $[x_k, F(x_k)]$ qui est compris entre les points (x_k, y_k) et (x_k, Y_k) ne pourra pas sortir de cette région, ni par conséquent tendre vers le contour de la région T, qui est à distance finie du contour de la précédente (n° 3).

Le théorème est maintenant démontré, car l'équation (4) peut s'écrire aussi

$$y_n \overline{\overline{<}} F(X) \overline{\overline{<}} Y_n,$$

et en passant à la limite,

$$\lim y_n = \lim Y_n = \psi(X, y_0), \qquad \psi(X, y_0) = F(X),$$

ce qu'il fallait démontrer.

§ 3. **Autre manière de définir l'intégrale.**

On peut encore définir l'intégrale par des propriétés équivalentes à la relation (R). Donnons d'abord une définition.

29. *Fonction ayant une dérivée intégrable.* — Soit $F(x)$ une fonction simple et limitée de x dans l'intervalle (a, b); posons

$$\varphi(x, h) = \frac{F(x + h) - F(x)}{h}$$

et supposons que $\varphi(x, h)$ ne puisse croître indéfiniment pour aucune valeur de x dans l'intervalle (a, b), quand h tend vers

zéro en restant de même signe. Pour toute valeur particulière de x, $\varphi(x, h)$ est une fonction de h qui admet des limites maximum et minimum dans l'intervalle $(+0, +\varepsilon)$ des valeurs de h. Quand ε tend vers zéro, ces limites supérieures et inférieures (étant respectivement décroissantes ou croissantes) tendront vers des limites déterminées. On peut les représenter par L_{x+0} et l_{x+0}, qui sont des fonctions de x seulement.

De même, $\varphi(x, h)$ admet des limites supérieures et inférieures dans l'intervalle $(-0, -\varepsilon)$ des valeurs de h; quand ε tend vers zéro, ces limites supérieures et inférieures tendent elles-mêmes vers des limites déterminées L_{x-0}, l_{x-0}.

Nous représenterons par L_x et l_x deux fonctions de x, dont la première a pour valeur la plus grande des deux expressions L_{x-0}, L_{x+0}; et la seconde, la plus petite des deux expressions l_{x-0}, l_{x+0}.

Si les fonctions L_x *et* l_x *sont intégrables dans l'intervalle* (a, b) *et si l'intégrale* $\int_a^b (L_x - l_x)dx$ *est nulle, nous dirons que* F(x) *a une dérivée intégrable dans l'intervalle* (a, b).

30. Théorème. — *Si* F(x) *a une dérivée intégrable dans l'intervalle* x_0x, *on aura la relation*

$$F(x) - F(x_0) = \int_{x_0}^{x} L_x\,dx = \int_{x_0}^{x} l_x\,dx.$$

Donnons, en effet, à x une série de valeurs successives $x_0, x_1, x_2 \ldots x_k \ldots x$, et posons $x_k - x_{k-1} = \delta_k$, on aura identiquement

$$F(x) = F(x_0) + \sum_{x_0}^{x} \frac{F(x_k) - F(x_{k-1})}{x_k - x_{k-1}}\,\delta_k,$$

et en faisant tendre tous les intervalles vers zéro,

$$F(x) = F(x_0) + \lim \sum_{x_0}^{x} \frac{F(x_k) - F(x_{k-1})}{x_k - x_{k-1}}\,\delta_k.$$

Le théorème sera évidemment démontré, si l'on peut établir que, pour un intervalle quelconque δ_k, on a la relation

$$\max L_x \geqq \frac{F(x_k) - F(x_{k-1})}{x_k - x_{k-1}} \geqq \min l_x,$$

le maximum et le minimum se rapportant à l'intervalle δ_k.

Cette démonstration est facile. Supposons, par exemple, que la première de ces deux inégalités ne soit pas satisfaite; on pourra trouver un nombre positif α assez petit pour vérifier l'inégalité

$$(1) \quad \frac{F(x_k) - F(x_{k-1})}{x_k - x_{k-1}} > \max L_x + \alpha.$$

Nous allons voir que cette hypothèse est absurde.

Divisons l'intervalle (x_{k-1}, x_k) en n parties égales par les points :

$$x_{k-1} = x_{k,0}, \quad x_{k,1}, \quad x_{k,2}, \quad \ldots, \quad x_{k,i}, \quad \ldots, \quad x_{k,n} = x_k;$$

on aura identiquement

$$\frac{F(x_k) - F(x_{k-1})}{x_k - x_{k-1}} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} [F(x_{k,i}) - F(x_{k,i-1})]}{\sum_{i=1}^{i=n} [x_{k,i} - x_{k,i-1}]},$$

et par un théorème connu,

$$\frac{F(x_k) - F(x_{k-1})}{x_k - x_{k-1}} = \mathfrak{M} \left[\frac{F(x_{k,i}) - F(x_{k,i-1})}{x_{k,i} - x_{k,i-1}} \right], \quad (i = 1, 2, \ldots n),$$

le second membre représentant une moyenne entre les valeurs

que prend la quantité entre crochets quand on y fait successivement $i = 1, 2, \ldots n$.

Il faut donc nécessairement, à cause de l'inégalité (1), qu'il y ait au moins une valeur de i, pour laquelle on ait

$$\frac{F(x_{k,i}) - F(x_{k,i-1})}{x_{k,i} - x_{k,i-1}} > \max L_x + \alpha.$$

Si l'inégalité (1) était vraie, on pourrait donc trouver, dans l'intervalle (x_{k-1}, x_k), deux points $x' = x_{k,i-1}$ et $x'' = x_{k,i}$ aussi rapprochés qu'on le voudrait, et pour lesquels on aurait

$$\frac{F(x'') - F(x')}{x'' - x'} > \max L_x + \alpha.$$

De la même manière, on pourra déterminer, dans l'intervalle (x', x''), deux points x_1' et x_1'', aussi rapprochés que l'on voudra, et pour lesquels on aura

$$\frac{F(x_1'') - F(x_1')}{x_1'' - x_1'} > \max L_x + \alpha;$$

dans ce nouvel intervalle (x_1', x_1''), deux points (x_2', x_2'') qui vérifieront la même relation, et ainsi de suite indéfiniment.

On déterminera de la sorte deux suites

$$x', \quad x_1', \quad x_2', \quad \ldots \quad x_p', \quad \ldots;$$

$$x'', \quad x_1'', \quad x_2'', \quad \ldots \quad x_p'', \quad \ldots,$$

la première constamment constante ou croissante, la seconde constamment constante ou décroissante, qui tendront donc

vers une limite commune X et qui seront telles que l'on ait, quel que soit p,

$$(2) \quad \ldots \quad \frac{F(x''_p) - F(x'_p)}{x''_p - x'_p} > \max L_x + \alpha.$$

Trois cas peuvent se présenter :

1° A partir d'une certaine valeur de p, $x'_p = X$. Dans ce cas, l'inégalité (2) donne, x''_p tendant vers X en décroissant,

$$\lim \frac{F(x''_p) - F(X)}{x''_p - X} > \max L_x + \alpha,$$

d'où l'on devrait conclure *a fortiori*

$$L_{X+0} > \max L_x + \alpha;$$

2° A partir d'une certaine valeur de p, $x''_p = X$. On devrait alors avoir

$$L_{X-0} > \max L_x + \alpha;$$

3° On a toujours $x''_p > X > x'_p$. On a alors, quel que soit p,

$$\frac{F(x''_p) - F(x'_p)}{x''_p - x'_p} = \mathfrak{M}\left[\frac{F(x''_p) - F(X)}{x''_p - X}, \frac{F(x'_p) - F(X)}{x'_p - X}\right],$$

$$\mathfrak{M}\left[\frac{F(x''_p) - F(X)}{x''_p - X}, \frac{F(X) - F(x'_p)}{X - x'_p}\right] > \max L + \alpha,$$

$$\mathfrak{M}[L_{X-0}, L_{X+0}] > \max L_x + \alpha.$$

Dans les trois cas, la conclusion est absurde, puisque X est

un point de l'intervalle δ_k, auquel se rapporte le maximum de L_x.

31. Théorème. — *Si* $y = F(x)$ *est l'intégrale d'une équation différentielle,* $F(x)$ *a une dérivée intégrable.*

Cela résulte *a priori* de ce que $F(x)$ est l'intégrale définie d'une fonction de x intégrable $u = f[x, F(x)]$. (Troisième propriété, n° 25.)

32. Théorème. — *La fonction* $F(x)$ *qui est continue, qui satisfait à l'équation différentielle* $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ *pour des valeurs de* x *dans tout intervalle, qui a une dérivée intégrable et qui se réduit à* y_0 *pour* $x = x_0$, *est unique : c'est l'intégrale de l'équation différentielle.*

$F(x)$ ayant une dérivée intégrable, on a, par le théorème du n° 30,

$$F(x) = y_0 + \int_{x_0}^{x} L_x dx,$$

et, par conséquent, pour un mode de subdivision de $x - x_0$ en intervalles indéfiniment décroissants par les points $x_0, x_1, x_2, \ldots x_n = x$, on aura aussi, en posant $x_{k+1} - x_k = \Delta x_k$,

$$F(x) = y_0 + \lim \sum_{k=0}^{k=n-1} L_{(x_k)} \Delta x_k,$$

$F(x)$ satisfait, par hypothèse, à l'équation différentielle pour des valeurs de x dans tout intervalle; si nous prenons toujours de telles valeurs comme points de subdivisions de l'intervalle $x - x_0$, on aura, quel que soit k,

$$L_{(x_k)} = f[x_k, F(x_k)],$$

et, par conséquent,

$$F(x) = y_0 + \lim \sum_{k=0}^{k=n-1} f[x_k, F(x_k)]\,\Delta x_k.$$

Cette équation peut s'écrire conventionnellement sous la forme

$$(R') \quad . \quad . \quad . \quad . \quad F(x) = y_0 + \lim \sum_{x_0}^{x} f(x, F)\,\Delta x,$$

et en raisonnant sur l'équation (R') comme sur l'équation (R) dans la démonstration n° 28, on trouve $F(x) = \psi(x, y_0)$. Donc $F(x)$ est l'intégrale de l'équation différentielle.

33. Remarque. — L'utilité de ce théorème est de fournir un moyen pratique pour reconnaître si une fonction particulière $y = F(x)$ est l'intégrale de l'équation proposée

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y).$$

Quand f est continue, il suffit pour s'en assurer de vérifier l'identité

$$\frac{dF(x)}{dx} = f(x, F),$$

ce qui peut se faire immédiatement. Mais, dans le cas contraire, cette condition est remplacée par celle-ci

$$F(x) = y_0 + \int_{x_0}^{x} f(x, F)dx,$$

dont la vérification exige une intégration. Cette intégration devient inutile, si l'on s'appuie sur le théorème qui précède. Nous en verrons un exemple plus loin (n° 37).

§ 4. Étude de quelques équations différentielles.

Nous allons étudier, en particulier, certaines formes d'équations différentielles que l'on peut intégrer.

1° Fonctions continues.

34. Si $f(x, y)$ est une fonction continue de x et de y, la limite (4) de la valeur de $D_n = Y_n - y_n$ (n° 20) montre que l'équation

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

sera toujours intégrable dans une région où f'_y sera limitée supérieurement et inférieurement.

2° Fonctions discontinues de x seulement.

35. Nous allons démontrer un théorème d'une certaine généralité.

Théorème. — *L'équation différentielle*

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

sera intégrable dans la région T, *si la dérivée* $f'_y(x, y)$ *existe et ne peut surpasser en valeur absolue un nombre donné* M, *et si* f(x, y) *est une fonction intégrable de* x, *pour toute valeur particulière de* y, *dans cette région.*

Reprenons la valeur de D_n

$$D_n \leqq \left[(B + b)\delta x + \sum_{i=1}^{i=n} \Delta_{ix}\delta x \right] \left[e^{1+M(X-x_0)} - 1 \right],$$

la condition : $\lim D_n = 0$, se réduit évidemment à

$$\lim \Sigma \Delta_{ix} \delta x = 0.$$

Divisons l'intervalle $[y_0 - a(X - x_0), y_0 + A(X - x_0)]$ que nous désignerons par (y'_0, y'_m), en m parties égales δy par les points $y'_0, y'_1, y'_2, \ldots y'_m$ et soit $\Delta_{i,k}$ l'oscillation de $f(x, y'_k)$ dans l'intervalle (x_{i-1}, x_i) de x. L'expression Δ_{ix} est égale au maximum [dans l'intervalle $(y_{i-1} - b\delta x, Y_{i-1} + B\delta x)$ de y] de l'oscillation de $f(x, y)$ dans l'intervalle (x_{i-1}, x_i) de x, laquelle est fonction de y; Δ_{ix} sera donc égal au maximum de cette oscillation, dans un des intervalles δy, par exemple, dans l'intervalle (y'_{k-1}, y'_k). Dans ce cas, on aura

$$\Delta_{ix} \leqq \Delta_{i,k} + 2M\delta y,$$

car, pour toute valeur attribuée à x, $f(x, y)$ varie d'une quantité inférieure à $M\delta y$, quand y varie d'une quantité inférieure à δy.

On aura évidemment, *a fortiori*,

$$\Delta_{ix} \leqq \Delta_{i,1} + \Delta_{i,2} + \cdots + \Delta_{i,m} + 2M\delta y.$$

Multipliant par δx, et faisant la somme des inégalités correspondantes, pour $i = 1, 2, \ldots n$, on trouve

$$\sum_{i=1}^{i=n} \Delta_{ix} \delta x \leqq \sum_{i=1}^{i=n} \Delta_{i,1} \delta x + \sum_{i=1}^{i=n} \Delta_{i,2} \delta x + \cdots + \sum_{i=1}^{i=n} \Delta_{i,m} \delta x + 2M\delta y(X - x_0).$$

Puisque $f(x, y'_k)$ est une fonction intégrable de x, on aura, quel que soit k, $\lim \sum_{i=1}^{i=n} \Delta_{i,k} \delta x = 0$; par conséquent,

$$\lim \sum_{i=1}^{i=n} \Delta_{ix} \delta x \leqq 2M\delta y (X - x_0).$$

Faisons enfin tendre δy vers zéro, il vient

$$\lim \sum_{i=1}^{i=n} \Delta_{i-1} \delta x = 0,$$

et le théorème est démontré.

Remarque. — La conclusion précédente subsiste, alors même que $f'_y(x, y)$ serait indéterminée, pourvu que M vérifie la relation

$$\operatorname{mod}[f(x, y + \delta y) - f(x, y)] \leqq \mathrm{M} \operatorname{mod} \delta y,$$

sous les conditions précisées au n° 21.

36. Exemple. — L'équation différentielle, où les quantités X sont fonctions de x seulement,

$$\frac{dy}{dx} = \mathrm{X}_0 + \mathrm{X}_1 y + \mathrm{X}_2 y^2 + \cdots + \mathrm{X}_n y^n,$$

sera intégrable dans toute région où les quantités X le seront.

37. *Intégration de l'équation linéaire.* — Considérons l'équation

$$\frac{dy}{dx} + \mathrm{X} y = \mathrm{X}_1;$$

si X et X_1 sont finis et intégrables dans une région T, l'équation peut s'intégrer. On sait que si X et X_1 sont continus, l'intégrale générale est donnée par la formule

$$y = e^{-\int_{x_0}^{x} \mathrm{X}\,dx} \left[y_0 + \int_{x_0}^{x} \mathrm{X}_1 e^{-\int_{x_0}^{x} \mathrm{X}\,dx}\, dx \right].$$

On peut étendre cette formule au cas où X et X_1 sont sim-

plement intégrables. En effet il n'est pas difficile de voir que la fonction y définie par cette équation satisfait à l'équation différentielle pour des valeurs de x dans tout intervalle, qu'elle possède une dérivée intégrable, et qu'elle se réduit à y_0 pour $x = x_0$. Elle se confond donc nécessairement avec l'intégrale de l'équation différentielle (n° 32).

3° Fonctions discontinues de x et de y.

38. Notre but est de montrer qu'il existe des cas où l'équation

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

peut s'intégrer et admet une intégrale unique, même quand $f(x, y)$ est une fonction discontinue de x et de y. Nous en chercherons donc un exemple, le plus simple possible.

Soient $\varphi(x)$ et $\psi(y)$ deux fonctions de x et de y seulement. Nous supposons qu'elles sont toutes deux positives, que la fonction $\psi(y)$ est limitée, enfin que la fonction $\varphi(x)$ s'annule dans tout intervalle et est intégrable.

L'équation différentielle

$$\frac{dy}{dx} = \varphi(x)\psi(y)$$

peut s'intégrer, et son intégrale générale est $y = y_0$.

Considérons un mode particulier de division de l'intervalle (x_0, x) par les points $x_0, x_1, \ldots x_i \ldots x$; posons $x_i - x_{i-1} = \delta_i$; soient L_i la limite supérieure de $\varphi(x)$ dans l'intervalle δ_i, P la limite supérieure de $\psi(y)$ dans l'intervalle total que l'on considère, M_i et m_i les limites supérieures et inférieures du

produit $\varphi(x)\psi(y)$ dans la région R_i (n° 4); on aura

$$PL_i \gtreqless M_i \gtreqless m_i = 0,$$

$$\lim \Sigma PL_i\delta_i \gtreqless \lim \Sigma M_i\delta_i \gtreqless \lim \Sigma m_i\delta_i = 0,$$

et comme on a

$$\lim \Sigma PL_i\delta_i = P \lim \Sigma L_i\delta_i = 0,$$

d'où

$$\lim \Sigma M_i\delta_i = \lim \Sigma m_i\delta_i = 0,$$

on doit en conclure

$$y = y_0 + \Sigma m_i\delta_i = y_0,$$

ce que nous voulions établir.

DEUXIÈME PARTIE.

ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES SIMULTANÉES.

CHAPITRE PREMIER.

ÉNONCÉ ET DÉMONSTRATION D'UN THÉORÈME FONDAMENTAL.

Dans ce chapitre, nous raisonnons sur le cas particulier où il n'y a que trois fonctions x, y, z d'une variable indépendante t, mais le raisonnement est général.

§ 1. **Définitions.**

1. Soient $f_1(x, y, z, t)$, $f_2(x, y, z, t)$, $f_3(x, y, z, t)$ trois fonctions des trois variables dépendantes x, y, z et de la variable indépendante t. Supposons-les toujours finies (ou limitées) dans une région donnée R; elles admettront respectivement dans cette région des limites supérieures L_1, L_2, L_3 et des limites inférieures l_1, l_2, l_3.

2. Soient A et a, B et b, C et c des nombres définis par les relations :

$$A = \begin{cases} L_1 \ (\text{si } L_1 \gtreqless 0), \\ 0 \ (\text{si } L_1 < 0); \end{cases} \qquad a = \begin{cases} -l_1 \ (\text{si } l_1 \lesseqgtr 0), \\ 0 \quad (\text{si } l_1 > 0); \end{cases}$$

$$B = \begin{cases} L_2 \ (\text{si } L_2 \gtreqless 0), \\ 0 \ (\text{si } L_2 < 0); \end{cases} \qquad b = \begin{cases} -l_2 \ (\text{si } l_2 \lesseqgtr 0), \\ 0 \quad (\text{si } l_2 > 0); \end{cases}$$

$$C = \begin{cases} L_3 \ (\text{si } L_3 \gtreqless 0), \\ 0 \ (\text{si } L_3 < 0); \end{cases} \qquad c = \begin{cases} -l_3 \ (\text{si } l_3 \lesseqgtr 0), \\ 0 \quad (\text{si } l_3 > 0). \end{cases}$$

3. Soient enfin (x_0, y_0, z_0, t_0) les coordonnées d'un point intérieur à la région R (*point initial*); nous pourrons prendre $T > t_0$ assez petit pour que la région étendue à tous les points qui varient entre les limites suivantes :

$$\begin{pmatrix} t_0, \\ T \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} x_0 + A(T - t_0), \\ x_0 - a(T - t_0) \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} y_0 + B(T - t_0), \\ y_0 - b(T - t_0) \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} z_0 + C(T - t_0), \\ z_0 - c(T - t_0) \end{pmatrix},$$

de t, x, y et z respectivement, soit comprise à l'intérieur de la région R.

4. Partageons l'intervalle $T - t_0$ en un nombre n de parties; soient $t_0, t_1, \ldots t_{n-1}, T$ les points de subdivision; $\delta_1, \delta_2, \ldots \delta_n$ leurs différences successives. A chaque point t_k de l'axe des t, nous en ferons correspondre deux autres sur chacun des axes des coordonnées : X_k, x_k sur l'axe des x; Y_k, y_k sur l'axe des y; Z_k, z_k sur l'axe des z. Nous les déterminons par les sommes suivantes :

$$\begin{cases} X_k = x_0 + \sum_1^k M_i \delta_i, \\ x_k = x_0 + \sum_1^k m_i \delta_i; \end{cases} \quad \begin{cases} Y_k = y_0 + \sum_1^k N_i \delta_i, \\ y_k = y_0 + \sum_1^k n_i \delta_i; \end{cases} \quad \begin{cases} Z_k = z_0 + \sum_1^k P_i \delta_i, \\ z_k = z_0 + \sum_1^k p_i \delta_i. \end{cases}$$

Dans ces expressions :

M_k et m_k, N_k et n_k, P_k et p_k représentent respectivement les limites supérieures et inférieures des fonctions f_1, f_2, f_3 dans la région R_k, région limitée aux coordonnées suivantes :

$$\begin{pmatrix} t_{k-1}, \\ t_k \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} X_{k-1} + A_k \delta_k, \\ x_{k-1} - a_k \delta_k \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} Y_{k-1} + B_k \delta_k \\ y_{k-1} - b_k \delta_k \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} Z_{k-1} + C_k \delta_k, \\ z_{k-1} - c_k \delta_k \end{pmatrix}.$$

A_k et a_k, B_k et b_k, C_k et c_k sont des nombres déterminés par

leur indice, mais respectivement égaux ou supérieurs à A et a, B et b, C et c et inférieurs à des limites données.

Nous démontrerons le THÉORÈME FONDAMENTAL qui suit :

Si les nombres A_k *et* a_k, B_k *et* b_k, C_k *et* c_k *restent toujours respectivement égaux ou supérieurs aux nombres* A *et* a, B *et* b, C *et* c, *sans pouvoir s'annuler ni tendre vers zéro, ni vers l'infini; si,* n *croissant infiniment, tous les intervalles* δ_k *tendent vers zéro d'une manière quelconque, les six sommes :*

$$X_n = x_0 + \sum_1^n M_k \delta_k, \qquad Y_n = y_0 + \sum_1^n N_k \delta_k, \qquad Z_n = z_0 + \sum_1^n P_k \delta_k$$

$$x_n = x_0 + \sum_1^n m_k \delta_k; \qquad y_n = y_0 + \sum_1^n n_k \delta_k, \qquad z_n = z_0 + \sum_1^n p_k \delta_k,$$

tendront vers des limites finies déterminées et invariables, de quelque manière que puissent varier A_k, a_k; B_k, b_k; C_k *et* c_k.

5. REMARQUE. — Nous pourrons toujours supposer que l'on ait pris les δ assez petit pour qu'une région quelconque R_k soit intérieure à la région R, et cela sans que l'on soit forcé de faire croître indéfiniment le nombre de subdivisions.

La démonstration se fait comme au n° 5 de la première partie.

§ 2. **Première forme du théorème fondamental.**

6. THÉORÈME. — *Si l'on prend* $A_k = A'(> A)$, $a_k = a'(> a)$; $B_k = B'(> B)$, $b_k = b'(> b)$; $C_k = C'(> C)$, $c_k = c'(> c)$ *constants, les sommes* X_n *et* x_n, Y_n *et* y_n, Z_n *et* z_n *tendront vers*

des limites déterminées et invariables X *et* x; Y *et* y, Z *et* z, *quand tous les intervalles* δ_k *tendront vers zéro d'une manière quelconque.*

Nous procéderons comme dans la première partie : nous définirons d'abord les notations, puis nous démontrerons un *lemme* d'où découle aisément la démonstration du théorème précédent.

7. Notations. — Soient X_n, x_n; Y_n, y_n; Z_n, z_n les sommes relatives à un mode de subdivision N de l'intervalle t_0T en n parties par les points t_0, t_1, ... t_{n-1}, T; posons, en général, $\delta_i = t_i - t_{i-1}$; représentons par R_1, R_2, ... R_n les régions qui correspondent aux intervalles δ_1, δ_2, ... δ_n; enfin, soit δ la plus petite des quantités δ_i.

Soit, d'autre part, α un nombre donné plus petit que δ, et X'_n, x'_n; Y'_n, y'_n; Z'_n, z'_n les sommes relatives à un nouveau mode de subdivision quelconque N' de (t_0, T) en parties inférieures à α.

Il y aura par hypothèse des points de subdivision du mode N' dans un intervalle quelconque δ_k du mode N; je les représente par $t_{k,1}$, $t_{k,2}$, ... $t_{k,r}$ ($t_{k,1}$ pouvant coïncider avec t_{k-1}). Je pose

$$\delta_{k,1} = t_{k,1} - t_{k-1,q}, \quad \delta_{k,2} = t_{k,2} - t_{k,1}, \quad \dots \quad \delta_{k,r} = t_{k,r} - t_{k,r-1}.$$

Je désigne enfin par $R'_{k,i}$ la région qui correspond à $\delta'_{k,i}$; par $X'_{k,i}$ et $x'_{k,i}$, $Y'_{k,i}$ et $y'_{k,i}$, $Z'_{k,i}$ et $z'_{k,i}$ les coordonnées qui correspondent à $t_{k,i}$.

8. Lemme. — *Les quantités* α *et* δ *étant ci-dessus définies, si l'on prend* α *assez petit pour satisfaire aux inégalités*

$$(1)\begin{cases} nA'\alpha < (A' - A)\delta, & nB'\alpha < (B' - B)\delta, & nC'\alpha < (C' - C)\delta, \\ na'\alpha < (a' - a)\delta; & nb'\alpha < (b' - b)\delta; & nc'\alpha < (c' - c)\delta, \end{cases}$$

ce qui sera toujours possible, on aura

$$\begin{cases} X'_n < X_n + nA\alpha, & Y'_n < Y_n + nB\alpha, & Z'_n < Z_n + nC\alpha, \\ x'_n > x_n - na\alpha; & y'_n > y_n - nb\alpha; & z'_n > z_n - nc\alpha. \end{cases}$$

Démonstration. — Les inégalités

$$(2)\quad \begin{cases} X'_{k,1} \leqq X_{k-1} + (k-1)A\alpha, \\ x'_{k,1} \geqq x_{k-1} - (k-1)a\alpha; \end{cases} \quad \dots$$

sont satisfaites pour $k = 1$, car on a par définition

$$\begin{aligned} X'_{1,1} &= X_0, \\ x'_{1,1} &= x_0; \end{aligned} \quad \dots$$

Si donc des inégalités (1) on peut déduire, pour $k \lessgtr n$,

$$\begin{aligned} X'_{k+1,1} &< X_k + kA\alpha, \\ x'_{k+1,1} &> x_k - ka\alpha; \end{aligned} \quad \dots$$

le théorème sera démontré, car on pourra, de proche en proche, faire $k = 1, 2, 3, \dots n+1$ dans les formules (1), et l'on a aussi, pour $k = n+1$,

$$\begin{aligned} X'_{n+1,1} &= X'_n, \\ x'_{n+1,1} &= x'_n; \end{aligned} \quad \dots$$

La généralisation de la démonstration donnée au n° 8 (1re partie) est évidente.

9. Démonstration du théorème (n° 6). — Du lemme précédent on déduit sans peine que $X_n, x_n; \dots$ tendent vers des limites déterminées.

Considérons par exemple la somme X_n. Cette somme est

limitée inférieurement puisque X_n appartient à la région R, elle aura donc une limite inférieure X. Je vais démontrer que X_n converge vers X, quel que soit le mode de subdivision employé.

Soit ε une quantité donnée. Par définition de X, on peut trouver un mode de subdivision N, pour lequel on aura

$$X \leqq X_n \leqq X + \frac{\varepsilon}{2},$$

Soit δ le plus petit intervalle du mode N et α une quantité satisfaisant aux relations

$$nA'\alpha < (A' - A)\delta, \quad nB'\alpha < (B' - B)\delta, \quad nC'\alpha < (C' - C)\delta,$$
$$na'\alpha < (a' - a)\delta; \quad nb'\alpha < (b' - b)\delta; \quad nc'\alpha < (c' - c)\delta,$$

et de plus à la condition

$$nA\alpha < \frac{\varepsilon}{2}.$$

Considérons une somme X'_n, obtenue pour un mode quelconque de subdivision N' de (t_0, T) en parties plus petites que α; on aura par notre lemme préliminaire

$$X < X'_n < X_n + nA\alpha < X_n + \frac{\varepsilon}{2},$$

et, par conséquent,

$$X < X'_n < X + \varepsilon.$$

Puisque ε est arbitrairement petit le théorème est démontré.

Un raisonnement analogue prouve que x_n tend vers sa limite supérieure x.

On verrait encore par le même raisonnement que Y_n et Z_n tendent respectivement vers leurs limites inférieures Y et Z; y_n et z_n vers leurs limites supérieures y et z.

§ 3. **Première généralisation du théorème.**

10. Théorème. — *Les limites* X *et* x, Y *et* y, Z *et* z *restent les mêmes quand on substitue aux nombres* A′ *et* a′, B′ *et* b′, C′ *et* c′ *des nombres respectivement moindres* A″ *et* a″, B″ *et* b″, C″ *et* c″, *lesquels sont respectivement égaux ou supérieurs aux nombres* A *et* a, B *et* b, C *et* c *et satisfont aux relations*

$$\frac{A'}{A''} = \frac{a'}{a''} = \frac{B'}{B''} = \frac{b'}{b''} = \frac{C'}{C''} = \frac{c'}{c''}.$$

Pour distinguer les régions R_k et les coordonnées X_k, ... calculées d'une part avec les nombres A′, a' ; ..., de l'autre avec les nombres A″, a'' ; ..., nous les affecterons de l'indice correspondant (R'_k, X'_k, ... ou bien R''_k, X''_k, ...).

11. Pour un même mode de subdivision (N) de l'intervalle t_0T en n parties, puisque $A' > A''$, $a' > a''$; ..., on voit immédiatement de proche en proche que toutes les régions R'_k débordent les régions R''_k; on aura donc

$$X'_n \geqq X''_n, \qquad Y'_n \geqq Y''_n, \qquad Z'_n \geqq Z''_n,$$
$$x'_n \leqq x''_n; \qquad y'_n \leqq y''_n; \qquad z'_n \leqq z''_n.$$

12. D'autre part, conservons les sommes X''_n, Y''_n, Z''_n, mais comparons les à des sommes nouvelles $X'_{n'}$, $Y'_{n'}$, $Z'_{n'}$, calculées en employant encore les nombres A′, a' ; ... mais pour un nouveau mode de subdivision (N′) obtenu en intercalant de nouveaux intervalles dans ceux du mode (N). Nous allons voir que si les nouveaux intervalles sont assez petits, on peut trouver des inégalités de sens contraire aux précédentes.

Soit α un nombre aussi petit que l'on veut; déterminons le mode de subdivision (N′) en subdivisant tous les intervalles

du mode N en parties inférieures à α; pour cela, décomposons, en général, δ_{k+1} en r parties par les points t_k, $t_{k,1}$, $t_{k,2}$, ... $t_{k,r} = t_{k+1}$.

Posons encore $\delta_{k,i} = t_{k,i} - t_{k,i-1}$; soient enfin, $R'_{k,i}$ la région (calculée avec A', a' ...) qui correspond à $\delta_{k,i}$; $X'_{k,i}$, $x'_{k,i}$; ... les coordonnées qui correspondent à $t_{k,i}$, et $X'_{k'}$, $x'_{k'}$, ... celles qui correspondent à t_k pour le mode de subdivision (N').

Nous allons démontrer que l'on aura

$$(1)\quad \begin{cases} X'_{n'} \leqq X''_n + 3^n A'\alpha, & Y'_{n'} \leqq Y''_n + 3^n B'\alpha, & Z'_{n'} \leqq Z''_n + 3^n C'\alpha, \\ x'_{n'} \geqq x''_n - 3^n a'\alpha; & y'_{n'} \geqq y''_n - 3^n b'\alpha; & z'_{n'} \geqq z''_n - 3^n c'\alpha. \end{cases}$$

Ces inégalités sont vérifiées évidemment pour $n = 0$; il suffit donc, pour les établir en général, de démontrer que si elles sont vraies pour $n = k$, elles le seront encore pour $n = k + 1$. Faisons cette démonstration.

Si les équations (1) sont vérifiées pour $n = k$, on a, par hypothèse,

$$(2)\quad \begin{cases} X'_{k'} \leqq X''_k + 3^k A'\alpha, & Y'_{k'} \leqq Y''_k + 3^k B'\alpha, & Z'_{k'} \leqq Z''_k + 3^k C'\alpha, \\ x'_{k'} \geqq x''_k - 3^k a'\alpha; & y'_{k'} \geqq y''_k - 3^k b'\alpha; & z'_{k'} \geqq z''_k - 3^k c'\alpha. \end{cases}$$

Cherchons d'abord à déterminer une limite supérieure de la somme $(t_{k+1} - t_{k,l})$ des intervalles $\delta_{k,i}$ auxquels peuvent correspondre des régions $R'_{k,i}$ qui débordent R''_{k+1}. Soit, à cet effet, $R'_{k,l+1}$ la première des régions successives $R'_{k,1}$, $R'_{k,2}$, ... $R'_{k,i}$, ... qui déborde R''_{k+1}.

Les coordonnées extrêmes de la région $R'_{k,l+1}$ sont :

$$\begin{pmatrix} X'_{k,l} + A'\delta_{k,l+1} \\ x'_{k,l} - a'\delta_{k,l+1} \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} Y'_{k,l} + B'\delta_{k,l+1} \\ y'_{k,l} - b'\delta_{k,l+1} \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} Z'_{k,l} + C'\delta_{k,l+1} \\ z'_{k,l} - c'\delta_{k,l+1} \end{pmatrix}.$$

Mais on a

$$X'_{k,l} = X'_{k'} + \sum_{i=1}^{l} M'_{k,i}\delta_{k,i} \gtreqless X'_{k'} + A''(t_{k,l} - t_k),$$

$$x'_{k,l} = x'_{k'} + \sum_{i=1}^{l} m'_{k,i}\delta_{k,i} \lesseqgtr x'_{k'} - a''(t_{k,l} - t_k).$$

Donc les coordonnées extrêmes de la région $R'_{k,l+1}$ vérifient les inégalités

$$X'_{k,l} + A'\delta_{k,l+1} \gtreqless X'_{k'} + A''\delta_{k+1} - [A''(t_{k+1} - t_{k,l}) - A'\delta_{k,l+1}],$$
$$x'_{k,l} - a'\delta_{k,l+1} \lesseqgtr x'_{k'} - a''\delta_{k+1} + [a''(t_{k+1} - t_{k,l}) - a'\delta_{k,l+1}].$$

En tenant compte des inégalités (2) et de $\delta_{k,l+1} < \alpha$, il vient

$$\begin{cases} X'_{k,l} + A'\delta_{k,l+1} \gtreqless [X''_k + A''\delta_{k+1}] - [A''(t_{k+1} - t_{k,l}) - (3^k + 1)A'\alpha], \\ x'_{k,l} - a'\delta_{k,l+1} \lesseqgtr [x''_k - a''\delta_{k+1}] + [a''(t_{k+1} - t_{k,l}) - (3^k + 1)a'\alpha], \end{cases}$$

et de même

$$\begin{cases} Y'_{k,l} + B'\delta_{k,l+1} \gtreqless [Y''_k + B''\delta_{k+1}] - [B''(t_{k+1} - t_{k,l}) - (3^k + 1)B'\alpha], \\ y'_{k,l} - b'\delta_{k,l+1} \lesseqgtr [y''_k - b''\delta_{k+1}] + [b''(t_{k+1} - t_{k,l}) - (3^k + 1)b'\alpha]; \end{cases}$$

$$\begin{cases} Z'_{k,l} + C'\delta_{k,l+1} \gtreqless [Z''_k + C''\delta_{k+1}] - [C''(t_{k+1} - t_{k,l}) - (3^k + 1)C'\alpha], \\ z'^{k,l}_{l} - c'\delta_{k,l+1} \lesseqgtr [z''_k - c''\delta_{k+1}] + [c''(t_{k+1} - t_{k,l}) - (3^k + 1)c'\alpha]. \end{cases}$$

Pour que la région $R'_{k,l+1}$ déborde R''_{k+1} il faut que dans l'une au moins des six dernières inégalités le dernier terme entre crochets soit négatif. Il faut donc que l'on ait

$$t_{k+1} - t_{k,l} \gtreqless \frac{A'}{A''}(3^k + 1)\alpha = \frac{B'}{B''}(3^k + 1)\alpha = \cdots$$

$$\gtreqless \frac{a'}{a''}(3^k + 1)\alpha = \frac{b'}{b''}(3^k + 1)\alpha = \cdots$$

puisque, par hypothèse,

$$\frac{A'}{A''} = \frac{B'}{B''} = \frac{C'}{C''} = \frac{a'}{a''} = \frac{b'}{b''} = \frac{c'}{c''}.$$

Ces inégalités nous fournissent la limite supérieure de $t_{k+1} - t_{k,l}$ que nous voulions obtenir.

Utilisons immédiatement ce résultat pour faire la démonstration annoncée. On a

$$X'_{(k+1)'} = X'_{k'} + \sum_{i=1}^{i=l} M'_{k,i}\delta_{k,i} + \sum_{i=l+1}^{i=r} M'_{k,i}\delta_{k,i}.$$

Dans la première somme, $M'_{k,i} \lessgtr M''_{k+1}$; dans la seconde, $M'_{k,i} \lessgtr A''$; il vient donc

$$X'_{(k+1)'} \lessgtr X'_{k'} + M''_{k+1}(t_{k,l} - t_k) + A''(t_{k+1} - t_{k,l}),$$

et, si l'on remplace $t_{k,l} - t_k$ par sa limite supérieure δ_{k+1}, et $t_{k+1} - t_{k,l}$ par la limite supérieure que nous venons de trouver,

$$X'_{(k+1)'} \lessgtr X'_{k'} + M''_{k+1}\delta_{k+1} + A'\alpha(3^k + 1).$$

Tenons, en outre, compte de la première relation (2), il viendra enfin

$$\begin{aligned} X'_{(k+1)'} &\lessgtr [X''_k + M''_{k+1}\delta_{k+1}] + A'\alpha(3^k + 3^k + 1), \\ &\lessgtr X''_{k+1} + 3^{k+1}A'\alpha. \end{aligned}$$

C'est la première des relations (2) où k est changé en $(k+1)$, et les autres relations se transforment de même. Les équations (1) sont donc démontrées.

13. Les résultats trouvés aux nos 11 et 12 fournissent aisément la démonstration du théorème énoncé au no 10.

Nous avons en effet, d'une part (11),

$$(\alpha) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad X'_n \gtreqless X''_n, \qquad x'_n \lesseqgtr x''_n;$$

d'autre part, en faisant tendre α vers zéro dans les formules (1) du n° 12,

$$(\beta) \quad . \quad . \quad . \quad X''_n \gtreqless \lim X'_n \gtreqless X', \qquad x''_n \lesseqgtr \lim x'_n \lesseqgtr x'.$$

Faisons tendre n vers l'infini, les équations (α) donnent

$$X' \gtreqless X'', \qquad x' \lesseqgtr x'',$$

et les équations (β)

$$X'' \gtreqless X', \qquad x'' \lesseqgtr x';$$

on doit donc avoir

$$X'' = X' = X, \qquad x'' = x' = x.$$

On démontre de la même manière les relations

$$Y'' = Y' = Y, \qquad y'' = y' = y;$$
$$Z'' = Z' = Z, \qquad z'' = z' = z.$$

§ 4. **Deuxième généralisation du théorème fondamental.**

14. Nous pouvons maintenant énoncer le théorème sous la forme générale qui suit :

Théorème. — *Si les nombres* A_k *et* a_k, B_k *et* b_k, C_k *et* c_k *restent toujours respectivement égaux ou supérieurs aux nombres* A *et* a, B *et* b, C *et* c *sans pouvoir s'annuler ni tendre vers zéro ni vers l'infini; si* n *croissant indéfiniment tous les intervalles* δ_k *tendent vers zéro d'une manière quelconque, les six sommes* X_n, x_n; Y_n, y_n; Z_n, z_n *tendront vers des limites déterminées et invariables* X, x; Y, y; Z *et* z, *de quelque manière que varient* A_k, a_k; B_k, b_k; C_k *et* c_k.

Démonstration. — D'après l'énoncé du théorème, on pourra toujours déterminer des nombres

$$\begin{aligned} &A' > A'' \geqq A, \qquad B' > B'' \geqq B, \qquad C' > C'' \geqq C, \\ &a' > a'' \geqq a, \qquad b' > b'' \geqq b, \qquad c' > c'' \geqq c, \end{aligned}$$

satisfaisant aux conditions

$$\frac{A'}{A''} = \frac{a'}{a''} = \frac{B'}{B''} = \frac{b'}{b''} = \frac{C'}{C''} = \frac{c'}{c''}$$

et tels que l'on ait, quel que soit k,

$$\begin{aligned} &A' > A_k \gtrless A'', \qquad B' > B_k \gtrless B'', \qquad C' > C_k \gtrless C'', \\ &a' > a_k \gtrless a'', \qquad b' > b_k \gtrless b'', \qquad c' > c_k \gtrless c''. \end{aligned}$$

Représentons encore par X'_k, x'_k; ... X''_k, x''_k; ... les valeurs de X_k, x_k; ... lorsque l'on emploie dans le calcul des régions successives au lieu des nombres variables A_k, a_k; ... les nombres fixes A', a'; ... d'une part, A'', a''; ... d'autre part.

On reconnaît aisément de proche en proche, pour un même mode de division de l'intervalle (t_0, T), que l'on a, pour les valeurs successives de k,

$$\begin{aligned} &X'_k \gtrless X_k \gtrless X''_k, \\ &x'_k \lessgtr x_k \lessgtr x''_k; \end{aligned} \qquad \dots$$

et, pour $k = n$,

$$\begin{aligned} &X'_n \gtrless X_n \gtrless X''_n, \\ &x'_n \lessgtr x_n \lessgtr x''_n; \end{aligned} \qquad \dots$$

Passons à la limite en nous appuyant sur le théorème précédent (n° 10); il vient

$$\lim X_n = X,$$
$$\ldots$$
$$\lim x_n = x;$$

et le théorème est démontré.

15. Remarque I. — Nous avons supposé $T > t_0$ et tous les accroissements δ_i positifs. Il n'y aurait aucune difficulté à établir les théorèmes correspondants, pour le cas où l'on aurait $T < t_0$ et où tous les accroissements δ_i seraient négatifs.

16. Remarque II. — Si l'on fait le calcul des régions successives R_k en employant des nombres invariables $A'(\geqq A)$ et $a'(\geqq a)$, $B'(\leqq B)$ et $b'(\leqq b)$, $C'(\leqq C)$ et $c'(\leqq c)$, et si l'on procède indéfiniment par des subdivisions successives des premiers intervalles δ_k en intervalles plus petits $\delta_{k,i}$, de ceux-ci en intervalles plus petits encore, et ainsi de suite, les sommes X_n, Y_n, Z_n seront constamment décroissantes (ou constantes), les sommes x_n, y_n, z_n constamment croissantes (ou constantes). De plus, il est facile de voir que cette conclusion subsiste pour $A' = A$, $a' = a$; ..., même quand l'une ou l'autre de ces dernières quantités est nulle.

La démonstration est la même que dans la première partie (n° 16).

17. Remarque III. — Les théorèmes et les remarques qui précèdent peuvent fournir, comme nous le verrons plus tard, une méthode d'approximation pour calculer les intégrales d'un système d'équations différentielles.

CHAPITRE II.

TRANSFORMATION DE $(X_n - x_n) + (Y_n - y_n) + (Z_n - z_n)$.

18. Si les limites X et x, Y et y, Z et z restent toujours égales deux à deux quand le point (x_0, y_0, z_0, t_0) reste dans la région R, nous disons que le système d'équations différentielles simultanées

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{dx}{dt} = f_1(x, y, z, t), \\ \dfrac{dy}{dt} = f_2(x, y, z, t), \\ \dfrac{dz}{dt} = f_3(x, y, z, t), \end{array} \right.$$

est intégrable dans la région R.

Dans ce cas, les quantités $X = x$, $Y = y$, $Z = z$ ne dépendent que de x_0, y_0, z_0 et de T (t_0 étant fixe), et peuvent se représenter par $\psi_1(x_0, y_0, z_0, T)$, $\psi_2(x_0, y_0, z_0, T)$, $\psi_3(x_0, y_0, z_0, T)$; ou plus simplement, T étant remplacé par t, par $\psi_1(x_0, y_0, z_0, t)$, $\psi_2(x_0, y_0, z_0, t)$, $\psi_3(x_0, y_0, z_0, t)$. Les équations

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \psi_1(x_0, y_0, z_0, t), \\ y = \psi_2(x_0, y_0, z_0, t), \\ z = \psi_3(x_0, y_0, z_0, t) \end{array} \right.$$

sont alors les intégrales du système (1).

Ceci nous amène à rechercher des conditions suffisantes pour que l'on ait

$$\lim X_n = \lim x_n, \quad \lim Y_n = \lim y_n, \quad \lim Z_n = \lim z_n,$$

ou bien, en posant $D_n = (X_n - x_n) + (Y_n - y_n) + (Z_n - z_n)$,

$$\lim D_n = 0.$$

Soient $(\Delta_1)_k$, $(\Delta_2)_k$, $(\Delta_3)_k$ les oscillations de f_1, f_2, f_3 dans la région R_k; on aura

$$(1) \quad \ldots \quad D_n = \sum_{k=1}^{k=n} [(\Delta_1)_k + (\Delta_2)_k + (\Delta_3)_k] \delta_k.$$

Nous allons encore transformer cette expression.

19. Prenons A_k, a_k; B_k, b_k; C_k, c_k et δ_k constants, égaux respectivement à A', a'; B', b'; C', c' et δt. Représentons par δx_k, δy_k, δz_k les intervalles des valeurs de x, y et z respectivement dans la région R_k, en sorte qu'on a

$$\delta x_k = X_{k-1} - x_{k-1} + (A' + a')\delta t,$$
$$\delta y_k = Y_{k-1} - y_{k-1} + (B' + b')\delta t,$$
$$\delta z_k = Z_{k-1} - z_{k-1} + (C' + c')\delta t,$$

On aura, dans cette hypothèse,

$$\delta x_1 = (A' + a')\delta t,$$
$$\delta x_2 = (\Delta_1)_1 \delta t + (A' + a')\delta t = \delta x_1 + (\Delta_1)_1 \delta t,$$
$$\delta x_3 = (\Delta_1)_1 \delta t + (\Delta_1)_2 \delta t + (A' + a')\delta t = \delta x_2 + (\Delta_1)_2 \delta t,$$
$$\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$$

et d'autres équations analogues pour les δy et les δz.

Soit K un nombre positif quelconque; posons, en général,

$$\rho_i = \delta x_i + \delta y_i + \delta z_i + K\delta t, \qquad (i = 1, 2, \ldots n + 1);$$

on aura

$$\rho_1 = (A' + a' + B' + b' + C' + c' + K)\delta t,$$
$$\rho_2 = \rho_1 \left(1 + \frac{(\Delta_1)_1 + (\Delta_2)_1 + (\Delta_3)_1}{\rho_1} \delta t\right),$$
$$\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$$
$$\rho_{n+1} = \rho_n \left(1 + \frac{(\Delta_1)_n + (\Delta_2)_n + (\Delta_3)_n}{\rho_n} \delta t\right),$$

d'où l'on tire, en multipliant membre à membre,

$$\rho_{n+1} = (A' + a' + B' + b' + C' + c' + K)\delta t \prod_{i=1}^{i=n} \left(1 + \frac{(\Delta_1)_i + (\Delta_2)_i + (\Delta_3)_i}{\rho_i}\delta t\right),$$

et, par conséquent,

$$(\alpha) \qquad \rho_{n+1} \overline{\overline{<}} (A' + a' + B' + b' + C' + c' + K)\delta t \; e^{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{(\Delta_1)_i + (\Delta_2)_i + (\Delta_3)_i}{\rho_i}\delta t}.$$

Pour tout système particulier de valeurs de x, y, z, les fonctions f_1, f_2 et f_3 sont des fonctions de t seulement, qui ont des oscillations déterminées dans l'intervalle (t_{i-1}, t_i) de t. Ces oscillations sont des fonctions de x, y et z, qui admettent des limites supérieures, quand x, y et z varient dans la région R_i, Nous désignerons ces limites par $(\Delta_1')_i$, $(\Delta_2')_i$, $(\Delta_3')_i$, et nous dirons que ce sont les maxima dans la région R_i des oscillations de f_1, f_2 et f_3 quand t seul varie.

D'autre part, pour toute valeur particulière de t, les fonctions f_1, f_2 et f_3 ont des oscillations déterminées, quand x, y et z varient dans la région R_i. Ces oscillations sont des fonctions de t, qui auront des limites supérieures respectives dans l'intervalle (t_{i-1}, t_i) de t. Nous représentons ces limites par $(\Delta_1')_i$, $(\Delta_2')_i$, $(\Delta_3')_i$. Nous dirons que ce sont des maxima dans la région R_i des oscillations de f_1, f_2 et f_3 quand x, y et z seuls varient (simultanément).

Il est clair, d'après ces définitions, que l'on aura

$$(\Delta_1)_i \overline{\overline{<}} (\Delta_1')_i + (\Delta_1')_i,$$

$$(\Delta_2)_i \overline{\overline{<}} (\Delta_2')_i + (\Delta_2')_i,$$

$$(\Delta_3)_i \overline{\overline{<}} (\Delta_3')_i + (\Delta_3')_i,$$

et, par conséquent,

$$\frac{(\Delta_1)_i + (\Delta_2)_i + (\Delta_3)_i}{\rho_i} \gtrless \frac{(\Delta'_1)_i + (\Delta'_2)_i + (\Delta'_3)_i}{\rho_i} + \frac{(\Delta''_1)_i + (\Delta''_2)_i + (\Delta''_3)_i}{\rho_i},$$

$$\frac{(\Delta_1)_i + (\Delta_2)_i + (\Delta_3)_i}{\rho_i} \gtrless \frac{(\Delta'_1)_i + (\Delta'_2)_i + (\Delta'_3)_i}{\delta x_i + \delta y_i + \delta z_i} + \frac{(\Delta''_1)_i + (\Delta''_2)_i + (\Delta''_3)_i}{K\delta t},$$

$$\frac{(\Delta_1)_i + (\Delta_2)_i + (\Delta_3)_i}{\rho_i}\delta t \gtrless \sum_{i=1}^{i=n} \frac{(\Delta'_1)_i + (\Delta'_2)_i + (\Delta'_3)_i}{\delta x_i + \delta y_i + \delta z_i}\delta t + \frac{1}{K}\sum_{i=1}^{i=n}[(\Delta''_1)_i + (\Delta''_2)_i + (\Delta''_3)_i].$$

Posons, pour simplifier, p étant positif et arbitraire avec K,

$$p = \frac{1}{K}\sum_{i=1}^{i=n}[(\Delta''_1)_i + (\Delta''_2)_i + (\Delta''_3)_i];$$

on déduit, *a fortiori*, de la formule (α) (page 60)

$$\rho_{n+1} \gtrless (A' + a' + B' + b' + C' + c' + K)\delta t\, e^{p + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{(\Delta'_1)_i + (\Delta'_2)_i + (\Delta'_3)_i}{\delta x_i + \delta y_i + \delta z_i}\delta t}.$$

Si l'on remplace $\rho_{n+1} = \delta x_{n+1} + \delta y_{n+1} + \delta z_{n+1} + K\delta t$ par sa valeur

$$(X_n - x_n) + (Y_n - y_n) + (Z_n - z_n) + (A + a' + B + b' + C + c' + K)\delta t,$$

puis, K par sa valeur en fonction de p,

$$K = \frac{1}{p}\sum_{i=1}^{i=n}[(\Delta''_1)_i + (\Delta''_2)_i + (\Delta''_3)_i],$$

on trouve enfin (en introduisant les nouvelles lettres U et V pour simplifier)

$$(2)\begin{cases} D_n = (X_n - x_n) + (Y_n - y_n) + (Z_n - z_n) \gtrless U(e^V - 1), \\ U = (A' + a' + B' + b' + C' + c')\delta t + \dfrac{1}{p}\displaystyle\sum_{i=1}^{i=n}[(\Delta''_1)_i + (\Delta''_2)_i + (\Delta''_3)_i]\delta t, \\ V = p + \displaystyle\sum_{i=1}^{i=n} \frac{(\Delta'_1)_i + (\Delta'_2)_i + (\Delta'_3)_i}{\delta x_i + \delta y_i + \delta z_i}\delta t. \end{cases}$$

20. Supposons que les dérivées partielles f'_{1x}, f'_{1y}, f'_{1z}; f'_{2x}, ...; f'_{3x}, ... existent et soient limitées dans la région R. Soient (Δ'_1), le maximum dans la région R_i de l'oscillation de f_1 quand x seul varie; $(\Delta'^{y}_1)_i$, $(\Delta'^{z}_1)_i$ les maximum correspondants quand y ou z seul varie; on aura évidemment

$$(\Delta'_1)_i \leqq (\Delta'^{x}_1)_i + (\Delta'^{y}_1)_i + (\Delta'^{z}_1)_i,$$

$$\frac{(\Delta'_1)_i}{\delta x_i + \delta y_i + \delta z_i} \leqq \frac{(\Delta'^{x}_1)_i + (\Delta'^{y}_1)_i + (\Delta'^{z}_1)_i}{\delta x_i + \delta y_i + \delta z_i} = \mathfrak{M}\left[\frac{(\Delta'^{x}_1)_i}{\delta x_i}, \frac{(\Delta'^{y}_1)_i}{\delta y_i}, \frac{(\Delta'^{z}_1)_i}{\delta z_i}\right].$$

Soit H_1 la plus grande des limites supérieures des fonctions mod f'_{1x}, mod f'_{1y}, mod f'_{1z} dans la région R (n° 1); on aura donc

$$\frac{(\Delta'_1)_i}{\delta x_i + \delta y_i + \delta z_i} \leqq H_1.$$

Soient, de même, H_2 la plus grande des limites supérieures des fonctions mod f_{2x}, mod f_{2y}, mod f_{2z}; H_3 la limite analogue pour mod f_{3x}, mod f_{3y}, mod f_{3z}. On trouvera pour limite supérieure de l'exposant V

$$V \leqq p + (T - t_0)(H_1 + H_2 + H_3),$$

et la formule (2) donnera, *a fortiori*, la suivante :

$$(5)\quad \begin{cases} D_n \leqq U\left(e^{p+(T-t_0)(H_1+H_2+H_3)} - 1\right), \\ U = (A' + a' + B' + b' + C' + c')\delta t + \dfrac{1}{p}\displaystyle\sum_{i=1}^{i=n}[(\Delta'_1)_i + (\Delta'_2)_i + (\Delta'_3)_i]\delta t. \end{cases}$$

Dans cette formule, p est arbitraire, on peut le supposer égal à l'unité, et il vient alors, plus simplement,

$$(4)\quad \begin{cases} D_n \leqq U\left(e^{1+(T-t_0)(H_1+H_2+H_3)} - 1\right), \\ U = (A' + a' + B' + b' + C' + c')\delta t + \displaystyle\sum_{i=1}^{i=n}[(\Delta'_1)_i + (\Delta'_2)_i + (\Delta'_3)_i]\delta t. \end{cases}$$

Remarque. — Les formules (3) et (4) on été établies dans l'hypothèse de dérivées partielles déterminées f'_{1x}, f'_{1y}, f'_{1z} ; f'_{2x}, ... On voit de suite que cette condition n'est pas nécessaire et que les formules subsistent, pourvu que les nombres H_1, H_2 et H_3 vérifient les relations

$$\text{od}\,[f_1(x+\delta x, y+\delta y, z+\delta z, t) - f_1(x,y,z,t)] \leqq H_1(\text{mod}\,\delta x + \text{mod}\,\delta y + \text{mod}\,\delta z),$$

$$\text{od}\,[f_2(x+\delta x, y+\delta y, z+\delta z, t) - f_2(x,y,z,t)] \leqq H_2(\text{mod}\,\delta x + \text{mod}\,\delta y + \text{mod}\,\delta z),$$

$$\text{od}\,[f_3(x+\delta x, y+\delta y, z+\delta z, t) - f_3(x,y,z,t)] \leqq H_3(\text{mod}\,\delta x + \text{mod}\,\delta y + \text{mod}\,\delta z),$$

à la seule condition que les points $(x+\delta x, y+\delta y, z+\delta z, t)$ et (x, y, z, t) soient dans la région R.

21. *Expression de* D_n *dans un cas particulier important.* — Une équation différentielle de l'ordre p,

$$\frac{d^p y}{dx^p} = f\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \cdots \frac{d^{p-1}y}{dx^{p-1}}\right),$$

se ramène, comme on le sait, à un système d'équations différentielles simultanées, par l'introduction de $(p-1)$ variables auxiliaires $t_1, t_2, \ldots t_{p-1}$. Ce système est le suivant :

$$\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} = t_1, \\ \dfrac{dt_i}{dx} = t_{i+1}, \qquad (i = 1, 2, \ldots p-2), \\ \dfrac{dt_{p-1}}{dx} = f(x, y, t_1, \ldots t_i, \ldots t_{p-1}). \end{cases}$$

Soient L et l les limites supérieures et inférieures de $f(x, y, t_1, \ldots t_{p-1})$ quand le point $(x, y, t_1, \ldots t_{p-1})$ varie dans une région donnée R ; L_i et l_i, $(i = 1, 2, \ldots p-1)$, les limites supérieures et inférieures de t_i dans cette région. Soient,

d'autre part, A un nombre égal à L si L est positif, et à zéro dans le cas contraire; a un nombre égal à $-l$ si l est négatif, et à zéro dans le cas contraire; A_i et a_i des nombres définis d'une manière analogue par rapport à L_i et l_i. Soient, enfin, $[x_0, y_0, (t_1)_0, \ldots (t_{p-1})_0]$ un *point initial* pris dans la région R, et X une valeur de x qui satisfasse à des conditions correspondant à celles du n° 3.

Subdivisons l'intervalle $(X - x_0)$ en n parties égales δx et déterminons, comme au n° 4, des régions successives R_k en employant des nombres constants A', a'; A_i', a_i' respectivement supérieurs à A, a; A_i et a_i. Nous calculerons ainsi des sommes, analogues à celles du n° 4,

$$Y_n \text{ et } y_n, \qquad (T_i)_n \text{ et } (t_i)_n, \qquad (i = 1, 2, \ldots p-1).$$

On aura, dans le cas actuel,

$$D_n = [Y_n - y_n] + [(T_1)_n - (t_1)_n] + \cdots + [(T_{p-1})_n - (t_{p-1})_n],$$

et il y a intérêt à savoir ce que devient ici la limite supérieure de D_n.

Pour cela, désignons par Δ_{kx} le maximum dans la région R_k de l'oscillation de $f(x, y, t_1, \ldots t_{p-1})$ quand x seul varie, et soit H la limite supérieure du module des dérivées $f_{t_i}'(x, y, t_1, \ldots t_i, \ldots)$ supposées existantes. Comme on a évidemment $\max \frac{dt_i}{dt_i} = 1$, l'équation (4) du numéro précédent deviendra, dans le cas qui nous occupe,

$$(3) \quad D_n \leqq \left[(A' + a' + \cdots + A_i' + a_i' + \cdots)\delta x + \sum_{k=1}^{k=n} \Delta_{kx}\delta x\right]\left[e^{1+(p-1+H)(T-t_0)} - 1\right.$$

CHAPITRE III.

ÉTUDE DES INTÉGRALES.

---

§ 1. **Définitions des intégrales et hypothèses fondamentales.**

22. Considérons le système simultané

$$(1)\quad \left\{\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= f_1(x, y, z, t),\\ \frac{dy}{dt} &= f_2(x, y, z, t),\\ \frac{dz}{dt} &= f_3(x, y, z, t). \end{aligned}\right.$$

Nous appellerons *intégrales* de ce système d'équations, un système de fonctions de t : $x = F_1(t)$, $y = F_2(t)$, $z = F_3(t)$, qui vérifient, quel que soit t, les relations

$$(2)\quad \left\{\begin{aligned} F_1(t) &= F_1(t_0) + \int_{t_0}^{t} f_1(F_1, F_2, F_3, t)dt,\\ F_2(t) &= F_2(t_0) + \int_{t_0}^{t} f_2(F_1, F_2, F_3, t)dt,\\ F_3(t) &= F_3(t_0) + \int_{t_0}^{t} f_3(F_1, F_2, F_3, t)dt. \end{aligned}\right.$$

Nous supposerons, dans ce chapitre, que les fonctions f_1, f_2 et f_3 satisfont, dans une région R, aux conditions précisées dans les chapitres précédents, et que, pour un *point initial* (x_0, y_0, z_0, t_0) quelconque de cette région, les limites X et x, Y et y, Z et z (n° 14) sont toujours égales; nous pourrons

poser dans ces limites de sommes $T = t$; les expressions x, y et z, définies par le système

$$(3)\quad \begin{cases} x = \lim X_n = \lim x_n = \psi_1(x_0, y_0, z_0, t), \\ y = \lim Y_n = \lim y_n = \psi_2(x_0, y_0, z_0, t), \\ z = \lim Z_n = \lim z_n = \psi_3(x_0, y_0, z_0, t), \end{cases}$$

ont un sens et sont des fonctions de t. Nous verrons plus loin que le système (3) est le système des intégrales des équations (1). Si l'on considère les valeurs x_0, y_0, z_0 qui correspondent à t_0 comme arbitraires, ce sera le système des *intégrales générales;* si, au contraire, on considère ces quantités comme déterminées, ce sera un système d'*intégrales particulières*.

§ 2. **Propriétés des intégrales.**

23. I. *Les fonctions* $x = \lim X_n = \lim x_n = \psi_1(x_0, y_0, z_0, t)$, $y = \psi_2(x_0, y_0, z_0, t)$, $z = \psi_3(x_0, y_0, z_0, t)$ *sont des fonctions continues de* x_0, y_0, z_0.

Soit (x_0, y_0, z_0, t_0) un premier point initial, et

$$x = \psi_1(x_0, y_0, z_0, t), \qquad y = \psi_2(x_0, y_0, z_0, t), \qquad z = \psi_3(x_0, y_0, z_0, t)$$

le système correspondant de fonctions. Calculons des sommes X'_n, x'_n; Y'_n, y'_n; Z'_n, z'_n en employant pour le calcul des régions successives R_k les nombres fixes $A'(> A)$, $a'(> a)$; $B'(> B)$, $b'(> b)$; $C'(> C)$ et $c'(> c)$. On peut subdiviser l'intervalle (t_0, t) en un nombre suffisamment grand de parties égales δ pour qu'on ait, quelque petit que soit le nombre positif donné ε,

$$(1)\quad \begin{cases} \psi_1(x_0, y_0, z_0, t) + \varepsilon > X'_n \geqq \psi_1(x_0, y_0, z_0, t) \geqq x'_n > \psi_1(x_0, y_0, z_0, t) - \varepsilon, \\ \psi_2(x_0, y_0, z_0, t) + \varepsilon > Y'_n \geqq \psi_2(x_0, y_0, z_0, t) \geqq y'_n > \psi_2(x_0, y_0, z_0, t) - \varepsilon, \\ \psi_3(x_0, y_0, z_0, t) + \varepsilon > Z'_n \geqq \psi_3(x_0, y_0, z_0, t) \geqq z'_n > \psi_3(x_0, y_0, z_0, t) - \varepsilon. \end{cases}$$

Soit ensuite $(x_0 + \alpha, y_0 + \beta, z_0 + \gamma, t_0)$ un nouveau point initial, et

$$x = \psi_1(x_0 + \alpha, y_0 + \beta, z_0 + \gamma, t_0),$$

$$y = \psi_2(x_0 + \alpha, y_0 + \beta, z_0 + \gamma, t_0),$$

$$z = \psi_3(x_0 + \alpha, y_0 + \beta, z_0 + \gamma, t_0)$$

le système de fonctions correspondantes. Calculons, en partant de ce second point, un nouveau système de sommes X_n'', x_n''; Y_n'', y_n''; Z_n'', z_n''. Pour cela, conservons le même mode de subdivision de (t_0, t) que dans le premier cas, mais substituons aux nombres A′ et a', B′ et b', C′ et c' des nombres A″ et a'', B″ et b'', C″ et c'', déterminés par les relations

$$A''\delta + \alpha = A'\delta, \qquad B''\delta + \beta = B'\delta, \qquad C''\delta + \gamma = C'\delta,$$

$$\alpha - a''\delta = -a'\delta; \quad \beta - b''\delta = -b'\delta; \quad \gamma - c''\delta = -c'\delta.$$

Nous pouvons supposer que l'on ait pris α, β et γ assez petits pour qu'on ait, quels que soient les signes de ces quantités,

$$A'' = A' - \frac{\alpha}{\delta} > A, \qquad B'' = B' - \frac{\beta}{\delta} > B, \qquad C'' = C' - \frac{\gamma}{\delta} > C,$$

$$a'' = a' + \frac{\alpha}{\delta} > a; \qquad b'' = b' + \frac{\beta}{\delta} > b; \qquad c'' = c' + \frac{\gamma}{\delta} > c.$$

On voit facilement que toutes les régions R_k'' qui interviennent dans ce second calcul sont identiques aux régions correspondantes R_k' qui interviennent dans le calcul précédent. On aura donc

$$X_n'' = X_n' + \alpha, \qquad Y_n'' = Y_n' + \beta, \qquad Z_n'' = Z_n' + \gamma.$$

Mais on a

$$\begin{cases} X_n'' \gtrless \psi_1(x_0 + \alpha, y_0 + \beta\ z_0 + \gamma, t) \gtrless x_n'', \\ Y_n'' \gtrless \psi_2(x_0 + \alpha, y_0 + \beta, z_0 + \gamma, t) \gtrless y_n'', \\ Z_n'' \gtrless \psi_3(x_0 + \alpha, y_0 + \beta, z_0 + \gamma, t) \gtrless z_n'', \end{cases}$$

d'où l'on conclut

$$X_n' \gtrless \psi_1(x_0 + \alpha, y_0 + \beta, z_0 + \gamma, t) - \alpha \gtrless x_n',$$

et, en tenant compte de la première équation (1),

$$\text{mod}\,[\psi_1(x_0 + \alpha, y_0 + \beta, z_0 + \gamma, t) - \psi_1(x_0, y_0, z_0, t) - \alpha] < 2\varepsilon,$$
$$\text{mod}\,[\psi_1(x_0 + \alpha, y_0 + \beta, z_0 + \gamma, t) - \psi_1(x_0, y_0, z_0, t)] < 2\varepsilon + \text{mod}\,\alpha.$$

On trouve de même

$$\text{mod}\,[\psi_2(x_0 + \alpha, y_0 + \beta, z_0 + \gamma, t) - \psi_2(x_0, y_0, z_0, t)] < 2\varepsilon + \text{mod}\,\beta.$$
$$\text{mod}\,[\psi_3(x_0 + \alpha, y_0 + \beta, z_0 + \gamma, t) - \psi_3(x_0, y_0, z_0, t)] < 2\varepsilon + \text{mod}\,\gamma.$$

Les trois dernières équations démontrent le théorème.

24. II. *Les fonctions* $\psi_1(x_0, y_0, z_0, t)$, ψ_2 *et* ψ_3 *sont des fonctions continues de* t.

La démonstration se fait comme dans la première partie (n° 24).

25. III. *Pour toute valeur de* t *satisfaisant aux conditions imposées à* T *au n° 5, les fonctions*

$$\psi_1(x_0, y_0, z_0, t), \qquad \psi_2(x_0, y_0, z_0, t), \qquad \psi_3(x_0, y_0, z_0, t)$$

satisfont aux relations

$$\begin{cases} \psi_1(x_0, y_0, z_0, t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} f_1(\psi_1, \psi_2, \psi_3, t)dt, \\ \psi_2(x_0, y_0, z_0, t) = y_0 + \int_{t_0}^{t} f_1(\psi_1, \psi_2, \psi_3, t)dt, \\ \psi_3(x_0, y_0, z_0, t) = z_0 + \int_{t_0}^{t} f_3(\psi_1, \psi_2, \psi_3, t)dt. \end{cases}$$

La démonstration se fait comme dans la première partie (n° 25).

26. Corollaire I. — $\psi_1(x_0, y_0, z_0, t)$, ψ_2 et ψ_3 sont des fonctions de t à variation limitée.

27. Corollaire II. — $\psi_1(x_0, y_0, z_0, t)$ a pour dérivée $f_1(\psi_1, \psi_2, \psi_3, t)$ en tout point où cette dernière fonction est continue, et il existe de tels points dans tout intervalle. Les fonctions $\psi_2(x_0, y_0, z_0, t)$ et $\psi_3(x_0, y_0, z_0, t)$ jouissent également de la propriété correspondante.

Comme chacune des fonctions $f_1(\psi_1, \psi_2, \psi_3, t)$, $f_2(\psi_1, \psi_2, \psi_3, t)$, $f_3(\psi_1, \psi_2, \psi_3, t)$ est continue pour des valeurs de t dans tout intervalle, il y a, dans tout intervalle, des valeurs de t pour lesquelles ces trois fonctions sont simultanément continues ; donc il y a, dans tout intervalle, des valeurs de t pour lesquelles les trois fonctions

$$x = \psi_1(x_0, y_0, z_0, t), \qquad y = \psi_2(x_0, y_0, z_0, t), \qquad z = \psi_3(x_0, y_0, z_0, t)$$

vérifient simultanément les équations différentielles.

28. IV. *Réciproquement, tout système de fonctions de* t,

$$x = F_1(t), \qquad y = F_2(t), \qquad z = F_3(t),$$

qui, dans l'intervalle (t_0, T), *vérifie les relations simultanées*

$$\begin{cases} x = x_0 + \int_{t_0}^{t} f_1(x, y, z, t)\,dt, \\ y = y_0 + \int_{t_0}^{t} f_2(x, y, z, t)\,dt, \\ z = z_0 + \int_{t_0}^{t} f_3(x, y, z, t)\,dt, \end{cases}$$

se réduit identiquement à

$$F_1(t) = \psi_1(x_0, y_0, z_0, t), \quad F_2(t) = \psi_2(x_0, y_0, z_0, t), \quad F_3(t) = \psi_3(x_0, y_0, z_0, t).$$

La démonstration se fait comme dans la première partie (n° 28).

29. V. *Les fonctions* $\psi_1(x_0, y_0, z_0, t)$, ψ_2 *et* ψ_3 *sont des fonctions de* t *ayant une dérivée intégrable.* (Première partie, nos 29 et 30.)

30. VI. *Le système de fonctions de* t

$$x = F_1(t), \qquad y = F_2(t), \qquad z = F_3(t),$$

qui sont continues et satisfont aux équations différentielles proposées, pour des valeurs de t *dans tout intervalle, qui ont des dérivées intégrables et se réduisent respectivement à* x_0, y_0, z_0, *pour* $t = t_0$, *est un système unique, c'est le système des intégrales*

$$F_1(t) = \psi_1(x_0, y_0, z_0, t), \quad F_2(t) = \psi_2(x_0, y_0, z_0, t), \quad F_3(t) = \psi_3(x_0, y_0, z_0, t).$$

La démonstration se fait comme dans la première partie (n° 32).

§ 4. Étude de quelques équations différentielles.

1° Fonctions continues.

31. Si les fonctions $f_1(x, y, z, t)$, $f_2(x, y, z, t)$, $f_3(x, y, z, t)$ sont continues par rapport à x, y, z et t, la limite (4) de la valeur de D_n (n° 20) prouve que le système

$$\frac{dx}{dt} = f_1(x, y, z, t), \quad \frac{dy}{dt} = f_2(x, y, z, t), \quad \frac{dz}{dt} = f_3(x, y, z, t)$$

sera intégrable, dans toute région où les dérivées partielles de f_1, f_2, f_3 par rapport à x, y et z seront limitées supérieurement et inférieurement.

2° Fonctions discontinues de t seulement.

32. *Le système d'équations*

$$\frac{dx}{dt} = f_1(x, y, z, t), \quad \frac{dy}{dt} = f_2(x, y, z, t), \quad \frac{dz}{dt} = f_3(x, y, z, t)$$

sera intégrable dans la région R, *si les dérivées partielles de* f_1, f_2 et f_3 *par rapport à* x, y *et* z *existent et sont limitées supérieurement et inférieurement, et si les fonctions* f_1, f_2 *et* f_3 *sont des fonctions intégrables de la variable* t, *pour tout système particulier de valeurs de* x, y *et* z *dans cette région.*

La condition $\lim D_n = 0$ se réduit ici, d'après la formule 4 (n° 20), à $\lim U = 0$, c'est-à-dire

$$\lim \sum_{i=1}^{i=n} (\Delta_1^t)_i \delta t = 0, \quad \lim \sum_{i=1}^{i=n} (\Delta_2^t)_i \delta t = 0, \quad \lim \sum_{i=1}^{i=n} (\Delta_3^t)_i \delta t = 0.$$

Pour établir ces relations, divisons respectivement en m parties égales les trois intervalles

$$x_0 - a(T - t_0), \quad x_0 + A(T - t_0) \text{ de } x;$$
$$y_0 - b(T - t_0), \quad y_0 + B(T - t_0) \text{ de } y;$$
$$z_0 - c(T - t_0), \quad z_0 + C(T - t_0) \text{ de } z.$$

Le premier, que nous représenterons plus simplement par (x'_0, x'_m), en parties δx, par les points $x'_0, x'_1, x'_2, \ldots x'_m$;

Le second (y'_0, y'_m), en parties δy, par les points $y'_0, y'_1, y'_2, \ldots y'_m$;

Le troisième (z'_0, z'_m), en parties δz, par les points $z'_0, z'_1, z'_2 \ldots z'_m$.

Cela fait, soit $(\Delta_1)_i^{k,h,l}$ l'oscillation de $f_1(x'_k, y'_h, z'_l, t)$ dans l'intervalle (t_{i-1}, t_i) de t.

La quantité $(\Delta_1^t)_i$ est égale au maximum, dans la région R_i, à l'oscillation de $f_1(x, y, z, t)$ quand t seul varie. Cette oscillation étant une fonction des variables x, y et z, lesquelles restent *a fortiori* comprises dans les intervalles respectifs (x'_0, x'_m), (y'_0, y'_m), (z'_0, z'_m), son maximum doit correspondre à un des intervalles δx de x, δy de y et δz de z. Supposons que ce soient respectivement les intervalles (x'_{h-1}, x'_h), (y'_{k-1}, y'_k), (z'_{l-1}, z'_l); on aura, dans ce cas, H étant défini comme au n° 20,

$$(\Delta_1^t)_i \leqq (\Delta_1)_i^{h,k,l} + 2H_1(\delta x + \delta y + \delta z),$$

et, *a fortiori*,

$$(\Delta_1^t)_i \leqq \sum_{h,k,l=1}^{h,k,l=m} (\Delta_1^t)_i + 2H_1(\delta x + \delta y + \delta z).$$

Par conséquent, en multipliant par δt, puis faisant la somme, pour $i = 1, 2 \ldots n$,

$$\sum_{i=1}^{i=n} (\Delta_1^t)_i \delta t \leqq \sum_{h,k,l=1}^{h,k,l=m} \left[\sum_{i=1}^{i=n} (\Delta_1)_i^{h,k,l} \delta t \right] + 2H_1(\delta x + \delta y + \delta z)(T - t_0).$$

Puique, par hypothèse, $f(x_h, y_k, z_l, t)$ est une fonction intégrable de t,

$$\lim_{n=\infty} \sum_{i=1}^{i=n} (\Delta_1)_i^{h,k,l} \delta t = 0,$$

et l'on a

$$\lim \sum_{i=1}^{i=n} (\Delta_1^t)_i \delta t \leqq 2H_1(\delta x + \delta y + \delta z)(T - t_0).$$

Comme le second membre est aussi petit que l'on veut avec δx, δy et δz, on en conclut

$$\lim \sum_{i=1}^{i=n} (\Delta_1^t)_i \delta t = 0,$$

et, de même,

$$\lim \sum_{i=1}^{i=n} (\Delta_2')_i \delta t = 0, \qquad \lim \sum_{i=1}^{i=n} (\Delta_3')_i = 0,$$

ce qu'il fallait démontrer.

Remarque. — La conclusion précédente subsiste alors même que les dérivées partielles par rapport à x, y et z seraient indéterminées, pourvu que l'on puisse vérifier les relations

$$\text{mod}\,[f_1(x+\delta x, y+\delta y, z+\delta z, t) - f_1(x,y,z,t)] \lesseqgtr H_1(\text{mod}\,\delta x + \text{mod}\,\delta y + \text{mod}\,\delta z),$$
$$\text{mod}\,[f_2(x+\delta x, y+\delta y, z+\delta z, t) - f_2(x,y,z,t)] \lesseqgtr H_2(\text{mod}\,\delta x + \text{mod}\,\delta y + \text{mod}\,\delta z),$$
$$\text{mod}\,[f_3(x+\delta x, y+\delta y, z+\delta z, t) - f_3(x,y,z,t)] \lesseqgtr H_3(\text{mod}\,\delta x + \text{mod}\,\delta y + \text{mod}\,\delta z),$$

sous les conditions précisées au n° 21.

33. Revenons à une équation unique de l'ordre p

$$\frac{d^p y}{dx^p} = f\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \dots \frac{d^{p-1}y}{dx^{p-1}}\right),$$

et supposons que les dérivées partielles de $f\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \dots \frac{d^{p-1}y}{dx^{p-1}}\right)$ par rapport à $y, \frac{dy}{dx}, \dots \frac{d^{p-1}y}{dx^{p-1}}$ soient limitées supérieurement et inférieurement. La limite de D_n fournie par la formule (5) (n° 21) montre que l'équation différentielle peut s'intégrer dans toute région où $f(x, y, \dots)$ sera une fonction intégrable de x, pour tout système particulier de valeurs de y et de ses dérivées.

Exemple. — L'équation linéaire de l'ordre p,

$$\frac{d^p y}{dx^p} + X_1 \frac{d^{p-1}y}{dx^{p-1}} + \dots + X_{p-1}\frac{dy}{dx} + X_p y = X,$$

sera intégrable dans tout intervalle où les fonctions X seront elles-mêmes intégrables.

APPENDICE.

COMPARAISON DES PRINCIPALES DÉMONSTRATIONS DE L'EXISTENCE DES INTÉGRALES (*).

Toutes les démonstrations qui ont été proposées jusqu'ici pour établir l'existence des intégrales d'un système d'équations différentielles à une seule variable indépendante, supposent essentiellement la continuité des fonctions qui entrent dans ces équations, et diffèrent notablement par là de celle qui a fait l'objet du Mémoire actuel. Nous croyons cependant utile d'en dire quelques mots, pour mettre en relief les rapports que notre démonstration peut avoir avec celles-là, et pour indiquer comment chacune de ces démonstrations pourrait, par une généralisation convenable, s'étendre au cas des fonctions discontinues dans lequel nous nous sommes placé.

Comme les considérations développées dans les pages qui précèdent concernent exclusivement le cas où les variables sont réelles, nous commencerons par écarter de notre comparaison toutes les démonstrations où l'on doit supposer les variables imaginaires, telles que la démonstration de Cauchy dite *au moyen du calcul des limites* et toutes celles qui en dérivent (**). Cela fait, on peut ramener les démon-

(*) Cette dernière partie, qui a été rédigée en vue de répondre à un désir exprimé à la fin du savant rapport de M. Mansion, a été approuvée par les trois commissaires qui ont examiné mon Mémoire.

(**) Voir l'énumération de ces recherches dans la *Notice historique* de M. Mansion (*Annales de la Société scientifique de Bruxelles*, 1891, t. XVI, 1re partie, pp. 32-36 et 60) et dans le *Nachtrag I* de la *Theorie der partiellen differential-Gleichungen*, etc., du même auteur (Berlin, Springer, 1892, pp. 26-30).

strations en question à trois types nettement distincts :

1° La démonstration de Cauchy ;

2° La démonstration par approximations successives de M. Picard ;

3° La démonstration de M. Peano.

Quoique la plus ancienne (1844), la démonstration de Cauchy est la plus satisfaisante des trois, et celle qui va le plus au fond des choses. Ce n'est pas une simple démonstration d'existence : elle fournit en même temps une méthode d'approximation des intégrales. Au contraire, la méthode de M. Picard ne peut plus servir au calcul approché que dans des cas particuliers, et cet avantage disparaît complètement dans celle de Peano.

Ces démonstrations peuvent se généraliser toutes les trois, mais la démonstration qui fait l'objet du Mémoire actuel est la généralisation de celle de Cauchy, qu'elle renferme comme cas particulier, et elle diffère essentiellement des deux autres. C'est ce que nous allons mettre en pleine lumière par une analyse rapide de chacune d'elles.

1° Méthode de Cauchy (*). — La méthode de Cauchy, aussi

(*) Nous ne connaissons la démonstration de Cauchy que par les *Leçons de calcul intégral*, publiées en 1844 par l'abbé Moigno (pp. 385-434 et 513-534). Elle a été reprise et complétée par Ph. Gilbert dans les quatre éditions successives de son *Cours d'analyse* (Paris, Gauthier-Villars, 1872, 1878, 1887, 1892). Lipschitz a précisé, mieux qu'on ne l'avait fait avant lui, les hypothèses nécessaires à la démonstration (*Lehrbuch der analysis*, t. II, 1880, sect. I, chap. XI), et la démonstration de Lipschitz se retrouve sans changement essentiel dans le *Traité d'analyse* de M. Ém. Picard (Gauthier-Villars, 1892, t. II, pp. 291-301). Cependant, à d'autres points de vue, les démonstrations que l'on trouve dans Moigno et Gilbert sont plus complètes que celles de Lipschitz et Picard; ainsi ce théorème important que les intégrales sont fonctions continues de leurs valeurs initiales, est démontré par les deux premiers auteurs et ne l'est pas par les seconds. (Voir n° 23, 1re et 2e partie du présent Mémoire.)

naturelle que possible, prend son point de départ dans la véritable origine des équations différentielles, *en les considérant comme limites d'une succession d'équations aux différences finies* (*), *et, par suite, leurs intégrales comme des limites de sommes, analogues aux intégrales définies.*

Voici, en nous bornant au cas le plus simple, celui d'une seule équation $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$, en quoi consiste cette méthode :

On partage l'intervalle (x_0, x) en n intervalles par les points $x_0, x_1, x_2, \ldots x_n = x$, et l'on forme les équations aux différences :

$$y_1 - y_0 = (x_1 - x_0) f(x_0, y_0),$$
$$y_2 - y_1 = (x_2 - x_1) f(x_1, y_1),$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$y - y_{n-1} = (x - x_{n-1}) f(x_{n-1}, y_{n-1}),$$

d'où

$$y = y_0 + \sum_{i=0}^{i=n-1} (x_{i+1} - x_i) f(x_i, y_i).$$

Ces équations déterminent successivement $y_1, y_2, \ldots y_{n-1}, y$. On démontre alors que, moyennant certaines conditions de continuité (**), cette expression y tend vers une limite déterminée quand, x restant fixe, on fait tendre tous les intervalles vers zéro, leur nombre croissant indéfiniment. Cette limite est l'intégrale dont on veut établir l'existence et, de plus, la somme

(*) Ém. Picard, *Traité d'analyse*, t. II, p. 304.

(**) Ces conditions sont toutes contenues dans celles du n° 35 (première partie). En particulier celles de Lipschitz (voir la note de la page précédente) sont les suivantes :

La fonction $f(x, y)$ est continue dans la région considérée, et, de plus, il existe une quantité positive k, telle que l'on ait

$$\mathrm{mod}\,[f(x, y_2) - f(x, y_1)] < k\,\mathrm{mod}\,(y_2 - y_1),$$

pourvu que les points (x, y_2) et (x, y_1) soient dans cette même région.

calculée y est une valeur approchée de cette intégrale. Comme on peut, pour un mode de subdivision donné, calculer une limite supérieure de la différence entre y et sa limite, c'est-à-dire une limite de l'erreur commise, on voit que la démonstration de Cauchy fournit une méthode pratique de calcul pour l'intégrale.

Ces conclusions de Cauchy sont évidemment une conséquence des résultats acquis dans le Mémoire actuel. En effet, si, pour le mode de subdivision de l'intervalle (x_0, x) dont il vient d'être question, on calcule les deux sommes Y_n et y_n comme nous l'avons indiqué au n° 4 (première partie), il est clair, par le raisonnement déjà si souvent employé, que les sommes Y_n et y_n comprendront entre elles la somme y de Cauchy. Par conséquent, dans tous les cas où les sommes Y_n et y_n tendront vers une limite commune, et, en particulier, dans les hypothèses du n° 34 qui sont celles de Cauchy, la somme en question y tendra vers cette même limite, qui est, comme nous le savons, l'intégrale de l'équation différentielle. Mais nous établissons en outre, comme conséquence de notre analyse, que cette somme y, calculée comme le fait Cauchy, peut encore tendre vers une limite unique et déterminée, même dans des cas où la fonction $f(x, y)$ serait discontinue. On voit ainsi que la généralisation que nous avons faite de la démonstration par laquelle Cauchy établit l'existence des intégrales des équations différentielles, correspond exactement à la généralisation faite par Riemann de la démonstration de l'existence des intégrales définies.

Enfin, la méthode que nous proposons est plus avantageuse que celle de Cauchy pour les calculs d'approximation, puisque les sommes Y_n et y_n, calculées comme au n° 4, sont des valeurs approchées par excès et par défaut de l'intégrale, qui laisseront beaucoup moins d'incertitude sur le résultat que les formules correspondantes de Cauchy pour le même mode de subdivision. D'autre part, les formules du chapitre II permettent d'assigner *d'avance* un nombre de subdivisions assez grand pour

obtenir le degré d'approximation dont on a besoin, puisqu'elles fournissent une limite supérieure de la différence $Y_n - y_n$ (*).

Toutes ces considérations s'étendent sans difficulté au cas de plusieurs équations simultanées, et nous ne nous y arrêterons pas.

2° Démonstration de M. Picard. — M. Ém. Picard a publié dans le *Journal de mathématiques* (1890) une démonstration nouvelle de l'existence des intégrales (**).

Il ne considère plus l'intégrale comme une limite de somme, mais il la définit par *une suite illimitée de quadratures successives*, comme nous allons l'indiquer.

Supposons, pour simplifier, qu'on ait l'équation unique

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y),$$

et soit y_0 la valeur initiale de y; on calcule, de proche en proche, une suite indéfinie de fonctions $y_1, y_2, \ldots y_n \ldots$ par les relations successives

$$y_1 = y_0 + \int_{x_0}^{x} f(x, y_0)dx,$$

$$y_2 = y_0 + \int_{x_0}^{x} f(x, y_1)dx,$$

. . . . . .

$$y_n = y_0 + \int_{x_0}^{x} f(x, y_{n-1})dx,$$

(*) C'est ici le moment de se poser une question : Pour le calcul approximatif, quelle valeur convient-il de donner aux nombres A_k et a_k qui servent au calcul des régions successives R_k (n° 4)? Il faut leur donner la plus petite valeur possible, afin de resserrer la différence $Y_n - y_n$, mais de manière cependant que Y_n et y_n comprennent toujours leur limite. Pour cela, il faut prendre $A_k = A$ et $a_k = a$ (n° 2), et l'on peut même faire $A_k = 0$, ou $a_k = 0$, si A ou a est nul, en vertu de la remarque du n° 16. Cette remarque s'étend d'elle-même aux équations simultanées.

(**) Cette démonstration, dite par approximations successives, est reproduite dans le *Traité d'analyse* de M. Picard, t. II, pp. 301-304.

et l'on démontre que, moyennant certaines conditions de continuité (*), et dans un intervalle suffisamment petit des valeurs de x, comprenant la valeur initiale x_0, y_n tend vers une limite déterminée, fonction de x, quand n tend vers l'infini. Cette fonction est l'intégrale cherchée, et cette intégrale est unique.

Cette démonstration, qui repose sur un mode de raisonnement d'un usage fréquent et d'une grande utilité dans la théorie des fonctions, est remarquable par sa grande simplicité, mais elle se prête mal au calcul approché, sauf dans le cas exceptionnel où chacune des quadratures successives peut s'effectuer exactement.

A vrai dire, cette démonstration ne présente pas de rapport immédiat avec la nôtre, mais il importe de remarquer qu'elle pourrait se généraliser comme celle de Cauchy et s'étendre, plus facilement même que celle-ci, au cas où les équations différentielles renferment des fonctions discontinues (**). Toutefois, comme la démonstration de M. Picard est moins naturelle que celle de Cauchy, et ne conduirait pas à des résultats aussi nets, nous croyons que, dans cet ordre de recherches, il vaut mieux prendre comme point de départ la démonstration de Cauchy, ainsi que nous l'avons fait.

3° Méthode de M. Peano. — Les méthodes de Cauchy et de M. Picard ont comme caractère commun de définir l'intégrale par des conditions plus particulières que la simple condition de vérifier les équations différentielles; de plus, elles

(*) Les conditions de Lipschitz (voir la note, page 76).

(**) En particulier, si l'on adopte la définition généralisée de l'intégrale que nous avons donnée au n° 22 (1re partie), il y a très peu de choses à changer à la démonstration de M. Picard pour établir, par la même voie, l'existence et l'unité de l'intégrale dans les conditions où nous nous sommes placé au n° 35 (1re partie). On peut aussi faire la même remarque pour le cas des équations simultanées.

exigent essentiellement, pour réussir, que les intégrales soient *uniques*, c'est-à-dire complètement déterminées par leurs valeurs initiales. C'est aussi, nous semble-t-il, le seul cas où l'on puisse dire que les équations différentielles soient *intégrables*, car, une équation différentielle nous apparaissant avant tout comme un mode de génération des fonctions, leur étude n'a d'intérêt que si leurs intégrales sont déterminées, sauf, peut-être, pour des valeurs exceptionnelles des variables, comme dans le cas des solutions singulières qui se rencontrent en analyse.

Quoi qu'il en soit de cette remarque, M. Peano se place à un point de vue tout différent de celui des auteurs précédents : il ne définit les intégrales par aucune autre condition que par celle de vérifier les équations différentielles, et il montre qu'étant donné le système d'équations entre n fonctions inconnues de t,

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1, x_2, \ldots x_n, t),$$

$$(i = 1, 2, \ldots n),$$

la continuité des fonctions f_i par rapport aux variables suffit pour établir l'existence d'un système *au moins* d'intégrales, prenant des valeurs initiales données, mais il peut, en général, en exister une infinité.

La démonstration dont nous parlons a fait l'objet d'un article étendu publié dans les *Mathematische Annalen* (t. XXXVII, pp. 182-228) (*), mais elle ne présente, ni dans son objet pro-

(*) Cette démonstration, rédigée à l'aide des symboles de la logique algébrique, est d'une étude très pénible pour ceux qui ne sont pas familiarisés avec ces notations. Nous avons donné du même théorème une démonstration plus simple dans les *Annales de la Société scientifique de Bruxelles* (t. XVII, 1re partie, pp. 8-12). Tout ce que nous disons ici de la démonstration de Peano s'applique aussi à celle-là, qui ne diffère pas essentiellement de celle de Peano.

pre ni dans ses procédés, aucune analogie avec la nôtre. Elle se borne strictement à établir l'existence de fonctions jouissant de la propriété indiquée, sans fournir aucun procédé pour les calculer.

Il serait facile de la généraliser et de montrer, par exemple, que l'on peut toujours trouver un système *au moins* de fonctions capables de vérifier les relations

$$x_i = x_{i0} + \int_{t_0}^{t} f_i(x_1, x_2, \ldots x_n, t)dt,$$

$$(i = 1, 2, \ldots n),$$

pourvu que les fonctions f_i soient intégrables par rapport à chacune des variables $x_1, x_2 \ldots x_n, t$, qui y entrent. Mais cette démonstration ne nous semble pas présenter grand intérêt.

Assez longtemps avant de publier la démonstration générale dont nous venons de parler, M. Peano avait démontré le théorème, pour le cas particulier d'une seule équation. Cette démonstration, qui a paru dans les *Atti di Turin* (1886), repose sur des principes spéciaux, qu'il est impossible d'étendre au cas de plusieurs équations; mais sa portée, que la comparaison fait mieux saisir, est exactement la même que celle de la démonstration générale dans le cas particulier dont il s'agit. Il y a dans cette démonstration particulière un point de contact avec la méthode exposée dans la première partie du présent travail. Nous allons l'indiquer.

Voici le principe de cette démonstration de Peano :

Étant donnée l'équation

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y),$$

si, à partir d'un certain point initial (x_0, y_0), on considère toutes les fonctions continues y dont la dérivée est constamment trop grande pour vérifier l'équation précédente, la limite

inférieure de toutes ces fonctions sera une relation $y = F(x)$ qui vérifiera l'équation différentielle. De même, la limite supérieure de toutes les fonctions dont la dérivée est constamment trop petite, en sera une autre. Celle-ci coïncidera nécessairement avec la première si l'équation n'admet qu'une intégrale unique.

Dans sa démonstration, M. Peano ne considère pas, comme ci-dessus, des fonctions continues quelconques, et c'est précisément le procédé qu'il emploie pour former des fonctions dont le coefficient différentiel est constamment trop grand (ou trop petit), qui rappelle notre méthode. Les fonctions de Peano sont figurées par des lignes polygonales telles que le coefficient de direction de chacun de leurs côtés soit constamment supérieur (ou inférieur) à la valeur de $f(x, y)$ tout le long de ce côté, ce qui appelle évidemment le rapprochement avec la manière dont nous déterminons les sommes Y_n et y_n dans notre méthode; mais le rôle de ces fonctions est absolument différent dans la démonstration de Peano ou dans la nôtre, et l'intégrale n'est pas considérée comme une limite de somme dans la méthode de Peano. Cette dernière méthode est extrêmement simple, parce que l'auteur se borne strictement à une démonstration d'existence et supprime tous les calculs qui ne sont pas nécessaires à cet objet, mais, en revanche, elle ne contient, sous la forme qui lui est donnée, aucune formule utile pour le calcul approché des intégrales.

RENARD DE SCHÖNAU

SIRE DE SCHOONVORST

UN FINANCIER GENTILHOMME

DU XIV^{e} SIÈCLE

PAR

le baron J. de CHESTRET de HANEFFE

CORRESPONDANT DE L'ACADÉMIE

Présenté à la Classe des lettres dans la séance du 7 mars 1892.

RENARD DE SCHÖNAU

SIRE DE SCHOONVORST

Une seule notice [1], faite à la hâte, existe sur un homme qui, du Rhin à l'Escaut, a rempli le monde de sa renommée; qui fut à la fois preux chevalier, financier, grand seigneur, diplomate, et dont la physionomie est certainement une des plus curieuses de son temps. Nous voulons parler de Renard de Schoonvorst. Et pourtant combien aujourd'hui le connaissent autrement que par le portrait si fidèle que nous a laissé de lui Hemricourt! Évidemment les différentes métamorphoses de ce personnage ont fait tort à sa réputation : on passe à côté de Renard de Schönau, comme à côté du sire de Fauquemont, sans se douter qu'on vient de coudoyer le sire de Schoonvorst. Les chroniqueurs mêmes se montrent sobres de détails sur son compte. Cela tient d'abord à ce que son existence s'est, pour ainsi dire, émiettée en différents pays : Cologne, Gueldre, Juliers, Fauquemont, Luxembourg, Liége et Brabant; ensuite, à ce qu'il fut avant tout homme de finance, ayant scellé plus de transactions que donné de grands coups d'épée. En revanche, les chartes sont moins avares de renseignements. Mais les chartes, comme on l'a très bien dit, ne sont que le squelette de l'histoire; ici les ligaments font souvent défaut, et l'on est réduit à juxtaposer, tant bien que mal, des membres épars, pour en faire un corps plus ou moins complet. Le lecteur voudra donc bien nous pardonner la sécheresse trop souvent inhérente à des narrations strictement renfermées dans les bornes de la vérité historique.

[1] G. D. Franquinet, *Les Schoonvorst*, publication de la *Société historique et archéologique dans le duché de Limbourg*, t. XI, pp. 229 et 422.

CHAPITRE PREMIER.

La Seigneurie de Schönau. — Famille et armoiries de Renard. — Son canonicat à Saint-Servais. — Ses campagnes en France; prise du sire de Montmorency. — Le margrave Guillaume de Juliers l'envoie en Angleterre; ses opérations usuraires.

Au nord d'Aix-la-Chapelle, entre le territoire de cette ville et le petit pays de Heiden, il y avait, au XIII^e^ siècle, une seigneurie avec maison forte appelée *Sconhowen*, *Schonouwen*, *Schoynauwen*, etc., ou, comme on dit aujourd'hui, *Schönau*. C'était une terre allodiale, libre par sa nature, et indépendante de tout prince ou seigneur étranger. Il existe aux archives de Munster, en Westphalie, une copie d'un diplôme du 25 octobre 1302, par lequel Albert I^er^, roi des Romains, confirme, en faveur de Gérard de Schönau, les privilèges du château et de la seigneurie de ce nom, notamment le droit régalien de battre monnaie [1]. Quelle que soit la valeur de cette pièce, il est certain que Schönau était déjà considéré, au commencement du XV^e^ siècle, comme un fief solaire, c'est-à-dire ne relevant que de Dieu et du soleil. Cette absence de tout lien féodal, autre que la suprématie de l'Empire, persista jusqu'au milieu du siècle dernier, malgré les entreprises des ducs de Juliers et de leurs vassaux, les seigneurs de Heiden [2].

La famille qui possédait Schönau et en portait le nom, était originaire d'Aix-la-Chapelle et s'appelait primitivement d'*Aix* (*aquensis*). Hemricourt, appliquant prématurément à plusieurs de ses membres le nom de *Schoenvorst*, que l'un d'eux devait illustrer, nous apprend que Heyneman (Henri?) d'Aix, dit *Schoenvorst*, noble et vaillant banneret, était de la race de Lim-

[1] Ce document, extrait d'une copie notariée d'une attestation donnée par le magistrat d'Aix-la-Chapelle, a été publié par M. Hansen, dans la *Zeitschrift des Aachener Geschichtsvereins*, t. VI, p. 102.

[2] *Ibid.*, pp. 85 et suiv.

bourg et de Haesdal. Il portait les armes de Limbourg, d'argent au lion de gueules, et criait *Limbourg ;* seulement le lion n'avait pas la queue fourchue et était brisé en poitrine de trois besants d'argent, côté de Haesdal [1]. Ce Heyneman, qui vivait, selon Butkens [2], en 1240, épousa la fille de Raes de Dammartin, sire de Warfusée, et eut d'elle plusieurs fils. Ceux-ci, à l'instar de presque toutes les familles qui portaient le lion du Limbourg, l'effacèrent de leur blason et crièrent *Dammartin,* par dépit de ce que le duc de Brabant, contre lequel ils avaient combattu à Woeringen, en avait écartelé ses armes. C'est ainsi que Raes (Erasme), le fils puîné de Heyneman, qui s'intitule : *miles de Sconhoven* [3], porta d'argent aux tortelets de gueules [4].

Raes II, son fils, dit d'*Oulpixhe* ou Ulpich, peut-être parce qu'à la possession de Schönau il joignait celle d'Uelpenich, épousa la sœur de Gérard du Jardin [5], qui

[1] De Hemricourt, *Miroir des nobles de Hasbaye,* 1re édit., pp. 11, 45 et 46.

[2] *Trophées de Brabant,* t. II, p. 251.

[3] Schoolmeesters, *Diplômes du Val-Benoît,* dans les *Publ. de la Soc. hist. du duché de Limb.,* t. XXI, p. 140. — Le surnom de *Maxhereit,* que Hemricourt donne à ce personnage, apparait dans les chartes en 1279, avec son parent de la branche aînée, Raes *li massereis de fehe* (Schoolmeesters et Bormans, *Notice d'un cartulaire de Notre-Dame, à Huy,* p. 62). Comme nous le fait observer judicieusement M. le chevalier de Borman, ce mot de *Massereis, Massureit, Mascharez,* en bas allemand *Maschereil,* n'est que le participe passé du verbe *mascarer, mascerer, mascurer* ou *maschurer,* qui signifie *barbouiller.* Tous ces termes dérivent du mot bas latin *masca,* masque, d'où aussi *maschara,* nom donné à une espèce de casque (v. du Cange). En rapprochant cette dernière signification du plus ancien sceau de Renard de Schönau, sur lequel on voit un heaume surmonté d'un masque monstrueux, on a la clef du sobriquet donné à sa famille. Lui-même, cependant, n'inscrivit jamais le surnom de *Mascharel,* ni sur ses sceaux ni dans les actes publics.

[4] On lit de même dans un armorial du XIVe siècle, contemporain de Renard de Schoonvorst, petit-fils de ce Raes : « Li sr. de Sconevost d'argent à tourtialx de geule et crie Dōmartin » (*Bull. de l'Inst. arch. liégeois,* t. V, p. 249).

[5] De Hemricourt, p. 51.

paraît avoir été de la maison de Bongart ou *de Pomerio* [1].

De ce mariage naquirent six fils, qu'on nous dépeint comme très puissants de corps, de haut courage et de grande entreprise. L'aîné, Jean, s'allia à la fille de Thibaut de la Vaux (Lavaux-Sainte-Anne), de la race de Warfusée. Le deuxième, nommé Ameil, étant devenu abbé de Saint-Trond (1330-1350), prit soin de l'éducation de tous ses frères. Hemricourt nous le représente comme « ly plus wailhans clers quy à son temps » portaist coronne, et de plus haultre honeur et de meilheur » estat selont sa puissance ». Deux autres fils, Gérard et Jean *Hage* [2] furent chanoines : l'un, à Saint-Lambert à Liége et à Notre-Dame d'Aix-la-Chapelle; l'autre, à cette dernière collégiale [3]. Le cinquième, Raes III dit Mascharel, mort en 1365, est cité comme seigneur de Schönau avec sa seconde femme Agnès de Bindervelt, le 13 janvier 1344 [4]. Il avait épousé, en premières noces, Adille (Adèle), fille de Thomas d'Esneux, dont il eut une fille qui transporta Schönau dans une autre famille [5]. Pour de plus amples détails sur les Schönau, nous renvoyons au tableau généalogique ci-après, pages 8 et 9.

Le plus jeune des enfants de Raes II, appelé Renard, s'est fait une grande place dans l'histoire, où il est connu sous le nom de Renaud de Schoonvorst. C'est avec raison que Hemri-

[1] Ces deux noms devraient, à la rigueur, se traduire par *du Verger;* mais nous croyons qu'on disait autrefois *du Jardin* (Cf. Willems, *Cod. dipl.* des *Brabantsche Yeesten*, t. II, p. 663; J. de Theux, *Hist. de la seign. de Montjardin*, pp. 14 et 15). D'ailleurs le prénom de Gérard était en usage dans la famille de Bongart. De plus, on verra que Renard, fils de Raes II, ajoutait à ses armoiries l'écu de Bongart, sans doute du chef de sa mère.

[2] Ce dernier mot doit avoir été mal orthographié et pris pour *Hanes*. On trouve, au XIVe siècle, plusieurs personnages appelés *Jehans* dit *Hanes*, ce qui constitue une redondance, le premier de ces noms étant français, le second, flamand.

[3] De Hemricourt, pp. 51 à 53.

[4] Quix, *Geschichte der Schlösser Schonau und Uersfeld*, p. 42.

[5] De Hemricourt, p. 53; manuscrits généalogiques de Le Fort, 1re partie, t. XXI, fol. 138 et suiv.

court, son contemporain, dit de lui qu'il fut « ly miez fortuneis » chevaliers quy puis 100 ans fuist entre Mouze et le Rins, car » ilh n'avoit nul patrimoine de peire et de meire, dont ilh » pouwist on cheval nourir ». Élevé au milieu de la savante congrégation des bénédictins de Saint-Trond, doué d'une intelligence peu commune en ces siècles d'ignorance et dans une classe qui ne prisait que l'habileté dans les armes, il sut bientôt sortir de l'humble position à laquelle semblait le condamner son rang de cadet de famille.

Grâce à l'appui des parents qu'il avait dans le haut clergé, le jeune Renard obtint un canonicat à Saint-Servais, à Maestricht. On cite la maison claustrale qu'il y possédait à l'époque de ses voyages d'outre-mer [1], et qui appartenait, en 1354, à son neveu Jean de Schonauwen, auquel, selon toute apparence, il céda sa prébende.

Dans le temps qu'il était chanoine, Renard vivait dans l'intimité de Guillaume V, margrave de Juliers, auprès de qui Gérard de Bongart, peut-être son oncle maternel, remplissait les fonctions de chambellan. C'est dans cette position qu'il commença à pratiquer le système de prêter de l'argent, en vue d'augmenter sa fortune ou son influence politique. L'église de Saint-Servais se trouvant obérée par des dépenses considérables, il lui donna la somme de trente-deux livres de vieux gros tournois, monnaie du roi de France, contre laquelle ses confrères du chapitre s'engagèrent, le 27 juillet 1338, à lui servir une rente viagère de quatre livres, même monnaie. Ajoutons ici que, le 15 octobre 1360, avec l'agrément du chapitre, il transféra cette pension sur la tête de son susdit neveu Jean de Schonowen, chanoine de Saint-Servais [2]. Qu'on ne croie pas

[1] *Archives de Saint-Servais*, cartulaire IIa, fol. 62 v°. — Il s'agit des séjours que Renard fit en Angleterre, vers 1341 ou 1342.

[2] FRANQUINET, annexes I et IV. La dernière de ces conventions nous donne une idée précise de la valeur de ces quatre livres de gros, en ce qu'elle permet au débiteur de les acquitter par quatre-vingts petits florins de bon or.

Heyneman d'Aix, dit *Sch*
= N., dame de Bretonbur en Warfusée, le
Vivait

Henri de Fexhe [1].
⋮

Raes [1] *miles* e
17 mars 1283 (1284) [3]; Raes e

Raes *miles de Schonoue*, 1319 (16 janv. 1320) [3], dit d'*Oulpirhe* (Uelpenich), = la sœur de Gérard du Jardin (d' Bongart?) [1].

Gérard e
chanoine de S.-Serv
1319, 132

Jean = N., fille de Thibaut de la Vaux [1].

Jean de la Vaux, grand maïeur de Liége, = N. des Champs [1].

Catherine [2] = Jean des Champs [1].

Ameil de *Sconouwen*, dit *Masscereil*, abbé de S. Trond [1], 14 déc. 1330 — † 20 février 1350 [12].

Gérard, chantre de N.-D. d'Aix, 1338 [13]; *Geras Mascharez*, idem et chan. de S.-Paul à Liége, 3 avr. 1339 [14]; puis chan. de S.-Lambert [1].

Jean *Hage*, chan. de N.-D. d'Aix [1].

Ex 1ma. Élisabeth de *Schounauwen*, dame de Wijnandsrade, veuve de Wijnand de Rode, chevalier [1], 24 novembre 1359 [17].

[1] De Hemricourt, *Miroir des nobles*, 1re édit., p. 45 et suivantes.

[2] Butkens, *Trophées de Brabant*, II, 251.

[3] Schoolmeesters *Dipl. du Val-Benoît*, dans les *Publ. de la Soc. hist. du duché de Limb*, XXI, 140.

[4] Quix, *Bernsberg*, 103.

[5] Quix, *Burtscheid*, 317.

[6] *Chartes de S.-Servais*, arch. de l'État à Maestricht.

[7] Franquinet, *Les Schoonvorst*, dans les *Publ. de la Soc. hist. du Limb.*, XI, 230; Charte de S.-Servais.

[8] Le Fort, manuscrits généal, aux arch. de l'État, à Liége.

[9] Quix, *Schonau*, 41.

[10] Quix, *Burtscheid*, 329.

[11] Butkens, II. 251; Quix, *Schonau*, 38.

[12] *Chron. de Saint-Trond*, éd. de Borman, II, 270 et 304.

st (Schönau), noble bann.,
Raes de Dammartin, sire de Warfusée [1].
) [2].

nhoven et sa femme,
onowen, 18 octobre 1290 [4].

Arnould de Bretonbur.

onowen,
6 [6]; puis doyen,
329 [8].

Jean [1] et son père, 18 oct. 1290 [4]; Jean *dictus Maschreil de Schonawen, miles*, 14 déc. 1314 [9]; Jean de *Schonowe*, 10 août 1324 [10]. *

? Aléide = Arnould de Julémont, sire de Wittem, chev.; vivaient 14 décembre 1314 [11].

aes *dictus Maschurel dominus de Schonawen*, chev, 13 janv. 1344 [15]; *Maschereil*, 25 juin 1361 [16]; † 1365 [8]. = 1° Une fille de Thomas d'Esneux [1], Adille, † 1335 [8]; 2° *Nesa, domina de Bylrevelt* (Agnès de Bindervelt, fille du châtelain de Montenaken), viv. 13 janv 1344 [15]; † 12 décembre 1349 [8].

Renard de Schönau, sire de Schoonvorst [1].

Aléide de *Schoynauwen*, dame de Rolle, tante d'Élisabeth ci-dessous, 24 nov. 1359 [17].

* Une fille, = N. de Gimmenich, chev. à Brouk près d'Aix-la-Ch. [1]

? Ex 2da. Jean de *Scoenowen*, neveu de Renard [18]; chanoine de S.-Servais, 18 mars 1354 [19], 22 janv. 1381 [20]; et de N.-D. à Maest., 14 mars 1355 [21]; receveur de l'év. de Liége et son feudataire à Bindervelt, 12 fév. 1368 [22]; curé de Gorssum, 25 fév 1374 (n. st.) [23]; écolâtre de Huy; † 1385 [24].

Quix, *Beiträge zur Gesch. Aachens*, I, 32.

J. de Theux, *Le chap. de Saint-Lambert*, II, 4 2, charte 210.

Quix, *Schonau*, 42.

Lacomblet, *Urkundenbuch*, III, p. 524.

Von Oidtman, *Test. der Elisabeth von Schönau*, dans la *Zeitschrift des Aacheuer Geschichtsvereins*, VIII, 214.

Franquinet, annexe IV.

Cartulaire de S.-Servais, IIa, fol. 62 v°, arch. de l'État à Maestricht.

Schoonbroodt, *Chartes du chap. de Saint-Martin, a Liege*, n° 278.

Id., *Chartes du chap. de Saint-Lambert*, n° 811.

C. de Borman, *Le livre des fiefs du comté de Looz*, 78.

Reg. de cens de S.-Servais, § V, n° 2, arch. de l'État à Maestricht.

Franquinet, 232.

cependant que cet acte eut le caractère d'un don purement gratuit, inspiré par une affection de famille : une note, écrite au dos du transfert, nous apprend en effet qu'il eut lieu *occasione dimissionis thelonii*. On verra plus loin que Renard devint seigneur engagiste de plusieurs tonlieux ; nous ignorons duquel il s'agit en cette circonstance.

La liaison de notre gentilhomme avec Guillaume de Juliers, jointe à son ardeur pour la profession des armes, qui seyait si bien à la mâle beauté de sa personne, lui fit prendre la résolution de suivre le margrave dans ses expéditions en France [1]. La guerre de Cent ans, qui devait mettre ce royaume à la merci des Anglais, était commencée. Guillaume et le roi d'Angleterre, Édouard III, ayant épousé les deux sœurs, filles du comte de Hainaut, se concertèrent pour marcher ensemble contre le roi de France, Philippe de Valois. Pris dès lors à la solde de son beau-frère et chargé de lui recruter des alliés, le margrave de Juliers, à la tête d'un corps d'Allemands, l'accompagna au siège de Cambrai, vers la fin de septembre 1339 [2]. Nul doute que Renard ne servît sous ses ordres, bien que Froissart [3] le cite parmi les seigneurs de l'armée brabançonne, lorsque celle-ci alla camper, avec le roi d'Angleterre, à La Flamengerie en Thiérache (21 octobre).

La campagne suivante fut signalée par le siège de Tournai, qu'Edouard entreprit le 23 juillet et leva après la trêve conclue le 25 septembre 1340 [4]. Les nombreux faits d'armes qui rendirent ce siège mémorable, sont complaisamment racontés par

[1] De Hemricourt, pp. 54 et 55.

[2] *Ibid.;* Cf. *Chroniques* de Froissart, éd. Buchon, t. I, p. 74, note. — Si nous nous sommes servi de cette édition, c'est qu'elle nous a fourni quelques notes précieuses au point de vue de la chronologie. Au surplus, nous avons craint de rebuter le lecteur en lui offrant, dans la longue citation qui va suivre, le texte sans doute plus pur, mais aussi moins intelligible, des versions de Froissart données par le baron Kervyn de Lettenhove.

[3] *Chroniques*, p. 82.

[4] Froissart, pp. 110 et 125, notes.

le prince des chroniqueurs. Laissons-lui la parole au sujet de Renard, qu'il n'appelle pas autrement que *Regnault de Sconevort* ou *le sire de Sconnevort*. « Or vous recorderons, dit-il [1], d'une chevauchée des Allemands, qui fut faite devant Tournay, à ce même pont de Tressin [2] où messire Robert de Bailleul et les Liégeois avaient déconfit les Hainuyers. Le sire de Randeroden,... messire Regnault de Sconevort..., et plusieurs autres de la duché de Juliers et de Guerles avoient pris en grand' vergogne ce que les Hainuyers avoient été ainsi rencontrés. Si parlementèrent ensemble à un soir, et s'accordèrent de chevaucher le matin au point du jour, et passer ce pont que on dit de Tressin. Si se armèrent et ordonnèrent dès la nuit bien et faiticement (*agréablement*), et partirent sur le jour : et aussi se mirent avec eux aucuns bacheliers de Hainaut qui point n'avoient été à la chevauchée dessus dite... Si chevauchèrent ces chevaliers et ces compagnons dessus nommés bellement et sagement; et étoient bien trois cent ou plus, toutes bonnes armures de fer; et vinrent au pont de Tressin droit au point du jour; et le passèrent outre sans dommage. Et quand ils furent par delà, ils s'avisèrent et conseillèrent ensemble comment ils s'ordonneroient, pour le mieux et à leur honneur réveiller et escarmoucher l'ost (*l'armée*) de France. Là furent ordonnés le sire de Randeroden et Arnoul son fils,... à être coureurs et chevaucher jusques aux tentes et logis des François; et tous les autres chevaliers et écuyers, qui bien étoient trois cent, devoient demeurer au pont et garder le passage, pour le défendre aux aventures des survenans.

» Ainsi et sur cet état partirent les coureurs, qui pouvoient être environ quarante lances, et très bien montés sur fleur de roncins et de gros coursiers; et chevauchèrent de premier tout bellement tant qu'ils vinrent en l'ost du roi de France. Donc se boutèrent (*se mirent*) eux dedans de plein eslai (*élan*), et commencèrent à découper cordes et paissons (*pieux*), et à

[1] Froissart, pp. 121 et 122.

[2] Nom d'un village situé sur la Marque, entre Lille et Tournai.

abattre et renverser tentes et trefs (*pavillons*), et à faire un très grand desroi (*trouble*), et François à eux estourmir (*attaquer*). Cette nuit avoient fait le guet deux grands barons de France, le sire de Montmorency[1] et le sire de Saint Sauf-lieu; et étoient encore, à cette heure que les Allemands vinrent, à leur garde. Quand ils ouïrent la noise et entendirent l'effroi (*le bruit*), si tournèrent cette part leurs bannières et leurs gens, et chevauchèrent fort et roide sur les coureurs qui leur ost avoient estourmi. Et quand le sire de Randeroden les vit venir, il tourna son frein tout sagement et fit chevaucher son pennon et ses compagnons, pour revenir au pont à leur grosse route (*troupe*), et les François après... Et étoient environ demi bonnier près l'un de l'autre, et tant qu'ils se pouvoient bien reconnoître et entendre de leurs langages; et disoient les François aux Allemands : « Ha! Ha! seigneurs, vous n'en irez pas ainsi »; et se hâtoient pour prendre le pont; et pas ne savoient la grosse embûche qui étoit au pont, de messire Regnault de Sconnevort et des autres...

« Quand les François eurent tant chevauché qu'ils furent près du pont, et ils virent la grosse embûche qui était au devant du pont toute armée et ordonnée, et qui les attendoit en très bon convenant (*ordre*), si furent moult émerveillés; et dirent entr'eux les aucuns qui regardèrent la manière : « Nous chas-» sons trop follement et de léger; si pourrons-nous plus » perdre que gagner ». Donc retournèrent les plusieurs, et par espécial la bannière du seigneur de Saint Sauf-lieu, et le sire aussi; et messire Charles de Montmorency et sa bannière chevaucha toudis avant, et ne voulut oncques reculer; mais s'en vint de grand courage assembler (*attaquer*) aux Allemands, et les Allemands à lui et à ses gens...

» Or vous dirai une grande appertise (*exploit*) d'armes et un grand avis dont messire Regnault de Sconnevort usa à l'assembler, et que on doit bien tenir et recommander à sage fait

[1] Charles baron de Montmorency, plus tard maréchal de France, mort en 1381.

d'armes. Il, qui étoit adonc en la fleur de sa jeunesse, fort chevalier et roide durement [1], bien armé et bien monté pour la journée, s'en vint assembler à la bannière du sire de Montmorency qu'il reconnut assez bien ; et s'avisa qu'il se viendroit éprouver à celui qui étoit plus prochain de sa bannière, car il pensoit bien que c'était le sire. Ainsi qu'il jeta son avis, il le fit, et férit (*frappa*) son cheval des éperons, et passa par force la route, et s'en vint au seigneur de Montmorency, qui étoit dessous sa bannière, bien monté sur un bon coursier ; et le trouva en bon convenant (*ordre*), l'épée au point, et combattant à tous lez (*côtés*), car il était aussi fort chevalier et grand durement ; et lui vint le sire de Sconnevort sur destre (*la droite*), et bouta son bras senestre (*gauche*) au frein de son coursier, et puis férit le sien des éperons, en le tirant hors de la bataille, comme vîte et fort chevalier. Le sire de Montmorency, qui bien se donna de garde de ce tour, se prit à défendre vassalment (*bravement*) comme fort et hardi chevalier, pour soi délivrer de ce péril et des mains du seigneur de Sconnevort ; et féroit à tas (*à coups redoublés*) de son épée sur le bassinet et sur le dos du seigneur de Sconnevort. Mais le sire de Sconnevort, qui bien étoit armé et monté, brisoit les coups à la fois et les recevoit moult vassalment [2]. Et tant fit par son effort, voulût ou non le sire de Montmorency, qu'il le créanta (*reçut*) prisonnier... Et firent adonc tant les Allemands et leur route qu'ils obtinrent la place, et prirent bien quatre vingt prisonniers, tous gentils-hommes, dessous la bannière messire Charles de Montmorency ; et repassèrent le pont sans dommage, et vinrent en l'ost devant Tournay, et ralla chacun à sa partie ; et se désarmèrent, et puis allèrent voir les seigneurs, dont ils furent bien fêtés, le comte de Hainaut et messire Jean de Hainaut son oncle, et plusieurs autres grands seigneurs qui là étoient. »

[1] « Rades et dur membrés », éd. Kervyn.

[2] « Baissoit le col et recevoit les horions assés vassaument », édition Kervyn.

Les prisonniers se rançonnèrent le plus tôt qu'ils purent, ajoute Froissart; d'où l'on peut tenir pour certain, étant connu le caractère intéressé de Renard, que le sire de Montmorency paya chèrement son audacieuse équipée.

Quelque temps après le siège de Tournai, le margrave de Juliers envoya en Angleterre messire Gérard à la Barbe (Gérard de Bongart?), que Hemricourt appelle *ly plus preux des Tixhons* (Flamands), et avec lui Renard de Schönau, pour réclamer du roi le prix de ses services. Mais Édouard était à court d'argent, et les ambassadeurs durent se contenter de la promesse qu'il payerait à une autre époque. Ce terme étant arrivé, Renard reprit seul le chemin de l'Angleterre, muni d'une quittance en règle du margrave. Nouvelle déception : le trésor royal était encore vide ; mais on lui dit que s'il voulait prendre en payement des draps ou des laines, il ne tenait qu'à lui d'en acheter. Renard comprit aussitôt le parti qu'il pourrait tirer de cette opération. Considérant qu'à cause de la guerre les exportations d'Angleterre pour la Flandre étaient défendues, et que par suite les laines étaient extrêmement chères à Bruges, il répondit qu'il prenait sur lui d'accepter la proposition du roi, pourvu que celui-ci voulût lui délivrer un sauf-conduit pour sa marchandise. Ainsi fut-il fait : Renard acheta des laines pour toute la somme qu'il avait à recevoir ; il les conduisit à Bruges, sans payer aucun droit, et les vendit un tiers de plus qu'elles ne lui avaient coûté, de sorte qu'il gagna bien 6,000 royaux [1]. Muni d'une partie de son argent, il alla trouver le margrave de Juliers, auquel il fit accroire qu'il ne rapportait point d'espèces sonnantes, mais qu'il avait dû se contenter de laines, et qu'à Bruges, où elles étaient en magasin, aucun marchand ne voulait lui en donner, à beaucoup près, le prix qu'elles avaient été estimées. Le pauvre margrave, pressé d'argent, chargea son mandataire de retourner en Flandre et d'y

[1] Le royal, aussi appelé double royal, était une monnaie d'or fin, successivement émise par les rois de France Charles le Bel et Philippe de Valois. La valeur intrinsèque en est d'environ 14 fr. 50 c[s] (voyez *Mémoires de l'Institut de France*, 1867, t. XXI, p. 236).

vendre sa marchandise au comptant, à quelque prix que ce fût. Renard s'arrangea de manière à arriver à Bruges juste à temps pour recevoir son dernier payement; puis, de retour en Allemagne, il en imposa si bien au margrave que, tous frais faits, cette nouvelle affaire lui valut encore 2,000 royaux [1].

Tous ces détails, Hemricourt les tenait du varlet même de Gérard à la Barbe. Les 8,000 royaux [2], ajoute-t-il, que Renard retira de cette opération, ont été le fondement de sa fortune, qui, dans la suite, s'accrut immensément. Au reste, pas un mot de blâme chez le vieil historien : ce que nous appellerions aujourd'hui escroquerie, messire Renard l'a fait parce qu'il était « sage et subtil ». Bientôt il entra en relations avec tous les princes, aussi bien en deçà qu'au delà de la Meuse, leur prêtant de l'argent sur leurs offices et sur leurs forteresses, sachant les ménager avec art dans leurs différends, au point qu'il devint omnipotent dans leurs conseils et qu'aucun n'aurait osé le mécontenter [3].

CHAPITRE II.

Renard à Luxembourg. — Il épouse Catherine de Wildenberg. — Ses relations avec les évêques de Liége Adolphe et Englebert de la Marck; il devient leur maréchal. — Son premier sceau. — Renard amman de Bonn et de Brühl; puis engagiste des domaines de l'archevêque de Cologne, Walram de Juliers. — Il est armé chevalier à la bataille de Vottem. — Il devient feudataire de l'archevêque de Cologne. — Sa présence à Saint-Trond après la bataille de Tourinne.

Il est souvent malaisé de suivre pas à pas notre gentilhomme dans son existence affairée. En 1342, nous ne le rencontrons

[1] De Hemricourt, p. 55.

[2] Cette somme représenterait aujourd'hui environ 116,000 francs, valeur intrinsèque; et au moins sept fois autant ou 812,000 francs, si l'on tient compte de la dépréciation de l'or depuis le XIVe siècle.

[3] De Hemricourt, p. 56. — En qualité de juriste, ce chroniqueur n'ignorait pas sans doute que « les officiers ne doivent prêter argent à leur seigneur sur leur office ». Cet abus était prévu dans la *Lettre des Vingt*, donnée en 1324 (*Ord. de la princ. de Liége*, 1re série, p. 175).

qu'une fois : c'est le 6 décembre, à Luxembourg, lorsque Gerlache de Mondersdorp, en présence de ses deux cousins, messires Robert de Forest et *Renault de Schonouwe,* fait hommage de sa seigneurie de Montjardin au roi Jean de Bohême, comte de Luxembourg [1].

Un an après, le jour de Noël 1343 (1344 st. rom.), on le trouve sous le nom de *R. Mashereit*, que lui donne le greffier, parmi les témoins d'un relief fait à Liége. Le 13 mars et le 24 septembre 1344, dans les mêmes circonstances, il est appelé successivement *R. Maskeret marisc.* et *R. de Scoenhowe marisc.* [2].

Renard résidait donc alors fréquemment à Liége; il était maréchal de l'évêque Adolphe de la Marck, bien qu'il n'eût pas encore été reçu chevalier; de plus, si l'on considère qu'une de ses filles était déjà mariée en 1363, il faut croire qu'il avait résigné sa prébende pour prendre femme. La faveur dont l'honorait l'évêque, s'expliquerait ainsi par cette circonstance qu'il était devenu son neveu par alliance. Renard épousa, en effet, Catherine de Wildenberg, veuve d'Othon de Born, sire d'Elsloo, laquelle avait pour père Philippe, sire de Wildenberg, et pour mère Jeanne de la Marck [3]. Or, cette dernière était la propre sœur de l'évêque. Cela résulte, à toute évidence, du passage de Hemricourt (p. 56), où il nous apprend que la femme de Renard était « une très noble dame », fille du seigneur de Wildenberg et cousine germaine de l'évêque Englebert et du comte de la Marck, tous deux neveux d'Adolphe :

[1] J. de Theux, *Histoire de la seigneurie de Montjardin*, p. 14.

[2] *Cour féodale,* reg. XXXIX, fol. 94 et 95.

[3] Franquinet, annexe VI; Lacomblet, *Urkundenbuch für die Geschichte des Niederrheins*, t. III, nos 246 et 292; Ernst, *Histoire du Limbourg,* t. III, pp. 430 et 431. — Disons, en passant, qu'on ne peut trop admirer la sagacité, unie au savoir et à la prudence, de ce dernier écrivain qui, avec des matériaux incomplets, savait presque toujours reconstituer l'histoire.

Everard, comte de la Marck, =
1° Ermengarde de Limbourg,
fille d'Adolphe VI, comte de Berg.

2° N.,
comtesse de Looz.

Englebert II,
comte de la Marck;
= Mathilde,
comtesse hérit. d'Arenberg.

Adolphe,
évêque
de Liége.

Jeanne,
= Philippe,
sire de
Wildenberg [2].

Englebert le jeune,
sire
de Loverval;
= Elisabeth de
Hamal,
fille de Jean,
sire de Hamal,
et de
Marie d'Oreye [4].
Laquelle Elisabeth
= 2° Wautier
de
Binckem;
3° **Renard,**
sire de
Schoonvorst.

Adolphe,
comte
de la Marck.

Englebert,
év. de Liége,
puis archev.
de
Cologne.

Everard,
comte
d'Arenberg [1].

Catherine, dame de
Wildenberg;
= 1° Othon de Born,
sire d'Elsloo;
2° **Renard,**
sire
de Schoonvorst [3].

Lorsque ce même Englebert brigua la succession de son oncle, mort le 3 novembre 1344, il trouva dans Renard un précieux auxiliaire qui « pourchassa » pour lui l'évêché de Liége. Ayant réussi à se faire préconiser par le pape, le 23 février de l'année suivante, il récompensa largement les bons offices de son parent, en le nommant son maréchal et en lui donnant un échevinage à Liége, fonction pour lors très recherchée. Renard cependant — et cela n'étonnera personne — n'eut guère le temps de remplir ce dernier emploi, dont il se démit en faveur d'Arnould de Charneux [5].

Il devait avoir aidé de sa bourse l'évêque Adolphe de la Marck, qui mourut, comme on sait, criblé de dettes. C'est ce que nous apprend une déclaration du 6 janvier 1346, délivrée à l'évêque Englebert et au chapitre cathédral de Liége, par laquelle il les tient quittes de toutes ses prétentions à l'égard de la succession d'Adolphe, sauf une créance de 1,600 royaux et l'arran-

[1] Voir Ernst, dans l'*Art de vérifier les dates*.
[2] Ernst, *Histoire du Limbourg*, t. III, pp. 430 et 431.
[3] De Hemricourt, p. 56; Lacomblet, t. III, nos 246 et 292.
[4] De Hemricourt, p. 223; Le Fort, manuscrits généal.
[5] De Hemricourt, p. 56.

gement consenti par Englebert, touchant les biens meubles de son prédécesseur [1].

Cet acte est intéressant à plus d'un titre. Renard s'y qualifie d'*armiger*, écuyer. Il y appose son sceau avec ses armoiries, consistant en un écu parti comme suit : à gauche, un petit écusson au chevron (Bongart portait de gueules au chevron d'argent) timbré d'un casque de front et d'un cimier en forme de masque monstrueux; à droite, cinq tourteaux placés 2, 2 et 1 (Schönau). Légende : ✠ SIGILLVM ❀ RENARDI ❀ DE ❀ SCONOVEN (fig. 1 de la planche).

Tandis qu'il s'établissait à la cour de Liége, Renard prenait pied dans l'électorat de Cologne, où Walram de Juliers, frère

[1] *Chartes du chapitre de Saint-Lambert*, n° 1293, aux archives de l'État, à Liége. Cette charte étant inédite, il ne sera pas sans intérêt de la publier ici :

« Universis ac singulis presentia visuris ac audituris, Reynardus de Sconouwen, armiger, cognitionem veritatis. Noveritis quod ego super omnibus et singulis causis, rebus, querelis et impetitionibus quibus hactenus agere habui cum reverendo in Christo patre ac domino, domino Engelberto Leodiensi episcopo, domino meo dilecto, occasione reverendi in Christo patris ac domini mei bone memorie, domini Adolphi quondam episcopi, dicti domini mei Engelberti predecessoris et patrui, eumdem dominum meum reverendum dominum Engelbertum episcopum necnon venerabiles viros dominos vice decanum totumque capitulum Leodiense et communem patriam quito et quitos proclamo liberos et absolutos, promittens bona fide ipsos nec eorum aliquem de premissis vel eorum aliquo amplius non impetere quocumque modo, salvis mille et sexcentis regalibus aureis. Venerabilis dominus Reynerus de Argentea et ego habemus litteram dicti capituli de quibus regalibus dedi inducias solvendi, scilicet de mille usque ad exitum mensis mayi, et de sexcentis regalibus usque nativitatem beati Johannis Baptiste proxime futuram, salvaque conditione de bonis mobilibus dicti quondam domini mei bone memorie, domini Adolphi episcopi Leodiensis, michi concessa in littera dicti domini mei, domini Engelberti episcopi Leodiensis, super hoc confecta, exceptione qualibet exclusa, testimonio presentium meo sigillo munitarum. Datum anno Domini nativitatis millesimo quincencentesimo (*sic*) quadragesimo sexto in die epiphanye Domini ».

du margrave, occupait le trône archiépiscopal. Déjà le 30 mars 1345, il figure, en qualité d'amman ou bailli de Bonn et de Brühl, au nombre des seigneurs qui se portent garants d'une obligation contractée par l'archevêque envers le chapitre [1]. Ce prélat, réduit à recourir à des moyens extrêmes, pour faire face aux dépenses occasionnées par les dernières guerres, fut bientôt obligé d'engager à Renard ses domaines, châteaux et revenus particuliers. On vit alors le roi Jean de Bohême, comte de Luxembourg, acheter la voix de Walram en faveur de son fils Charles de Luxembourg, aspirant à l'Empire, en promettant de rembourser à Renard de Schönau les 64,000 royaux et les 15,500 écus, le tout de bon or et de poids, que lui devait l'électeur. Renard s'entoura de minutieuses précautions pour assurer sa créance, dont 20,000 royaux et 3,300 écus devaient être garantis par l'engagement du château, de la ville et du pays de Durbuy, avec toutes leurs appartenances [2]. Les chiffres cités dans cette convention, passée le 15 juin 1346, peu d'années après le fameux coup d'essai de notre maître financier, nous montrent jusqu'à quel point il s'entendait à faire fructifier son argent [3].

Un mois après, nous retrouvons Renard dans le pays de Liége, mettant, à Vottem, son épée au service d'Englebert de la Marck, contre ses sujets révoltés (19 juillet 1346). On connaît l'issue de cette bataille où l'évêque défait perdit un de ses meilleurs alliés, le sire de Fauquemont. Les *Chroniques de Liége* nous apprennent qu'avant l'action quantité de jeunes

[1] Lacomblet, t. III, n° 422.

[2] *Ibid.*, n° 432.

[3] Il ne faut pas cependant s'étonner outre mesure de ce rapide accroissement de fortune. L'argent était rare au moyen âge et les intérêts extrêmement élevés. Hallam, dans son livre de *L'Europe au moyen âge*, nous en fournit de nombreux exemples. 64,000 royaux représentent, en valeur intrinsèque, environ 928,000 francs ; 15,500 écus, comptés à 16 francs, en font 248,000 ; total 1,176,000, au pouvoir de 8,232,000 francs en 1346.

gentilshommes furent armés chevaliers [1]. De ce nombre était Renard de Schönau qui, le même jour, leva bannière [2].

Les comptes de la ville d'Aix-la-Chapelle témoignent des fréquents déplacements de Renard, dans le courant de cette année 1346. Un jour il occasionne à la ville une dépense de douze marcs; une autre fois, de neuf marcs [3]. L'usage voulait, en effet, qu'on offrît à tout personnage de marque s'arrêtant au moins un jour en ville, le vin d'honneur et des épices. La quantité variait d'après la qualité de l'hôte et l'importance de sa suite [4].

Il est certain que, déjà à cette époque, Renard avait jeté les bases de sa richesse foncière; car, pour devenir banneret, il fallait être puissant en terres et en vassaux. D'ailleurs, on le voit bientôt disposer de plusieurs alleux. Voulant se l'attacher par un lien durable, l'archevêque Walram de Juliers lui donna, le 12 juillet 1347, 10,000 petits florins d'or de Florence [5], en échange desquels Renard se déclara vassal de l'église de Cologne et lui fit hommage des seigneuries de *Berge* et de *Mertzene*, des

[1] Henaux, *Histoire du pays de Liège*, 3e édit., t. I, p. 449, note 1.

[2] De Hemricourt, p. 56 : « Cis meismes Mess. Renars fut marissaz al Evesque Eglebert desseurnomeis et fut ses aydans en weres de Voteme et de Tourines, al encontre do pays de Liége, et y prist l'ordenne de Chevalerie et y levat banire tot sor on jour ». De même, la *Chronique de l'abbaye de Saint-Trond*, éd. de Borman, t. II, à l'année 1347 : « Reinerus de Scoenvorst, baro factus in bello illo ». — En présence de ces deux textes, on pourrait douter s'il s'agit de la bataille de Vottem ou de celle de Tourinne, qui fut livrée le 21 juillet 1347. Mais une charte antérieure à cette date (du 12 juillet, voir ci-après), où Renard est qualifié de *miles*, chevalier, tranche définitivement la question.

[3] *Ausgabe, Rechnung vom J. 1546*, dans Laurent, *Aachener Stadtrechnungen aus dem XIV. Jahrhundert*, p. 78. — Notez qu'en 1346 quatre florins d'or valaient sept marcs d'Aix-la-Chapelle, et un *rioyl* ou royal, un peu plus de deux marcs.

[4] Cf. Quix, *Schloss Rimburg*, p. 24.

[5] Le florin d'or de Florence ayant une valeur intrinsèque d'environ 12 francs, 10,000 florins représentent 120,000 francs, au pouvoir de 840,000 francs en 1347.

deux cours qu'il avait dans ces villages, ainsi que de sa part dans la seigneurie de *Lanclair* [1].

Cette aliénation était à peine effectuée que Renard dut reprendre le chemin du pays de Liége, où Englebert de la Marck, soutenu par le duc de Brabant, s'apprêtait à venger sa défaite de l'année précédente. L'évêque rencontra l'armée des communes entre Tourinne et Waleffe, et, avec l'aide de ses alliés d'Allemagne, remporta une victoire complète (21 juillet) [2]. Le jour même de la bataille, Renard chevaucha jusqu'à Saint-Trond, dont son frère Ameil, en qualité d'abbé, possédait la moitié de la seigneurie. Arrivé au monastère, il annonce aux religieux effrayés que le duc de Brabant, pour se venger de l'hostilité des Saintronnaires, va raser leur ville. Aussitôt les bourgeois sont prévenus; mais il ne leur reste qu'un parti à prendre : n'ayant rien à espérer, ni de l'évêque ni de l'abbé, qui, depuis le commencement des troubles, a transporté sa résidence à Ter Dolen [3], ils s'empressent de reconnaître le duc pour leur haut avoué et le reçoivent, quelques jours après, dans leurs murs [4].

[1] Lacomblet, t. III, n° 443. — *Mertzene*, que le savant archiviste de Dusseldorf traduit par Mertzenich, est plutôt Niedermertz (voir Strange, *Beiträge*, XII, 18). Ce village, de même que celui de *Lanclair*, aujourd'hui Lanckler, se trouve entre Aix-la-Chapelle et Juliers. Quant à *Berge*, nom de lieu fort répandu, il est plus difficile de préciser.

[2] Une note conservée par Le Fort, (2e série, t. XXVI, fol. 244) et extraite d'un manuscrit de Langius, qui lui-même l'avait tirée d'une vieille chronique, semble se rapporter à cette rencontre et à une action d'éclat de notre chevalier. Nous la transcrivons sans autre commentaire : « L'an 1347, par l'advis du Sr de Havelanges, messire Renard de Dickenberg (?) dict le Massureit, qui lors estoit mareschal du camp d'Englebert évesque de Liége, ayant seu le cry des Liégeois, alla jusques dedens les tentes des Liégeois et y boutta le feu dedans ».

[3] Dépendance de Helchteren, en Campine.

[4] *Chronique de l'abbaye de Saint-Trond*, édit. de Borman, t. II, pp. 286 et suiv.

CHAPITRE III.

Renard engagiste des domaines de Charles IV : la Roche, Durbuy, Rulland et l'avouerie de Stavelot. — Il devient seigneur de Schoonvorst. — Renard vicaire général pour le temporel de l'archevêque de Cologne. — Il contribue à la nomination de Guillaume de Gennep. — Le duc de Brabant, dont il est feudataire, le choisit pour juré de la *Landfriede*.

De retour sur les bords du Rhin, Renard s'appliqua de plus en plus à se rendre indispensable aux princes de la maison de Juliers. L'archevêque de Cologne et le comte Englebert III de la Marck, voulant mettre fin à leurs contestations territoriales, choisirent pour arbitres le margrave de Juliers et Renard de Schönau. L'accommodement résultant de ce compromis fut fait à Cologne, le 5 décembre 1347, et suivi d'un acte supplémentaire passé dans la même ville, le 2 janvier 1349 [1].

Revenons maintenant aux finances de Renard, car dans une étude biographique sur ce banquier gentilhomme, on ne peut faire un pas sans rencontrer quelqu'un de ses débiteurs. Le roi Jean de Bohême s'était fait tuer à Crécy, le 26 août 1346. Ce prince aveugle était mort à la façon des héros d'Homère, mais en laissant d'innombrables créanciers. Il n'avait pu notamment rembourser à Renard de Schönau l'entièreté de la dette contractée pour acheter à son fils Charles la couronne romaine (voy. p. 19). En attendant, Renard avait reçu en gage non seulement la ville et le pays de Durbuy, conformément à la convention du 15 juin 1346, mais encore le comté de la Roche. C'est ce que nous apprend une transaction du 17 avril 1348 [2], par laquelle les héritiers d'Arnould d'Arlon promettent à Baudouin de Luxembourg, archevêque de Trèves, stipulant pour son petit-neveu Charles, roi des Romains et comte de Luxembourg, de payer à « Renier de Schonowe, chevalier, » 20,000

[1] Lacomblet, t. III, n° 450.

[2] *Comptes rendus des séances de la Commission royale d'histoire, Archives de Coblence*, 1re série, t. III, p. 270. La charte est datée de Trèves (st. flor.), « in die cene Domini » (le jeudi saint) 1348.

royaux d'or, pour dégager les comtés de la Roche et de Durbuy. Mais peu après, sans attendre ce remboursement, Baudouin racheta lui-même de Renard le comté de la Roche; de sorte que, le 6 mai, Charles IV reconnut devoir au chevalier « Reinhard de Schonawe, *seigneur de Schonevorst*, » une première somme de 9,500 royaux et une autre de 500 florins, en garantie desquelles il lui donna le château de Rulland, la ville et le château de Durbuy, ainsi que l'avouerie de Stavelot et de Malmédy [1]. L'archevêque finit par racheter également tous ces biens, patrimoine de sa famille, et s'en fit délivrer une reconnaissance par le roi Charles, le 4 février 1349 [2].

La charte du 6 mai 1348 a pour nous une importance capitale, en ce qu'elle nous montre, pour la première fois, Renard en possession de la seigneurie de Schoonvorst, dont il porta depuis constamment le titre. On a déjà vu que Hemricourt non seulement ne fait aucune distinction entre Schoonvorst et Schönau, mais qu'il semble n'avoir jamais entendu parler de ce dernier endroit. Quix suppose que les deux domaines appartenaient à la même famille, et les auteurs qui l'ont suivi prétendent que la terre de Schoonvorst a été détachée de celle de Schönau; ils vont même jusqu'à désigner, sans le moindre fondement, les titulaires de l'une et de l'autre seigneurie.

Sans nier absolument cette communauté d'origine, nous ferons observer que Schoonvorst [3], situé vers le sud d'Aix-la-Chapelle, est séparé de Schönau, situé vers le nord, par la ville de Borcette et d'autres petits territoires. La vérité est que la seigneurie de Schoonvorst n'apparaît dans les chartes qu'avec Renard de Schönau. C'était, au témoignage d'un

[1] Wurth-Paquet, *Table chronol. des chartes, etc., du Luxembourg*, nos 134 et 135, dans les *Publ. de la section hist. de l'Institut*, t. XXIII, p. 35.

[2] *Ibid.*, p. 41, no 167.

[3] On écrit aujourd'hui *Schönforst*, mais cette orthographe officielle a l'inconvénient de trop s'éloigner de la forme ordinaire *Schoonvorst*, consacrée par l'histoire.

document du XIV^e^ siècle, un fief impérial (*Reichslehn*), qui, par conséquent, ne pouvait être aliéné qu'avec l'assentiment du chef de l'Empire [1]. Après l'avoir acquis, sans doute à prix d'argent, Renard y fit construire une forteresse imposante. Tel était du moins le château de Schoonvorst en 1396, lorsqu'il fallut sept semaines d'efforts à Guillaume, duc de Gueldre et de Juliers, pour en dépouiller le fils aîné de Renard.

En raison de son alliance avec Catherine de Wildenberg, veuve d'Othon d'Elsloo, le sire de Schoonvorst fut appelé à sceller l'acte autorisant le comte Guillaume de Neuenar à assigner à sa femme, Jeanne d'Elsloo, un douaire de 550 marcs sur son fief (Neuenar?) dépendant du margrave de Juliers (25 juillet 1348) [2].

L'année 1349 marque le point culminant de l'influence du sire de Schoonvorst dans l'électorat de Cologne. Il en était arrivé à concentrer dans ses mains tout le pouvoir temporel du malheureux archevêque. Une convention conclue le 3 mars avec Rutger de Honepel, au sujet du château d'Empel, nous le montre agissant en qualité de vicaire général de Walram pour toutes les affaires temporelles [3].

Une autre fois, à Heimbach, il appose son scel à l'acte du 30 juin [4] par lequel le margrave de Juliers, assisté de son frère l'archevêque et de Thierri comte de Looz, reçoit la soumission de ses deux fils, Gérard comte de Berg et Guillaume de Juliers.

Cet acte est le dernier où l'on voie Renard intervenir pour

[1] Lacomblet, t. III, p. 780, note 2.

[2] De Gudenus, *Codex diplomaticus*, t. II, p. 1112.

[3] « Wir Reynart van Schoynouwe here zu Sconenvorst, gemeyne vickaris in allen wertlichen sachen des eirwirdichen in christo vaders ind uns heren, heren Walravens ertzebuschofs zu Colne » (Lacomblet, t. III, n° 474).

[4] « Des neisten dinsdaghis na sente Peters unde sente Pauwels daghe »; le 1^er^ juillet, selon Lacomblet, t. III, n° 480 ; mais plutôt le 30 juin, conformément à l'*Art de vérifier les dates*, art. Guillaume V, marquis de Juliers.

Walram de Juliers. Ce prélat, noyé de dettes et dégoûté du gouvernement, alla mourir à Paris, le 14 août 1349. Aussitôt Nicolas de Prague, protégé par le roi des Romains, dont il était le chancelier, se mit sur les rangs pour lui succéder. En prévision du triomphe de son candidat, Charles IV alla jusqu'à confirmer éventuellement, par lettres du 18 août, certains arrangements faits par Nicolas avec Gérard, comte de Berg, et à nommer Renard arbitre suprême dans leurs différends [1]. Mais il avait compté sans les préférences du sire de Schoonvorst, qui, à force d'argent, fit si bien que le pape conféra la dignité archiépiscopale à Guillaume de Gennep, chanoine de l'église métropolitaine de Cologne et de Saint-Lambert à Liége. Choix heureux, dont Renard, suivant l'expression de Hemricourt, « fut grossement rémunéreis » [2].

C'est une chose notoire combien, en ces temps de violence, les guerres privées étaient devenues communes dans les pays situés entre la Meuse et le Rhin. Il en était résulté d'affreux abus, car presque toujours les hostilités dégénéraient en véritables brigandages. Pour parer à ces désordres, l'archevêque de Cologne, le duc Jean III de Brabant et de Limbourg avec son fils Godefroid, ainsi que les villes de Cologne et d'Aix-la-Chapelle, établirent de commun accord, le 13 mai 1351, un tribunal de paix ou *Landfriede*, chargé de connaître des infractions au repos public. Chacun des confédérés nomma trois jurés, au nombre desquels on voit figurer le sire de Schoonvorst de la part du duc Jean et de son fils [3].

On ne s'étonnera pas que Renard ait été désigné par le duc de Brabant et de Limbourg, quand on saura qu'il était depuis longtemps son vassal. Au *Latynsboek* ou recueil des feudataires de Jean III, recueil formé vers 1350, Renard de *Scoenouwen*, encore sans qualification, figure comme tenant en

[1] Lacomblet, t. III, n° 487.
[2] De Hemricourt, p. 56.
[3] Lacomblet, t. III, n° 496.

fief trente journaux de terre près de Loverich, au comté (*sic*) de Juliers [1].

Un peu plus tard, dans la partie primitive du *Stootboek*, écrite vers la fin du règne de Jean III (mort en 1355), Reynier ou Renaud, sire de Schoonvorst, est mentionné comme ayant relevé du Limbourg le château et le village de Walravensberg sur l'Inde (aujourd'hui Nothberg sur la Dende) [2].

Enfin, le *Spechtboek*, transcrivant le *Stootboek*, nous apprend que le même Renaud reçut de Jean III et ensuite de la duchesse Jeanne, la seigneurie de Kessenich, comme fief brabançon [3].

[1] Galesloot, *Le livre des feudataires de Jean III, duc de Brabant*, p. 226.

[2] *Cour féodale de Brabant*, reg. n° 2, fol. 77 v° : « Her Reynere van Scoenouwen, heer van Scoenevorst, de borgh met den dorpe van Waelravensberghe, op den Inde, met allen den toebehoerten in hoeghen gherechten, in nederen, in naten, in droeghen, in lande, in beenden, in bossce, in visscerien ende in allen anderen dinghen der vorseidene borch ende dorpe toebehoerende, ten lemborchscen rechte ». — Ce relief est reproduit dans le *Spechtbtoek* (fol. 326) à peu près dans les mêmes termes, sauf que Walravensberg se trouve désigné comme fief du Brabant. Quoi qu'il en soit, ce devait être, avant tout, une terre mouvante du pays de Juliers, puisque nous voyons, en 1361, le duc Guillaume V disposer du manoir de « Bergh up der Indén » avec toutes ses appartenances, et en investir Edmond von Engelsdorf, un successeur de Renard, comme d'un fief héréditaire de Juliers (*Zeitschrift des aachener Geschichtsvereins*, VI, 115).

[3] *Ibid.*, reg. n° 4, fol. 325 v° : « Her Renault here van Scoinvoirst der alde ontfing van den hertoge Janne van Brabant ende namaels van hertogynne Jehanne, voer een brabantssche leen, alsulc goet ende heerlicheit van Kessenich, als die van Bruenshorne daer te hebben plagen, metter kercke ghyften, met chynsen, pachten, gulden ende allen anderen toebehoirten, ende dit steet noch in Jan Stoets boke op heren Jans oir van Bruenshorne ». — Cette seigneurie de Kessenich, située sur la rive gauche de la Meuse, entre Maeseyck et Ruremonde, avait sans doute été apportée à Renard par sa femme Catherine de Wildenberg. Une charte donnée par Lacomblet (t. III, n° 292) nous apprend en effet que ladite Catherine et son premier mari Othon, sire d'Elsloo, reçurent Kessenich et Grevenbicht du comte Guillaume de Juliers, en échange du château et du pays de Wildenberg avec d'autres biens.

CHAPITRE IV.

La succession de Fauquemont et de Montjoie. – Renard mis en possession de Saint-Vith et d'Euskirchen; puis *mambour* de Fauquemont. — Il achète de Philippine de Fauquemont toutes ces seigneuries et celle de Montjoie. — Son troisième sceau. — Prise de Griepekoven. — Renard échange Euskirchen contre Zétrud. — Son rôle comme arbitre de Wenceslas, duc de Brabant, dans les contestations au sujet de Malines; sa lettre au comte de Flandre. — Walram de Born revendique Fauquemont les armes à la main. — Difficultés de Renard avec l'abbé de Saint-Trond au sujet de Helchteren. — Son deuxième sceau. — Il vend au duc de Juliers Fauquemont, Montjoie, Saint-Vith et reçoit en gage la terre de Caster.

Un champ plus vaste s'ouvrit bientôt devant Renard, pour agrandir ses domaines et augmenter sa puissance. En 1352 mourut Jean, sire de Fauquemont et de Montjoie, ne laissant pour recueillir son héritage que des sœurs. Nous citerons : Philippine, non encore mariée à cette époque; Béatrix, épouse de Thierri, seigneur de Bréderode; Marguerite, veuve de Hartrad, sire de Schöneck; Marie, abbesse de Maubeuge; et une cinquième, chanoinesse à Reichenstein [1].

L'aînée, Philippine, se mit aussitôt en possession des seigneuries de Fauquemont et de Montjoie avec leurs dépendances. Dès lors bien dotée, elle trouva la même année, quoique déjà vieille, un mari dans la personne de Henri de Flandre, sire de Ninove [2]. Mais la succession du dernier sire de Fauquemont était hypothéquée pour des dettes considérables. C'est ainsi que les châteaux de Montjoie et de Butgenbach [3] avec leurs pays respectifs, de même que la cour de Rudesheim avec ses appartenances à Euskirchen, se trouvaient engagés

[1] Il y avait à Reichenstein, près de Montjoie, un couvent de religieuses prémontrées fondé par un sire de Fauquemont (Lac., II, n° 381). C'est là que vivait cette sœur de Philippine mentionnée par Hemricourt comme chanoinesse en Allemagne.

[2] De Hemricourt, p. 115.

[3] Butgenbach, dans la seigneurie de Saint-Vith.

à différents créanciers [1]. Autant pour les retirer de leurs mains que pour conserver ces possessions lointaines, Henri de Flandre et sa femme ne trouvèrent d'autre expédient que de s'adresser au sire de Schoonvorst. Ils lui empruntèrent 15,000 vieux écus d'or, et, par commission du 4 février 1353, l'autorisèrent à prendre possession, en leur nom, de Butgenbach, de Saint-Vith et d'Euskirchen; à y nommer ou destituer les fonctionnaires; à en garder les châteaux et administrer les revenus, ainsi qu'à négocier et faire un arrangement avec l'abbesse de Maubeuge, la dame de Bréderode, la dame de Schöneck et la chanoinesse de Reichenstein. C'était se mettre en quelque sorte sous la dépendance de Renard. Celui-ci en profita pour faire à Philippine et à son mari un compte plus ou moins usuraire de l'argent prêté, de manière que les intérêts, commissions et autres frais s'élevaient déjà, au 14 avril, à 6,000 écus. Sa créance montant ainsi à 21,000 écus, il eut soin de se faire délivrer une promesse que la seigneurie de Montjoie lui serait donnée en gage avant la Saint-Remi [2].

Renard avait tout intérêt à ne pas voir contester les droits de ses débiteurs. Aussi ne tarda-t-il pas à entrer en négociation avec les sœurs de Philippine; mais il ne réussit, à ce qu'il semble, qu'auprès de Marguerite de Fauquemont. Par acte du 1er mai, celle-ci vendit à Henri de Flandre et à sa femme, pour la somme de 11,000 vieux écus d'or, sa troisième part dans les villes, châteaux et seigneuries de Fauquemont, de Montjoie, de Butgenbach, de Saint-Vith et d'Euskirchen [3]. La charte de cette vente, de même que celle du 9 mai, qui régla la liquida-

[1] Lacomblet, t. III, n° 515. — L'inféodation de ces différents biens à Philippine date du 24 août 1352.

[2] Lacomblet, t. III, p. 419, note 1; et n° 519.

[3] Nijhoff, *Gedenkwaardigheden uit de Geschiedenis van Gelderland*, t. II, n° 58. — De ce que la part de Marguerite était d'un tiers, on peut conclure qu'à cette époque toutes les sœurs de Jean de Fauquemont, qui, selon Butkens (t. I, p. 484), étaient au nombre de six, ne se trouvaient plus en état de prétendre à sa succession.

tion du prix [1], fut scellée par le duc Jean III et par plusieurs de ses feudataires de Brabant et de Limbourg, en tête desquels nous voyons figurer le sire de Schoonvorst. Par surcroît de précaution, ce dernier fit ensuite confirmer par Marguerite l'engagement que son beau-frère, Henri de Flandre, avait pris au sujet de Montjoie (1er juin) [2].

Une fois enserré dans les filets du sire de Schoonvorst, le mari de Philippine ne pouvait que tomber dans une humiliation plus profonde. De nouveaux emprunts qu'il se trouva forcé de lui faire, le mirent, le 24 novembre, dans la triste nécessité de constituer Renard *mambour* de Fauquemont, d'Euskirchen, de Butgenbach, de Saint-Vith et de Heerlen ; et cela jusqu'au remboursement de toutes les sommes prêtées [3]. En lui conférant cette charge, Henri de Flandre procédait en réalité à une abdication déguisée. La preuve en est qu'étant entré, depuis près d'un an, dans la confédération de la *Landfriede*, en qualité de sire de Montjoie et de Fauquemont, il se vit obligé, le 1er février 1354, de faire ratifier son adhésion par son mambour, le sire de Schoonvorst [4].

La vente de tous les biens d'outre-Meuse appartenant à Henri et à Philippine, était devenue inévitable. Elle eut lieu peu de temps après [5], car une charte, datée de Bruxelles le 11 mars 1354 [6], nous montre le duc Jean de Brabant donnant à « Renard, sire de Montjoie, de Fauquemont et de Schoonvorst », l'investiture de toutes les possessions fauquemontoises mouvant du Limbourg, savoir : Montjoie, Butgenbach, la cour de Rudesheim, le manoir de *Berge* (?), la cour de Boslar [7], la

[1] *Comptes rendus des séances de la Comm. roy. d'hist.*, 1re sér., t III, p. 218.

[2] Lacomblet, t. III, p. 423, note.

[3] *Ibid.*

[4] Meyer, *Aachensche Geschichten*, p. 326.

[5] Lacomblet, t. III, p. 423, note (charte du 20 avril 1354).

[6] *Ibid.*

[7] Près de Linnich, pays de Juliers. La grande ferme de Boslar faisait partie des biens engagés à Renard l'année précédente (voy. *Aach. Geschichtsverein*, II, 298).

ville de Sittard, le tonlieu de Heister [1] et de Galoppe, jadis nommé la *conduite* (*das Geleit*) *de Gressenich* [2], la cour d'Eysden, la quatrième partie de Heerlen avec la juridiction et les quinze hommes, la moitié [3] de Mechelen près de Galoppe et le tonlieu de Linnen [4].

La seigneurie même de Fauquemont, comprenant le château, la ville et le pays de ce nom, étant un fief impérial, ce fut le roi des Romains, Charles IV, qui en accorda l'investiture à Renard, par lettres patentes données à Toul le 4 avril 1354 [5].

Quant au château, à la ville et au bailliage de Saint-Vith, une charte du 20 avril nous apprend que Henri de Flandre et sa femme prièrent le duc Wenceslas de Luxembourg [6] d'en investir le sire de Schoonvorst. Par une seconde lettre du même jour, ils reconnurent avoir substitué ce dernier dans les droits qu'ils avaient acquis de Marguerite, dame de Schöneck, sur le tiers de la seigneurie de Montjoie [7].

De cette manière Renard devint propriétaire légitime d'un héritage dont chacun craignait de s'embarrasser. On pouvait voir, en effet, surgir d'un moment à l'autre un nouveau compé-

[1] Non loin d'Eschweiler.

[2] Il s'agit du droit de conduite sur les routes, pour escorter les marchands et les voyageurs. Gressenich, aujourd'hui Grossenich, était dans le territoire de Cornélimunster, au sud-ouest de Heister.

[3] Le texte de LACOMBLET porte *Helecht*. FAHNE (*Gesch. der Köln. Geschl.*, II, p. 132), traduit par *Hälfte*.

[4] Sur la rive droite de la Meuse, au-dessus de Ruremonde.

[5] DE DYNTER, *Chroniques des ducs de Brabant*, t. II, p. 687 ; DE HEMRICOURT, p. 115. — Le diplôme est daté du vendredi avant le jour des Rameaux (*feria sexta ante festum Palmarum*) 1354. Ce n'est donc pas le 18 avril, comme on l'a écrit par une erreur d'autant plus frappante que la fête de Pâques ne peut tomber après le 25. Nous ferons remarquer, une fois pour toutes, que la chronologie et les faits en général ont été assez maltraités par l'historien des Schoonvorst.

[6] Le roi Charles avait abandonné à son demi-frère Wenceslas le comté de Luxembourg, qu'il érigea ensuite en duché.

[7] LACOMBLET, t. III, p. 423, note.

titeur, oncle du dernier sire : c'était Jean de Fauquemont, seigneur de Born et de Sittard, dont les prétentions se basaient sur le droit impérial qui excluait les femmes de la succession aux fiefs de l'Empire [1]. Cependant il se contenta de garder Sittard [2], de sorte que Renard prit possession de Fauquemont et de Montjoie, qu'il garnit de meubles et pourvut de vivres et munitions [3]. Ce fut donc chez lui qu'on assista au triste spectacle dont nous parle Hemricourt (p. 116), lorsqu'il nous dépeint une sœur de Philippine, la chanoinesse de Reichenstein, devenant folle de chagrin par la perte du domaine de ses ancêtres, et, dans l'idée qu'elle était dame de Fauquemont, allant s'installer dans le vieux manoir, où par pitié on la conserva jusqu'à sa mort.

Élevé au rang des grands dynastes de l'Empire, le sire de Fauquemont plaça l'écu de Schönau sur une aigle aux ailes déployées, qu'il entoura de la légende : ✣ **s' reinardi dn̄i de valkn̄burg et de schoynvorst** (charte du 30 juin 1356 et fig. 3 de la planche).

En qualité de seigneur de Fauquemont et de Montjoie, plutôt que comme juré de la *Landfriede*, Renard prit une part active à une expédition organisée, en 1354, par les princes et les villes de la confédération, avec l'aide de deux nouveaux adhérents, le margrave de Juliers et Thierri de Heinsberg, comte de Looz. Il s'agissait de s'emparer d'un repaire de bri-

[1] De Hemricourt, p. 115; Butkens, t. I, p. 484.

[2] Cette ville avait été donnée en fief par le duc de Brabant et de Limbourg à Thierri, sire de Fauquemont, en 1334 (Lac., III, n° 284). Elle passa ensuite, on ne sait comment, à son oncle Jean de Fauquemont, qu'une charte de 1342 (Lac., III, n° 372) qualifie déjà de seigneur de Sittard, et qui y fut enterré en 1356 (Butk., II, 163 et 313). Walram, fils et successeur de ce dernier, s'intitule, la même année, seigneur de Sittard (Habets, dans les *Publ. de la Soc. hist. du duché de Limbourg*, VIII, 25) et se fait inhumer à côté de son père (1378). Il en résulte que, malgré ses lettres d'investiture, Renard ne fut jamais en possession de Sittard.

[3] Cf. Lacomblet, t. III, n° 561.

gands nommé *Griepekoven* ou *Grypinckhoyven*. Ce château, dont la situation est aujourd'hui inconnue, avait été acheté par le margrave de Juliers en 1348 [1]; depuis, il était devenu, entre les mains des frères Goswin et Arnold von Zievel, chevaliers, et d'un autre hobereau appelé Othon von Dreile, une forteresse redoutable. Assiégé depuis le 30 mai, battu par des engins de toute espèce, il ne capitula que le 23 juin. Encore la garnison put-elle sortir librement; mais le château fut rasé et ses anciens maîtres condamnés à dédommager les marchands qu'ils avaient détroussés [2].

Telle était l'activité de Renard, que des choses de la guerre et des affaires les plus considérables on le voit passer au rôle de commissaire impérial dans un maigre débat. C'est ce que nous apprend un document du 2 septembre 1354 [3], par lequel Charles, roi des Romains, charge Renaud, seigneur de Fauquemont, d'instruire le procès de Louis de Saive, chevalier, avec les douze lignages de Liége, et de lui en faire parvenir les pièces, afin qu'il puisse mettre fin à de pareilles dissensions. On ne sait rien d'autre de cette querelle, si ce n'est que ce Louis de Saive, dont le chroniqueur Radulphe de Rivo fait un échevin de Liége, avait été récemment banni du pays, et que plus tard, à son instigation, l'empereur fit comparaître ses anciens collègues à Maestricht, lors du séjour qu'il y fit en 1357 [4].

Renard cependant ne perdait point de vue la poursuite de ses intérêts. Euskirchen et Rudesheim, qu'il venait d'acquérir, étant situés au loin vers le Rhin, il trouva avantageux de les échanger contre la seigneurie de Zétrud ou Zittard, au sud de

[1] Lacomblet, t. III, n° 459.

[2] De Dynter, *loc. cit.*; Meyer, pp. 327 et 328. — Ce dernier auteur donne des détails très circonstanciés sur le siège de Griepekoven. La capitulation, qu'il a eue sous les yeux, nous a conservé les noms des quarante-quatre hommes qui composaient la garnison (voir Ennen, *Quellen zur Geschichte der Stadt Köln*, t. IV, n° 361).

[3] Jean d'Outremeuse, *Ly myreur des histors*, t. VI, p. 579, note.

[4] Chapeauville, *Gesta pontificum leodiensium*, t. III, p. 7.

Tirlemont, que le margrave Guillaume de Juliers possédait du chef de sa mère, Élisabeth de Brabant. Mais, comme la ville d'Euskirchen avait plus de valeur que Zétrud, il fut stipulé que Guillaume se chargerait de payer les 8,000 vieux écus d'or encore dus à la dame de Schöneck et hypothéqués sur Euskirchen. Cet acte fut passé le 12 mars 1355 et scellé par Jean III, comme duc de Limbourg [1]. On y remarque que le margrave, de même que plus tard son fils, traite Renard de *zwager*, beau-frère, ce qui n'implique peut-être aucun lien de parenté et n'a d'autre valeur que celle d'une qualification honorifique.

Le village de Zétrud, aujourd'hui Zétrud-Lumay, formait une grande seigneurie relevant du comté de Namur comme pairie du château. Aussi, deux jours après l'échange, le margrave donna-t-il un acte de renonciation à ce fief, en priant le comte Guillaume de Namur d'en investir Renard, seigneur de Fauquemont, et en ordonnant aux habitants de reconnaître ce dernier pour leur seigneur légitime [2].

Il faut croire que l'obtention de cette investiture donna lieu à des difficultés, puisqu'elle figure parmi les conditions d'un accord fait entre les mêmes contractants, l'année suivante [3], et que ce fut seulement le 5 août 1358, que le margrave de Juliers « reporta en mains » du comte de Namur la terre de Zétrud « au profit de noble homme monseigneur Renart de Sconevorst [4] ».

Cependant le duc Jean III était mort le 5 décembre 1355, laissant les duchés de Brabant et de Limbourg à sa fille Jeanne, épouse de Wenceslas, duc de Luxembourg. Ce jeune prince n'avait pas 19 ans. Il fut bientôt subjugué par l'esprit supérieur de Renard, qui ne tarda pas, comme on va le voir, à se placer à la tête de son conseil. Dès les premiers mois de leur règne (1356), les nouveaux souverains lui accordèrent un diplôme confirmatif de tous les privilèges octroyés à Montjoie et à Fauquemont

[1] Franquinet, annexe II.
[2] *Ibid.*, annexe III.
[3] Lacomblet, t. III, n° 561.
[4] S. Bormans, *Les fiefs du comté de Namur*, pp. 71 et 88.

par l'empereur Charles, leur frère, et le duc Jean, leur père [1].

Vers la même époque surgirent avec le comte de Flandre, Louis de Male, beau-frère de la duchesse, les malheureuses contestations qui eurent pour effet d'abaisser Wenceslas aux yeux de ses sujets. Le comte, ne voulant pas se contenter de la part attribuée à sa femme Marguerite dans la succession de Jean III, réclamait la ville de Malines. On était sur le point d'en venir aux mains, lorsque les amis des deux princes s'interposèrent pour amener un accommodement. Ceux du duc de Brabant étaient le seigneur de Fauquemont, Jean de Looz, seigneur d'Agimont, messire Frank de Halen et le seigneur de Bautershem. Ils convinrent qu'on nommerait huit arbitres, quatre de chaque côté, qui se rendraient à Halle en Hainaut, pour y juger, sans désemparer, des débats élevés entre les deux pays, avec pouvoir d'assigner, s'il y avait lieu, Malines à la comtesse de Flandre. Les lettres de Wenceslas qui nous font connaître cette convention, sont datées d'Assche, le 28 juin 1356. Deux autres pièces y sont annexées ; par la première, le duc ordonne à ses féaux Jean de Looz, sire d'Agimont, et Renier, sire de Fauquemont, d'assigner Malines à la comtesse Marguerite, promettant de les tenir indemnes de cet acte et de le faire approuver par la duchesse [2].

La mission confiée à Renard nous le montre dès lors implicitement désigné comme un des arbitres brabançons. Quelques jours s'écoulèrent avant la nomination des commissaires flamands. Dans cet intervalle, on voit le sire de Fauquemont assister, à Bruxelles, à la sentence prononcée par Wenceslas sur le différend existant entre les comtes de Looz et de Salm, relativement à leurs droits sur le comté de Chiny (1er juillet) [3].

Les quatre arbitres choisis par Louis de Male furent commissionnés le 6 juillet. Dans leurs patentes se rencontrent égale-

[1] Fahne, *Geschichte der kölnischen Geschlechter*, t. II, p. 132.

[2] Willems, *Codex diplomaticus*, dans les *Brabantsche Yeesten*, t. II, p. 477.

[3] *Ibid.*, p. 480.

ment les noms des arbitres brabançons, savoir le sire de Fauquemont et les trois autres conseillers de Wenceslas qui avaient proposé la conférence [1]. Mais il arriva que les Bruxellois, justement irrités de la faiblesse du prince, se saisirent de quelques-uns des pacificateurs et les retinrent en prison [2]. L'histoire ne dit pas si messire Renard fut de ce nombre. Quoi qu'il en soit, les négociations se trouvant ainsi rompues, le comte de Flandre n'hésita pas à reprendre les armes. Quelques troupes brabançonnes, assemblées à la hâte, furent taillées en pièces le 17 août, aux portes de Bruxelles [3], et, sans coup férir, Louis de Male reçut la soumission de presque toutes les villes du pays.

Leur exemple fut suivi par la plupart des feudataires du Brabant. D'autres, sommés par le comte de lui rendre hommage, lui firent savoir qu'ils resteraient fidèles à leurs souverains; les plus exaltés lui signifièrent, dans un rude langage, qu'ils prenaient parti contre lui. Renard aussi refusa d'abandonner le prince vaincu; mais sa lettre est d'un diplomate plutôt que d'un homme de guerre. Évidemment il ne voulait pas se brouiller à tout jamais avec le très haut et très puissant comte de Flandre [4].

[1] Willems, *loc. cit.*, p. 481.

[2] Zantfliet, *Amplissima collectio*, t. V, col. 263; Levold de Northof, *Chronica comitum de Marka*, apud Meibom, *Rerum germanicarum scriptores*, t. I, p. 405.

[3] Zantfliet, *loc. cit.*, prétend que dans cette rencontre, connue sous le nom de bataille de Scheut, le sire de Schoonvorst portait la bannière ducale, et qu'il l'abandonna honteusement pour se joindre aux fuyards. Ce fait est heureusement controuvé: tous les autres historiens s'accordent à dire que le sire d'Assche était porteur de l'étendard du Brabant; il est même fort douteux que Renard ait pris part à l'action.

[4] Voici le contenu de cette lettre, qui doit avoir été écrite avant le 30 août, jour où Renard avait perdu le droit de s'intituler sire de Fauquemont: « An synen harde hooghen ende edelen den greve van Vlaendren. Heirre, ir wist wie dat eyn orloghe is tusschen mine heere van Lucemburch ende van Brabant ende Uch, wellich mich met herten leyt is, ende ic muys bliven bij minen heere van Brabant vourscreven, int dair mit willich intghein Uch verwaert zijn. Reynaert, here van Monoye, van Valkenburch ende van Scoinvorst » (Willems, *Cod. diplom.*, p. 512).

Tandis que ces graves événements retenaient le sire de Fauquemont dans les conseils du duc de Brabant, ses affaires prenaient une mauvaise tournure dans ses possessions d'outre-Meuse. Jean de Fauquemont, seigneur de Born et de Sittard, était mort le 3 mars (ou mai) 1356, laissant pour héritier son fils Walram, déjà seigneur de Ravestein et de Herpen. Celui-ci, décidé à exercer le droit de retrait lignager et prétendant que la vente de Fauquemont était nulle, prit les armes et se mit à envahir les terres de Renard. Le sire de Fauquemont, chez qui la prudence égalait la valeur, chercha à tirer son épingle du jeu. Comme il se trouvait encore à la cour de Bruxelles, il commença par négocier avec l'abbé de Saint-Trond, afin de se débarrasser d'abord des biens mal gardés qu'il avait en Campine. Mais pour comprendre ce qui va suivre, il importe de reprendre la chose de plus haut.

On se rappelle que l'abbé de Saint-Trond, Ameil de Schönau, frère de Renard, résida quelque temps à Ter Dolen, en Campine. Il y avait là un manoir qui, avec le village de Helchteren, appartenait à son monastère. Afin de mettre ces possessions lointaines à l'abri des rapines, ou pour tout autre motif, l'abbé avait permis à son frère de les occuper temporairement et d'en retirer tous les profits attachés à la seigneurie. Messire Renard aurait préféré les avoir en accense [1], sa vie durant; mais les religieux s'opposèrent unanimement à son dessein. De là grande colère du seigneur de Schoonvorst, qui déclara retirer tout appui à la communauté. Il refusa même de se dessaisir, à la mort de son frère (1350); et dès lors, au dire des moines, sa conduite fut celle d'un véritable usurpateur. Pour le dédommager de ses prétendus déboursés, l'abbé Robert de Crenwick, successeur d'Ameil, en fut réduit à conclure, le 28 décembre 1355 (1354 n. st.), une transaction en vertu de laquelle Renard, pour lors sire de Fauquemont et de Montjoie, continuerait à jouir des biens en question pendant quatre ans, après quoi il recevrait encore une somme de mille florins d'or de Flo-

[1] Terme de coutume, qui se dit d'un héritage donné à cens, c'est-à-dire à condition d'en payer une rente.

rence. Mais le sire de Fauquemont avait compté sans l'hostilité de son compétiteur, Walram de Born. Craignant de perdre ses biens de Helchteren par le fer et le feu, il consentit, le 30 juin 1356, à les restituer à l'abbé, moyennant le prix convenu, plus une indemnité de 120 florins par an, pendant les quatre années qui restaient à courir [1].

Le préjudice causé au monastère de Saint-Trond par cette déplorable affaire s'éleva, dit-on, à 2,150 florins d'or. De plus, il paraît qu'à l'instar des avoués d'église, Renard s'était livré à d'horribles exactions. « Et dire, s'écrie le chroniqueur de l'abbaye, que cet homme gorgé de richesses, se trouvant au lit, malade, n'a pas songé à nous faire la moindre restitution ! Gardez-vous donc bien, vous qui prenez à cœur les intérêts de ce monastère, de jamais accenser à vie aucun de ses biens à un puissant de la terre ! gardez-vous surtout d'accorder cette faveur aux frères ou aux parents de vos abbés ! »

Deux mois après avoir pris cet arrangement, qui pour lui était de peu de conséquence, Renard avait réussi à se débarrasser également des seigneuries de Fauquemont et de Montjoie, en les endossant à son ami le margrave Guillaume de Juliers. L'acte même de ce transport est perdu, mais une charte postérieure [2] nous prouve qu'il y eut vente et non échange, comme le croyait Hemricourt ; qu'on y comprit Butgenbach, Saint-Vith, Heerlen, Ambel [3] et Eysden ; et que pour

[1] *Chronique de l'abbaye de Saint-Trond*, édit. DE BORMAN, t. II, p. 310; PIOT, *Cartulaire de l'abbaye de Saint-Trond*, t. I, pp. 523 et 540. — A la charte de 1354 (n. st.) est appendu le sceau de Renard, sire de Schoonvorst, non encore modifié par suite de l'acquisition de Fauquemont et tel qu'on le retrouve postérieurement à la vente de cette seigneurie. L'écu de Schönau aux neuf tourteaux, placés 3, 3, 2, 1, y est entouré d'un encadrement et de la légende : ✠ S REINARDI DE SCHONAUWEN DNI DE SCHONEVORST (fig. 2 de la planche).

[2] LACOMBLET, t. III, n° 621.

[3] Amel ou Amblève, dans la seigneurie de Saint-Vith; et non *Aubel*, comme dans ERNST, *Codex diplomaticus valkenburgensis*, t. VI, p. 69.

la partie du prix non payée, laquelle s'élevait à 46,000 vieux écus d'or, Guillaume engagea au vendeur le pays, le château et la ville de Caster sur l'Erfft. La date fort approximative du contrat nous est fournie par la comparaison de deux documents : la lettre de Renard au comte de Flandre, du mois d'août 1356 (voy. ci-dessus), où il signe encore avec le titre de sire de Fauquemont et de Montjoie, et une charte du 30 du même mois, dans laquelle il ne figure plus que comme sire de Schoonvorst [1]. Ce dernier acte nous montre le margrave de Juliers promettant de ne pas prendre possession de Fauquemont et de Montjoie, avant d'avoir mis Renard à couvert, en lui rendant les lettres (de réméré?) que tient de lui Henri de Flandre ; de lui avoir procuré l'investiture de Zétrud ; et de lui avoir livré à Caster, à Maestricht ou à Aix, les vins, blés, arbalètes, traits, lits, draps et autres objets garnissant Montjoie et Fauquemont.

Pour en finir avec les affaires de Fauquemont, disons que, vers la fin de la même année 1356, à la diète de Metz, l'empereur Charles IV éleva le margrave Guillaume de Juliers au rang de duc et lui accorda l'investiture de Fauquemont, qu'il érigea pour lui en comté [2]. Paré de ses nouveaux titres, Guillaume déclara, le 25 mars 1357, que le sire de Schoonvorst lui avait livré le château de Fauquemont, et que les stipulations précédentes ne concerneraient plus que Montjoie [3]. Dès ce moment, le sire de Born, qui n'avait fait que changer d'ennemi, tourna ses armes contre le duc de Juliers.

[1] Lacomblet, t. III, n° 561. — Butkens, t. I, p. 484, aussi bien que les historiens modernes, se trompe en fixant à l'année 1355 l'aliénation de Fauquemont. Cependant De Dynter (t. III, p. 28), qu'il consulte à chaque instant, avait écrit depuis longtemps : « Anno Domini M°CCC°LVI°, circa Nativitatem beate Marie, marchio Juliacensis primo adeptus est dominium de Monyouw et de Valkenborch ».

[2] Cf. Lacomblet, t III, n° 565 et note. — Hemricourt, Butkens et les auteurs qui les ont suivis, assignent à ce fait la date du 25 décembre 1357, sans penser que le style romain, en usage dans l'Empire, fait commencer l'année à la Noël et que, par conséquent, un diplôme daté de la fin de décembre 1357, est en réalité de 1356.

[3] *Ibid.*, n° 570.

CHAPITRE V.

Renard à Maestricht. — Il occupe la charge de maréchal à la cour de l'empereur, qui l'honore de plusieurs missions. — Gérard, comte de Berg, lui donne le tonlieu de Kaiserswerth. — Il achète du duc de Juliers les domaines de Sichem et de Rhode-Sainte-Agathe. — Il est nommé arbitre suprême de la *Landfriede* entre la Gueldre et le comté de Clèves. — Il tient le parti d'Édouard de Gueldre, qui lui engage plusieurs tonlieux. — Les troubles de Louvain; Renard encourage Coutereel et se fait payer deux fois son intervention. — Ses autres relations avec le duc Wenceslas.

Sur ces entrefaites, l'empereur avait transporté sa cour de Metz à Maestricht, où Jeanne et Wenceslas étaient venus le joindre. Une brillante et nombreuse réunion se pressant autour du monarque, on en profita pour régler les conditions du mariage de Godefroid de Heinsberg, sire de Dalenbroek, avec Philippine de Juliers (7 février 1357). A cette occasion, Renard fut un des seigneurs appelés par le duc, père de l'épousée, à garantir l'exécution de ses engagements [1].

En se rendant à Maestricht, Charles IV avait eu pour but de détacher du comte de Flandre les alliés qui avaient embrassé sa querelle avec le duc de Brabant. Une sentence arbitrale du comte de Hainaut ayant ramené la paix entre ces deux princes, le duc rentra en possession du Brabant, mais il perdit la ville d'Anvers qu'il dut abandonner à Louis de Male (juin 1357). Voulut-il revenir sur ce traité? le comte refusait-il de se dessaisir de quelques places qu'il occupait encore? le fait est que Wenceslas résolut d'acheter l'appui d'Édouard III, roi d'Angleterre. C'est ce que nous apprend une lettre de son frère Charles IV, du 22 septembre 1357, lui permettant d'engager en mains du roi ses villes, châteaux, rentes, seigneuries et juridictions. Cependant l'empereur ne se borne pas à cette autorisation : « Nous avons commis et committons, dit-il, donnant plain

[1] Lacomblet, t. III, n° 567.

» povoir, auctorité et mandement général et spécial, noble » Renart de Schonehove, seigneur de Schonevorst, *nostre* » *amé mareschal*, que tout alyances, fraternitys et juncçon, » promesses, sermens, obligacions et aliénacions générals et » spécial, et tout chose entièrement que par nozdys frer et » suer de Brabant avec nostredict frer d'Engleterre traitté et » accordé et fait serront, pour et en nom de nous et de nostre » empire puist accorder, traiter et confirmer, assenter et cor- » roborer ycelluy à tenir et emplir perpétuelment et à tous- » jours, et tout ce qui sur les choses susdictes accordé, traité, » confirmé et corroboré sera par nostre mareschal avant nomé, » nous l'aurons et avons pour nous, pour nostre empire et pour » noz successours pour ferme et pour estable perpétuelment » et à tousjours par le tesmoing de cest présent lettres » [1].

Voilà donc le sire de Schoonvorst maréchal et ambassadeur en Angleterre du successeur des Césars. On le retrouve avec le titre de maréchal de la cour dans un diplôme daté de Juliers, le 5 avril 1359, par lequel Charles autorise l'archevêque de Cologne à recevoir l'hommage du comte de Flandre pour les fiefs de l'Empire, et accrédite auprès de lui Renard de Schoonvorst, *imperialis nostre curie marescalcum* [2].

Dans le contrat de mariage de Philippine de Juliers, était intervenu son frère aîné Gérard, qui avait épousé l'héritière des comtés de Berg et de Ravensberg. Grâce à la coopération du sire de Schoonvorst, ce prince était parvenu à récupérer rapidement le château et le tonlieu ou péage de Kaiserswerth, qui lui étaient disputés. En retour de ce service, et de commun accord avec sa femme Marguerite, il assigna à Renard, sur ledit tonlieu, deux vieux gros tournois par foudre de vin, seize gros par cent livres de sel, deux gros par cent livres d'avoine et par charge (*last*) de harengs, un gros par charge d'autres poissons salés, deux gros par trois pierres de moulin et par

[1] Collections du *Record office*, extrait publié dans les *Comptes rendus des séances de la Commission royale d'histoire*, 3e série, t. IX, p, 523.

[2] Lacomblet, t. III, nº 592.

trois tonnes d'acier, quatre gros par cent livres de durs grains, et ainsi de suite pour toutes les autres marchandises imposables, montant ou descendant le Rhin [1]. Cette concession, accordée le 16 août 1358 et valable jusqu'au rachat par 12,000 vieux écus de bon or et de poids, servit plus tard (1363) à doter la fille de Renard, Aléide de Schoonvorst, lorsqu'elle épousa Conrad, seigneur de Dyck [2].

Quinze jours après, par acte du 29 août, le duc Guillaume de Juliers et son fils Gérard vendirent au sire de Schoonvorst, pour 70,000 vieux écus de bon or [3], les grands domaines de Sichem, près de Diest, et de Rhode-Sainte-Agathe (*Sent Agathenrode, Achtenrode*), au sud de Louvain [4], lesquels provenaient, comme Zétrud, de la mère de Guillaume, Élisabeth de Brabant. S'il faut en croire De Dynter [5], cette aliénation eut pour cause le désir qu'avait le duc d'échapper aux représailles de Wenceslas, duc de Brabant, qui, pour dédommager ses sujets des rapines exercées sur eux dans le pays de Juliers, faisait arrêt sur les biens de Guillaume en Brabant.

Lorsque Renard paya le prix de vente, il se fit confirmer par le duc et son fils l'engagement du pays de Caster, ainsi que la possession du château et du tonlieu de Kaiserswerth. Enfin, le 28 août 1359, Guillaume de Juliers, second fils du duc, lui délivra une déclaration constatant qu'il consentait à la vente de Sichem et de Rhode-Sainte-Agathe, et renonçait à toute prétention sur ces deux seigneuries [6].

[1] LACOMBLET, t. III, n° 582.

[2] FAHNE, *Codex diplomaticus Salmo-Reifferscheidanus*, n° 265; et *Kölnische Geschlechter*, t. II, p. 133.

[3] Ces 70,000 écus comptés à 16 francs, en font 1,120,000, mais au pouvoir d'environ 7,840,000 francs en 1358.

[4] *Comptes rendus des séances de la Comm. roy. d'histoire, Archives de Weilbourg* (Nassau), 1re série, t. XIV, p. 105; KREMER, *Academische Beiträge*, suppl., p. 32.

[5] *Chronique des ducs de Brabant*, t. III, p. 59.

[6] *Comptes rendus, etc., loc. cit.;* KREMER, *loc. cit.* — HEMRICOURT (pp. 56 et 115) prétend que messire Renard craignait que si le duc

L'histoire de la Gueldre, pendant cette année 1359, porte aussi le témoignage de la grande influence exercée par le sire de Schoonvorst sur les princes, ses contemporains. Depuis près de neuf ans, la Gueldre était livrée à toutes les fureurs de la guerre civile; le duc Renaud III, vaincu par son frère Édouard, malgré l'assistance du comte Jean de Clèves, avait dû lui abandonner les rênes du gouvernement; mais les haines politiques et le brigandage n'en désolaient pas moins cette malheureuse contrée. Afin d'y porter remède, la noblesse et les villes des pays de Gueldre et de Clèves formèrent à Arnhem, le 25 janvier 1359, une grande confédération ou *Landfriede*, et promirent de soumettre leurs différends à douze jurés nommés par le duc, son frère Édouard et le comte de Clèves. Elles y admirent et prirent sous leur protection Renard, seigneur de Schoonvorst, son pays et ses sujets, le reconnaissant en outre, d'un commun accord, comme arbitre suprême (*overmanne*) de la confédération[1]. C'était bien le plus éclatant hommage rendu au génie diplomatique de cet homme extraordinaire.

Renard se trouvait, selon toute apparence, à Arnhem et avait aidé Édouard de Gueldre de son argent, lorsque cette alliance fut conclue. On le voit, en effet, quelques jours après (3 février), donner la franchise du tonlieu de Lobede aux bourgeois de quatre des villes confédérées, Arnhem, Nimègue,

ne pouvait jouir paisiblement de la seigneurie de Fauquemont, il ne pourrait lui-même conserver celle de Caster, située trop avant dans le pays de Juliers, et que pour cette raison il fit, en 1356, *un échange* de cette terre contre celle de Sichem. On vient de voir que le vieux généalogiste se trompe et sur la date et sur la nature de l'opération qui mit Renard en possession de Sichem. Puis il ajoute que celui-ci eut grand' peine à obtenir le consentement du duc de Brabant, auquel on conseillait de ne pas troquer l'hommage d'un duc de Juliers contre celui d'un sire de Schoonvorst. Nous ne savons ce qu'il y a de vrai dans cette dernière assertion, mais il est certain, comme le remarque Hemricourt, que Wenceslas eut lieu de se repentir de ce changement, lorsque plus tard il fut en guerre ouverte avec le duc de Juliers.

[1] Nijhoff, *Gedenkwaardigheden uit de Geschiedenis van Gelderland*, t. II, n° 89.

Zutphen et Ruremonde [1]. Ce péage, comme le prouve Nijhoff, avait été récemment déplacé et confirmé par l'empereur à Édouard, qui, avec l'assentiment de son suzerain, en avait engagé la moitié au sire de Schoonvorst. C'est ce qui nous explique comment, le 26 mai, après la reprise des hostilités, Édouard fit promettre à son cher conseiller (*onsen lieven raet*), Renard, sire de Schoonvorst, d'assister au besoin son drossart, Jean de Meurs, au moyen de la maison et de la moitié du tonlieu de Lobede, voire de mettre à sa disposition le manoir de Caster ou celui de Bruggen [2].

Jean de Meurs ayant racheté plus tard la créance du sire de Schoonvorst, pour 8,405 écus de Bruges comptés à 24 gros de Flandre, cette même moitié du tonlieu de Lobede lui fut donnée en gage le 14 juin 1363 [3]. Mais si Renard ne garda pas longtemps ce tonlieu, il conserva et transmit à son fils aîné celui de quatre vieux gros qu'on percevait à Nimègue, et que l'empereur, ou plutôt Édouard de Gueldre, lui avait pareillement concédé [4].

Disons encore que, dans un combat livré le 25 mai 1361, le duc Renaud finit par perdre sa couronne. Reconnu dès lors par toute la Gueldre, Édouard ne trouva plus de résistance que chez le comte de Clèves et un seigneur du comté de Zutphen, Sweder van Voorst. Messire Renard s'étant déclaré leur ennemi et ayant renoncé à un fief qu'il tenait du comte, le duc Édouard, par lettre du 24 juin 1362, promit de le faire réintégrer dans son fief, quand il ferait la paix, et de l'indemniser de tout dommage qu'il pourrait avoir à souffrir pour sa cause [5]. Le château de Voorst fut pris la même année, et la paix rétablie avec le comte de Clèves en 1363.

[1] Nijhoff, t. II, n° 92; Franquinet, p. 424. — Le village de Lobede ou Lobith se trouve sur la rive droite du Rhin, à proximité de l'endroit où le fleuve se bifurque pour former le Waal.

[2] Nijhoff, t. II, n° 94. — Bruggen est un gros bourg situé au nord du pays de Juliers, non loin de la Gueldre.

[3] *Ibid.*, n^{os} 129, 151 et 166.

[4] *Ibid.*, t. III, n° 32; Cf. Fahne, *Kölnische Geschlechter*, t. II, p. 133.

[5] Franquinet, annexe VII.

On n'a pas oublié la haute position occupée par le sire de Schoonvorst à la cour impériale. Mais le crédit dont Renard jouissait auprès des princes de la maison de Luxembourg, se manifesta principalement à l'occasion des troubles de Louvain, où, par ses conseils probablement intéressés, le duc Wenceslas joua un rôle dont il sortit amoindri, déconsidéré. La ville de Louvain, alors capitale du Brabant, était dominée par des familles patriciennes ou lignages, dont les allures indépendantes paraissaient insupportables au souverain. D'un autre côté, leur prépondérance se trouvait menacée par le mouvement ascensionnel des corporations de métiers. Il y avait donc à Louvain deux partis en présence : le parti aristocratique et le parti populaire. Ce dernier jouissait de toutes les sympathies du maïeur, Pierre Coutereel, que la nature de ses fonctions forçait à défendre les droits du duc contre les entreprises de la commune. Telle était la situation des choses, lorsque, en 1360, un conflit de juridiction éclata entre le maïeur et les échevins. Coutereel, déclaré par eux inhabile à remplir ses fonctions, partit incontinent pour Tervueren, dans l'intention de se plaindre à Wenceslas d'une mesure qui, malgré les privilèges de la ville, pouvait paraître blessante pour la dignité ducale [1].

C'est dans ces circonstances que nous voyons entrer en scène le sire de Schoonvorst. Il se trouvait seul avec Wenceslas ; son influence était alors sans rivale. Aussi animé que Coutereel contre les patriciens, il lui prêta l'appui de sa parole, et se tournant vers le duc : « Monseigneur, s'écria-t-il, jamais » vous ne serez maître à Louvain, si vous ne trouvez un » expédient pour élever le peuple et pour abaisser cet orgueil- » leux patriciat » [2]. Wenceslas, évitant de répondre, se mit

[1] Poullet, art *Coutereel,* dans la *Biographie nationale.*

[2] De Dynter, t. III, p. 48; *De Brabantsche Yeesten*, t. II, p. 158. « O honte ! s'exclame De Dynter, que des propos si déshonorants, indignes d'un homme sage, soient sortis de la bouche d'un si grand personnage, réputé le premier, après le prince, parmi les nobles de la cour ». Puis il ajoute, comme pour l'excuser, que si Schoonvorst avait connu les privilèges de Louvain, il n'aurait peut-être pas tenu ce langage.

à parler d'autre chose. Mais Coutereel, encouragé par les paroles qu'il venait d'entendre et sûr de l'impunité, revint triomphant à Louvain. Il y organise l'émeute et, dans la nuit du 20 au 21 juillet, pendant que le duc est dans le Luxembourg, il se met à la tête des métiers, s'empare de l'hôtel de ville, et fait enfermer au château de César un grand nombre de patriciens prisonniers. L'autorité communale fut ensuite partagée entre les lignages et les métiers.

Le sire de Schoonvorst, aussitôt informé par Coutereel, conseilla à Wenceslas de fermer les yeux sur tout ce qui s'était passé, si les perturbateurs voulaient le contenter au moyen d'une forte somme d'argent. Le duc se laissa facilement persuader : il toucha la plus grosse part de la rançon extorquée aux prisonniers ; le maïeur et Renard se partagèrent le reste [1]. « Nous n'attacherons pas, ajoute M. Poullet, une très grande importance aux attaques de nos historiens brabançons contre Coutereel et les siens, pour s'être attribué une partie de la rançon des prisonniers. Mais rien ne peut justifier Wenceslas et Schoonvorst si, selon toutes les vraisemblances, ils se firent payer par Coutereel leur connivence. »

La révolution qui venait de triompher à Louvain, dépassa bientôt les limites dans lesquelles Wenceslas aurait voulu la contenir. La plupart des patriciens n'étaient plus même accueillis dans la cité de leurs ancêtres. Il arriva enfin un moment où le prince dut se décider à mettre le siège devant Louvain. La ville ne se défendit pas. Dès le 19 octobre 1361, Wenceslas et Jeanne dictèrent leurs volontés, sans toutefois rien changer aux nouvelles institutions communales. La lettre de réconciliation fut scellée par le duc Guillaume VI de Juliers et Robert de Namur, par Jean, comte de Salm, Arnould, sire de Rummen, Renard, sire de Schoonvorst, et d'autres conseillers du prince [2].

[1] *De Brabantsche Yeesten*, t. II, pp. 159 à 166, 172; De Dynter, t. III, pp. 49 à 51, 53.

[2] Willems, *Codex diplomaticus*, dans les *Brabantsche Yeesten*, t. II, p. 576.

Cependant l'ordre n'était pas encore rétabli. Quoique maître à Louvain, Coutereel continuait à rester dans les bonnes grâces du duc [1] ; mais il avait de nouveau forcé les patriciens à fuir sa tyrannie. Wenceslas ne songea sérieusement à intervenir que lorsque ceux-ci se furent engagés à adhérer aux articles de la dernière paix. En dépit des instances du sire de Schoonvorst et de Henri de Cuyck, gendre de Coutereel, il alla de nouveau mettre le siège devant Louvain. La ville ne résista pas plus que la première fois. Elle promit d'exécuter loyalement le traité précédent, remit des otages et fut condamnée à payer à Wenceslas 28,000 moutons d'or, 3,000 au duc de Juliers, 300 au sire de Schoonvorst et 1,000 au sire de Bergen-op-Zoom. Ces conditions furent acceptées le 8 février 1363 (n. st.) [2].

Nous n'avons pas voulu interrompre ce récit pour parler des autres relations de Renard avec Wenceslas. Grâce à l'influence dont il jouissait, il sut obtenir pour son second fils Jean, au plus tard en 1361, la riche prévôté de Saint-Servais à Maestricht, dont la collation appartenait au duc de Brabant [3].

Le 26 janvier 1361 (n. st.), il assiste, comme homme de fief, au relief du comté de Chiny, fait par Arnould, sire de Rummen, en présence de Wenceslas agissant en qualité de duc de Luxembourg [4].

Une autre fois, à Tervueren, le 20 juin 1362, il contresigne, avec d'autre seigneurs, une ordonnance du duc et de la duchesse

[1] Wenceslas lui donna en fief, le 4 septembre 1362 (et non, comme l'écrit Poullet, le 4 octobre 1363), la seigneurie d'Asten, en Campine, « d'où l'on peut présumer, ajoute Butkens, que ledict Cottrel avoit quelque secrète intelligence au conseil du duc, car autrement n'eust on récompensé les services de celui qui avoit servi de chef aux séditieux ». On devine que ce compère n'était autre que Schoonvorst.

[2] Butkens, t. I, p. 481. — Nous suivons ici l'historien du Brabant, parce qu'il a eu connaissance de ce traité du 8 février 1363 (et non 1362), qui fut ratifié le lendemain par la ville de Louvain (voy. *Brabantsche Yeesten, Cod. dipl.*, t. II, p. 597).

[3] *Publications de la Société historique du duché de Limbourg*, t. IV, p. 205.

[4] Wolters, *Codex diplomaticus lossensis*, p. 339.

de Brabant établissant pour amman de Bruxelles Philippe de Tudekem, que les échevins avaient d'abord rejeté [1].

Enfin, le 6 novembre de la même année, il figure, à Bruxelles, parmi les membres du conseil qui se portent fort pour Jeanne et Wenceslas promettant de ne plus demander aucun subside extraordinaire à leurs sujets du Brabant [2].

CHAPITRE VI.

Renard s'assure de la seigneurie d'Elsloo. — Il échange Caster contre Montjoie et Cornélimunster. — Son séjour dans le pays de Liége. — Il est renommé juge de la *Landfriede*. — Son traité d'alliance avec le duc Wenceslas. — Fiefs de Fauquemont dont il lui fait hommage. — La maison de Renard à Liége. — Son rôle de pacificateur.

On pourrait croire que, depuis quelques années, le sire de Schoonvorst n'avait eu d'autre souci que de maintenir sa grande situation à la cour de Bruxelles. Mais, semblable aux financiers de nos jours, il ne cessait d'être tourmenté par la fièvre des spéculations. Sa femme Catherine de Wildenberg avait eu, de son premier mariage avec Othon de Born, un fils du même nom, qui, après la mort de son père, était devenu seigneur d'Elsloo. Cet Othon n'ayant pas d'enfants, messire Renard guettait depuis longtemps une occasion de faire passer dans sa famille les biens de son beau-fils. Un besoin d'argent que celui-ci éprouva en 1361, vint la lui fournir : le 20 mai, Renard acheta d'Othon, pour la somme de 3,000 vieux écus d'or, une rente annuelle de 300 écus de même valeur, qu'il fit hypothéquer sur les revenus du village et de la seigneurie d'Elsloo, sur ceux de Bicht (Grevenbicht) et de Catsop (hameau d'Elsloo), voire même sur les aides et tailles de Bocholt et de Brogel [3]. Othon promit en outre que, s'il venait à mourir sans hoirs avant d'avoir remboursé ladite rente, son épouse, Jeanne de Pallant-

[1] *Brabantsche Yeesten, Codex diplomaticus,* t. II, p. 591.
[2] *Ibid.*, p. 592.
[3] Enclaves du comté de Looz, relevant du duc de Juliers.

Breidenbend, livrerait au sire de Schoonvorst le château d'Elsloo et se retirerait dans son douaire [1].

Cette dernière clause fut bientôt modifiée par Othon, et cela en considération de son affection particulière pour ses demi-frères de Schoonvorst. Le 7 octobre, il disposa que s'il mourait sans postérité, son château et ses terres d'Elsloo, de Bicht et de Catsop leur appartiendraient, sans préjudice des droits de sa femme sur l'usufruit de Brogel et de Kessenich. (Cf. p. 26.) Cet acte fut scellé, de même que le précédent, par l'évêque de Liége, Englebert de la Marck, et par Guillaume, duc de Juliers et comte de Fauquemont, en qualité de principal suzerain du sire d'Elsloo [2].

Ce duc de Juliers était le fils de Guillaume V, mort depuis le mois de février 1361. Il venait lui-même de conclure avec le sire de Schoonvorst une affaire importante, en lui reprenant la terre de Caster, engagée pour 46,000 écus d'or (voy. p. 38), et en lui cédant en échange, pour sûreté de cette créance et d'une autre de 10,000 écus, le château et la seigneurie de Montjoie [3] avec le pays de Cornélimunster [4]. Par suite de cet accord, fait le 25 juin 1361, Renard se trouva maître d'un grand domaine englobant le pays de Montjoie, les villages du territoire de Cornélimunster et la seigneurie de Schoonvorst. Il est vrai qu'à la différence de ce qui s'était passé peu d'années auparavant, il ne pouvait plus prendre le titre de *sire* de Montjoie, réservé au duc de Juliers ; mais il conserva et transmit à

[1] Franquinet, annexe V.

[2] *Ibid.*, annexe VI.

[3] Hemricourt (p. 56) dit qu'il en fit l'acquisition de ses deniers, ce qui n'est pas tout à fait exact. Mais comment ne pas se perdre dans les opérations si nombreuses et si compliquées du sire de Schoonvorst!

[4] Lacomblet, t. III, n° 621. — On rencontre dans cette charte une intéressante énumération des localités dépendant de Montjoie et de Cornélimunster. Ce dernier endroit y est indifféremment appelé *Munster sent Cornelis* et *Munstereygen;* cela résulte évidemment du contexte. Il ne faut donc pas confondre, comme le fait l'éditeur, le *village* de Munstereygen avec la *ville* de Munstereifel, située plus avant dans le pays de Juliers.

ses descendants la possession effective de cette seigneurie, qui ne fut dégagée qu'au siècle suivant.

Renard se rencontre de nouveau avec le duc Guillaume de Juliers, le 15 août 1362, jour où il scelle la vente faite par le duc à Richard de Mérode de la moitié de la seigneurie de ce nom [1].

On a vu comment le sire de Schoonvorst intervint une dernière fois dans les affaires de Louvain, en 1363. Depuis le temps où il était devenu seigneur de Fauquemont, le pauvre gentilhomme « qui n'avait pas de quoi nourrir un cheval », se trouvait au faîte de la prospérité. Désormais il va jouir de la considération acquise, et son rôle ne grandit plus.

Lorsque Zantfliet [2] veut nous donner une idée du cortège de hauts barons qui accompagnèrent l'évêque Jean d'Arckel faisant son entrée à Liége, il se borne à citer le sire de Schoonvorst. Cette solennité ayant eu lieu le 30 juillet 1364, Renard assista, comme homme de fief du comté de Looz, au relief des biens de Jean, seigneur de Pietershem, fait à Liége, le 9 août [3]. Le 10 (?) et le 14, on le trouve au château de Curange, faisant encore partie de la cour féodale du comté [4].

Le 11 avril de cette même année, il avait été renommé juge de la *Landfriede* par Wenceslas et Jeanne, lorsque ceux-ci renouvelèrent cette confédération pour dix ans avec la ville d'Aix-la-Chapelle [5]. Guillaume VI, duc de Juliers, ayant demandé à en faire partie, on en dressa, le 11 novembre, un nouvel acte pour cinq ans, toujours en maintenant le sire de Schoonvorst à la tête des jurés [6]. Et ces fonctions n'étaient pas une sinécure, si l'on en juge par les mesures sévères que Renard et ses collègues s'empressèrent de prendre contre

[1] Richardson (comte de Mirbach), *Geschichte der Familie Merode*, t. II, p. 175.

[2] Martène et Durand, *Amplissima collectio*, t. V, col. 285.

[3] De Borman, *Le livre des fiefs du comté de Looz*, p. 1.

[4] *Ibid.*, p. 3.

[5] Meyer, *Aachensche Geschichten*, p. 334; Ernst, *Histoire du Limbourg*, t. V, p. 124.

[6] Lacomblet, t. III, n° 657.

quelques gentilshommes peu respectueux du bien d'autrui [1].

Sur ces entrefaites, l'interminable affaire de la succession de Fauquemont s'était encore compliquée par l'apparition d'un troisième compétiteur. En effet, Wenceslas et Jeanne, convoitant eux-mêmes ce beau pays d'outre-Meuse, avaient acheté de Philippine de Fauquemont, du sire de Bréderode et de ses enfants, leurs prétentions sur Montjoie, Fauquemont et les autres biens en litige [2]. Ici encore il faut reconnaître la main du seigneur de Schoonvorst. Détenteur de Montjoie, il se trouvait à la fois exposé aux revendications de Walram de Born et au ressentiment du duc de Juliers, qui pouvait se lasser de lui avoir abandonné Montjoie, alors que lui-même ne parvenait pas à jouir tranquillement de Fauquemont. Bien que les historiens se taisent à cet égard, on s'aperçoit de l'habile manœuvre de Renard dans l'accord qui s'établit entre lui et les nouveaux acquéreurs. Par ce traité, fait à Bruxelles le 16 mars 1365 (n. st.), le duc et la duchesse, considérant que le sire de Schoonvorst est leur conseiller, leur chevalier et leur feudataire (*want hi onse rait, ridder ende man is*), promettent de le laisser jouir paisiblement du château et de la terre de Montjoie, jusqu'à ce que le duc de Juliers ait entièrement acquitté sa dette. En attendant, ils s'engagent à lui prêter main-forte, soit contre le duc, soit contre Walram, dans le cas où ceux-ci voudraient le dépouiller. D'un autre côté, Renard fera tout ce qui dépendra de lui pour que Wenceslas et Jeanne puissent exercer leur droit, et il emploiera à cet effet toute l'autorité qu'il tient du duc de Juliers sur le pays de Montjoie [3].

[1] Meyer, pp. 335 et 336.

[2] Butkens, t. I., p. 485.

[3] Lacomblet, t. III, n° 652. — Un défaut de ponctuation dans le texte induit en erreur l'auteur de l'analyse de cette pièce, lorsqu'il fait du sire de Bréderode l'époux de Philippine de Fauquemont. Notons encore que ladite charte nous montrant comme chose faite la vente de Fauquemont par la famille de Bréderode au duc de Brabant, l'acte même de cette vente doit être daté, avec Butkens, de l'an 1364, et non du 16 septembre 1365, comme on le voit dans Ernst, *Cod. dipl. Valk.*, t. VI, p. 69.

Wenceslas et Jeanne se prétendant déjà seigneurs de Fauquemont, c'est ici qu'il convient de mentionner, d'après le *Spechtboek*, les reliefs que Renard fit de ses possessions fauquemontoises, savoir la cour de *Hartart* (Hartelstein) avec une île sur la Meuse près de Haren (*Borg-Haren*), et le bien de nature seigneuriale qu'il avait à Heerlen [1].

Vers la même époque, Renard acheta de l'abbé de Saint-Trond, Robert de Crenwick, une maison sise rue Saint-Martin, paroisse Saint-Hubert à Liége, joignant, du côté de Saint-Martin, à la maison du couvent de Herckenrode et ayant des dépendances en la Basse-Sauvenière. Mais, à cause de la mort de l'abbé, survenue le 18 mai 1366, cette vente ne fut réalisée que le 20 août de l'année suivante, à la requête de Jean de Schonowen, chanoine de Saint-Servais, agissant comme procureur du sire de Schoonvorst [2].

[1] *Cour féodale de Brabant*, reg. n° 4, fol. 325 v° : « Item hielt dese voirscreven here van Schoynvoirst (der alde), vander heerlicheit van Valkenbourch, den hof van Hartart met lande, beemden, bossche ende metter visscherien ende eenen weert opten Masen by Haren gelegen; Ende oec den chyns metter coren gulden daer omtrent gelegen. » — « Item hi noch alsulcken goet ende heerlicheit metter coren gulden ende capunen, als hi tot Heerle heeft, dat hi vercreech jegen Herman van Vervych. » — Hartart, ou plus souvent Hartert, pourrait être Vaes-Hartelt si l'on ne savait qu'Englebert de Schoonvorst, un des fils de Renard, fut seigneur de Hartelstein, autre fief de Fauquemont également situé sur la rive droite de la Meuse, au nord de Maestricht et dans le voisinage de Haren. Au surplus, il existe un relief de Hartelstein, de l'année 1441, dont la teneur se rapproche singulièrement de celui qui précède (voyez Habets, *De leenen van Valkenburg*, dans les *Publications de la Société historique du duché de Limbourg*, t. XXI, p. 403).

[2] *Archives du chapitre de Saint-Martin à Liége, Cour des tenants*, reg. 1371-1467, fol. 23. — Les destinées de cette maison sont assez remarquables pour être rapportées. Comme elle était grevée d'hypothèques pour deux rentes dues au chapitre de Saint-Martin, il en est de temps en temps question dans les chartes et registres de la collégiale. Au milieu du XIVe siècle, elle appartenait à Jean, châtelain de Monte-

Si des affaires privées de Renard nous passons aux choses d'intérêt public, nous le retrouvons deux fois dans son rôle de juré de la *Landfriede :* le 26 octobre 1366, lorsque ce tribunal séquestre en ses mains la ville de Zulpich engagée au duc de Juliers, avec pouvoir de la remettre à l'archevêque de Cologne, pourvu qu'elle soit dégagée avant la Purification [1] ; et le 23 juin 1367, lorsque Jean de Gronsveld et Guillaume de Ghoer le choisissent pour premier arbitre dans leur différend avec la famille de Husen [2].

Ce rôle de pacificateur, renforcé par la qualité de conseiller du duc de Juliers, avait encore valu au sire de Schoonvorst, le 21 février précédent, l'honneur de sceller la réconciliation du duc avec son beau-frère, le comte Guillaume de Wied, brouillés au sujet de la dot de Jeanne de Juliers, femme du comte [3].

naken. En supposant qu'elle eût servi d'habitation à son père, elle aurait été le théâtre du meurtre de Guillaume, châtelain de Montenaken, qui fut assassiné, du consentement de son fils, « en son hôtel à Liége » (Hemricourt, pp. 16 et 19). Elle fut ensuite achetée par Robert de Crenwick, abbé de Saint-Trond (1350-1366), qui la revendit, vers la fin de sa vie, à Renard, sire de Schoonvorst. En 1376, par suite du décès de Renard, ses enfants transportèrent chacun leur part dans ladite maison à leur cousin Jean de Schonowen, chanoine de Saint-Servais à Maestricht. Celui-ci la revendit, en 1381, au chevalier Jean le Bel, qui la céda, la même année, à Thomas de Jehay. Dans la première moitié du XVI^e^ siècle, elle appartint successivement, avec une autre maison et le terrain de Herckenrode, aux comtes Everard et Robert de la Marck-Arenberg, puis à leur héritière, Marguerite de la Marck, qui en fit le relief par son mari Jean de Ligne, en 1549. Au siècle dernier et jusqu'à nos jours, l'hôtel bâti sur cet emplacement par un de Ligne fut la demeure des barons, puis comtes de Méan, qui donnèrent au pays de Liége son dernier prince-évêque. Aujourd'hui il est occupé par la société chorale *La Légia*.

[1] Lacomblet, t. III, n° 673, note 2.

[2] Wolters, *Recherches sur l'ancien comté de Gronsveld*, p. 64.

[3] Lacomblet, t. III, n° 676.

CHAPITRE VII.

Mort de Catherine de Wildenberg. — Renard donne Schoonvorst avec Cornélimunster à son fils Renard, et Montjoie à son fils Jean. — Il dote la fille de son neveu Jean de Schonowen. — Il cède Sichem à son fils Renard. — Son rôle à la bataille de Bastweiler. — L'empereur le charge de travailler à la délivrance du duc de Brabant. — Son second mariage avec Élisabeth de Hamal. — Son départ pour Rhodes et sa mort. — Cause de son expatriation. — Son testament. — Ses enfants : Renard, Jean, Conrad, Englebert, Aléide, Philippine, Mechtilde, Élisabeth et sa fille naturelle. — Monnaie de Renard comme sire de Fauquemont.

Les documents de l'année 1368 sont presque muets sur les gestes du sire de Schoonvorst. Cela s'explique jusqu'à un certain point, en raison du deuil dans lequel nous aimons à croire qu'il fut plongé par la perte de sa femme, Catherine de Wildenberg. Il résulte de deux records, dûment vidimés et approuvés par la cour jurée du chapitre de Saint-Martin à Liége, que la dame de Schoonvorst trépassa au château de Montjoie, le jour de saint Marc évangéliste (25 avril) 1368, et qu'elle fut enterrée en l'église de Borcette, près d'Aix-la-Chapelle, comme il appert, est-il dit, par son épitaphe. La seconde de ces pièces, émanée du magistrat de Louvain, nous apprend en outre que cette ville lui payait une pension annuelle de 400 vieux écus d'or [1].

[1] *Archives du chapitre de Saint-Martin à Liége*, *Cour des tenants*, reg. 1371-1467, fol. 26. Voici ces deux records :

« Nous Johans de Lievendale, par la permission divine Abbeis de saint Corneil d'Ynde, et Richarde, par celi meisme permission Abbesse de Borchis (*Borcette*), églises delle dyocèse de Cologne, Martin Colyn archiprestre, Coleir de Cosfelt, Johans de Necken, canoines, Johans de Singhe, viceplebain delle égliese Nostre Dame del bonne royal ville d'Ays delle *dyocèse*) de Liege, et aussi Henris Lyon et Ernous dis Patterhoeuffde, lays delle dicte bonne ville royal citains, faisons savoir à tous cheus qui désirent asavoir le liu et temps delle obit de bonne mémoire jadit noble dame dame Katherine de Wildenberch, dame de Scoenvorst, en véritеit

La veille de Noël, on voit reparaître le sire de Schoonvorst à Bruxelles, où il est témoin, avec d'autres conseillers de Wenceslas, de l'ordonnance rendue par le duc et la duchesse de Brabant, touchant les dettes de la ville de Louvain [1].

L'année qui suivit la mort de sa femme, Renard se décida à donner une position indépendante à ses deux fils aînés. L'un, Renard, qui était déjà chevalier, reçut le château et la seigneurie de Schoonvorst avec toutes ses appartenances, y compris le pays de Cornélimunster. L'autre, Jean, le prévôt de Saint-Servais, reçut le château, la ville et les villages formant la seigneurie de Montjoie, ainsi que la maison de la rue Berlich à Cologne; sauf que son père pourra prendre, hors des biens de Montjoie, de quoi doter la nouvelle chapelle de l'avant-corps

publément confessans la dicte Katherine, si que par fait évident avons apris et nos constat plainement le derain jour de son obit estre clous en l'an delle nativiteit nostre saingneur mille CCC syssanteowit, le jour de saint Marc éwangéliste, et estre trespassée en casteal de Monyoye, et son corps morts être sépelit et enterreis en le dicte église de Borchis, si qu'ilh appert plus clèrement par les scriptures faites en le tumbe de son sépulchre. A tous cheaus ycelles rewardans. En tesmongnage desquelles chouses nos tous et chascuns par li, al instanche des sages, avons fait appendre à ces présentes lettres nos propres seiauls. Sour l'an delle nativiteit nostre singneur mille CCC et LXXX, le xx jour de mois d'aoust. — Liquelle lettre est translatée à nostre requeste de latin en romans. »

« A tous li maistres, jureis et conseilhe delle bonne ville de Louvaing faisons connoistre et savoir à toutes gens qu'ilh nos constat et tesmongnons par recognissanche par ces lettres que dame Katherine de Wildemberch, dame de Scoenvorst, cuy Dieus fache merchis, trespassat et vinve de vie à mort en mois d'avrilh quant ons escript l'an nostre singneur mille CCC syssanteowit, et chu nos est bin cognissable parmi chu que la dicte dame de Schoenvorst, quant elle viskoit, avoit par an sor nostre bonne ville de pension IIIIc viez escus. Par le tesmoing de ces lettres az quelles avons fait applackeir le seial az cases de nostre dicte ville. Doneez XXI jour en aoust sor l'an nostre singneur mille CCC et LXXX. Et soy contenoit cesti lettre en tiesse, si l'avons fait translateir en romans. »

[1] *Brabantsche Yeesten, Codex diplomaticus,* t. II, p. 610.

du château. Par lettre du 2 août 1369 [1], les deux fils se déclarent satisfaits de ce partage; ils s'engagent à ne vendre ni à aliéner aucun de ces biens, mais à les tenir en fief de leur père dont ils resteront les hommes-liges. En outre, ils promettent de respecter les donations pieuses faites par lui de ses cours de Rehoven [2] et de Richterich (près de Schönau), ainsi que de sa propriété de la rue Saint-Jacques à Aix-la-Chapelle, sous la réserve de l'habitation qu'y conservera le nouveau sire de Schoonvorst [3]. Ils respecteront également le partage que leur père fera entre ses enfants de ses biens situés de l'autre côté de la Meuse et en Brabant, savoir : les terres, châteaux et seigneuries de Sichem, de Rhode-Sainte-Agathe, de Zétrud et de Marchienne-au-Pont avec l'avouerie de Thuin [4]; les manoirs de Bruxelles, de Liége et de Saint-Trond.

Cependant, en leur faisant cette donation, Renard n'entend pas émanciper complètement ses deux fils; il y met des conditions qui peignent l'homme aussi bien dans sa prévoyance paternelle que dans la gestion de ses affaires. Ses fils s'obligent à n'engager ni à lier, en aucune façon, leurs personnes ou leurs biens, soit pour eux-mêmes, soit pour autrui; à ne devenir caution que pour le montant de ce qui leur est dû; à

[1] LACOMBLET, t. III, n° 690. — Outre que cette charte reproduit les noms des localités déjà citées dans l'acte de 1361 (p. 48), elle nous fait connaître les dépendances de la seigneurie de Schoonvorst.

[2] Peut-être Reckhoven sous Lummen, au comté de Looz.

[3] Renard, devenu pieux sur ses vieux jours, érigea dans sa demeure de la rue Saint-Jacques, nommée *der Hoef van Schoenvorst*, une chapelle en l'honneur des saints Servais et Étienne, avec une habitation pour le recteur. En 1370, il dota cet établissement d'une rente annuelle de quarante-quatre muids, moitié seigle, moitié avoine, qui lui coûta 740 florins d'or (QUIX, *Geschichte des Karmeliten-Klosters*, pp. 76, 174 et 178; Cf. WOLTERS, *Recherches sur Gronsveld*, p. 75).

[4] Henri VI, comte de Salm en Ardenne, avait relevé l'avouerie de Thuin et la terre de Marchienne en 1345 (voy. BORMANS, *Les seigneuries féodales du pays de Liége*, p. 270). Il devint le beau-père de Philippine de Schoonvorst, fille de Renard, auquel il céda probablement ces deux fiefs en nantissement.

ne pas se marier, secrètement ou publiquement, sans le conseil et le consentement de leur père; à ne pas s'entourer de chevaliers, de clercs, de laïcs ni de serviteurs qui lui déplairaient; à s'abstenir de jouer aux dés ou à d'autres jeux auxquels ils pourraient perdre plus de dix florins par mois; à ne pas séjourner en un même lieu plus longtemps qu'il ne semblera convenable à leur père; en un mot, à suivre ses conseils en tout ce qu'il croira profitable à leur intérêt et à leur honneur. De plus, ils ne donneront aucun bois de chêne hors de leurs forêts, sans son consentement, et spécialement le prévôt Jean ne permettra pas d'essarter ni de faire des cendres dans sa forêt de Montjoie; mais ils laisseront leur père couper du bois pour bâtir ou pour brûler. Enfin, une clause stipule que, dans le cas où ils viendraient à décéder sans hoirs et avant leur père, tous les biens qu'ils tiendront de sa libéralité lui retourneront, afin qu'il puisse en disposer à son gré. Les parents et les amis appelés à sceller ces conventions furent Rembode de Vlodorp, doyen de Notre-Dame à Aix-la-Chapelle, Godart, seigneur de Heidèn, Bernard de Kènswilre et Godart de Bongart, chevaliers [1].

D'accord avec son fils Jean, ainsi devenu burgrave de Montjoie, Renard procura aussi un établissement à la fille naturelle de son neveu, Jean de Schonowen. Ce dernier, en supposant qu'il ne soit autre que le chanoine de Saint-Servais, n'était-il pas son parent de prédilection? N'avait-il pas été maintes fois, pour ainsi dire, son homme d'affaires? On l'avait encore vu, le

[1] On trouve dans FAHNE, *Kölnische Geschlechter*, etc., t. II, p. 133, le résumé d'une autre (?) convention de 1369, d'après laquelle Jean de Schoonvorst n'aurait reçu que *la moitié* de la seigneurie de Montjoie, et les deux frères auraient promis « de ne jamais devenir les ennemis des serviteurs, chevaliers, clercs, écuyers, sujets et gens de leur père ». Parlant ensuite de quelques arrière-fiefs, l'auteur ajoute que, la même année, Jean de Cronenberg fit hommage à Renard de Schoonvorst de son bien de Walheim (près de Cornélimunster); et qu'en 1370, Jean Rummel reçut de lui en fief Broertscheit (Bornschet près de Schoonvorst) et Hetzingen (dépendance de Montjoie).

23 septembre 1367, servir de mambour à la fille naturelle du sire de Schoonvorst, Élisabeth, femme de messire Herman de Mondersdorp, lorsqu'il releva pour elle, à la cour féodale du comté de Looz, une rente de deux cents écus d'or, hypothéquée sur les cours de Vogelsanck et de Stapel, appartenant à Arnould, sire de Rummen [1]. Le 30 avril 1370, Renard donna donc à sa petite-nièce Marie, fille naturelle de Jean de Schonowen et femme d'Erkyn Yngbrant, de Montjoie, la cense d'Op den Berg, au-dessus de Montjoie; il leur donna également la tour de pierre située dans la ville, à la porte de la Ruhr, avec le droit de garde y attaché, à condition de l'habiter, de l'entretenir soigneusement et de conserver tous ces biens, eux et leurs descendants, comme un fief mouvant du château de Montjoie [2].

Par la donation faite à ses fils en 1369, le sire de Schoonvorst s'était réservé le droit de disposer de ses biens situés sur la rive gauche de la Meuse. Le 7 mai 1371, il céda la terre de Sichem à Renard, son fils aîné. En même temps, la duchesse Jeanne de Brabant donna au nouveau seigneur ses lettres d'investiture et commanda aux habitants de lui obéir [3].

Débarrassé de l'administration d'une grande partie de ses domaines, le sire de Schoonvorst semble dès lors ne plus s'intéresser qu'aux affaires du Brabant. Comme conseiller du duc et de

[1] De Borman, *Le livre des fiefs du comté de Looz*, p. 72. — Une autre preuve de la confiance de Renard en son neveu nous est fournie par le procès que son fils Conrad intenta plus tard au chapitre de Saint-Servais, à Maestricht. Ce dernier était actionné en restitution d'un coffret contenant de l'argent et des bijoux pour une grande valeur, lequel aurait été confié aux gardiens du trésor par feu Renard, sire de Schoonvorst. De l'enquête ordonnée par le chapitre, il résulta qu'un écrin avait bien été un jour déposé dans la trésorerie par feu messire Jean de Schoinhauwen, mais qu'ensuite il en avait été retiré sur son ordre (De Borman, *Notice sur un cartulaire du chapitre de Saint-Servais*, p. 76).

[2] Strange, *Beiträge zur Genealogie der adligen Geschlechter*, livr. IX, charte 7, p. 55.

[3] *Comptes rendus des séances de la Commission royale d'histoire*, t. XIV, p. 108; Kremer, *Academische Beiträge*, suppl., p. 32.

la duchesse, il scelle la charte du 18 octobre 1370, par laquelle la ville de Bruxelles leur achète quelques privilèges [1]. Bientôt après, on le trouve mêlé aux événements de la guerre contre Guillaume VI, duc de Juliers, avec lequel, depuis plusieurs années, il était loin d'entretenir des relations cordiales. Ce prince était accusé de fermer les yeux sur les attentats dont certains marchands brabançons avaient été victimes sur ses terres; on disait même, au rapport de Froissart, qu'il favorisait ces brigandages. En vain Wenceslas, conformément aux conventions de la *Landfriede* et comme vicaire de l'Empire, lui en demandait satisfaction; il fut obligé de lui déclarer la guerre. L'armée brabançonne, avec ses renforts, fut divisée en soixante-deux *routes* ou cohortes, dont la quarante-huitième était vraisemblablement commandée par le vieux sire de Schoonvorst [2]. De Maestricht elle se dirigea, par les pays de Fauquemont et de Rolduc, vers le duché de Juliers. A peine avait-elle dépassé la frontière, qu'elle se trouva, dans la plaine de Bastweiler, en présence de l'ennemi. Quelques seigneurs conseillaient à Wenceslas de différer le combat jusqu'à l'arrivée de Jacques de Bourbon, son cousin, qui lui amenait de France un renfort. Le sire de Schoonvorst se prononça hautement contre cet avis : « Le duc se couvrirait de honte en temporisant; ses forces n'étaient-elles pas bien suffisantes pour affronter l'ennemi? L'honneur commandait d'engager immédiatement l'action [3]. » La majorité ayant approuvé ces paroles imprudentes, la bataille eut lieu le lendemain, 22 août 1371. Les historiens ne sont pas d'accord sur les événements qui

[1] *Brabantsche Yeesten, Codex diplomaticus*, t. II, p. 619.

[2] Butkens, t. I, p. 671, en publiant la liste des nobles présents à la bataille de Bastweiler, ne cite, dans la quarante-huitième *route*, que *Reynaut le jeune sire de Schoonvorst*. Mais, comme le remarque l'historien du Limbourg (Ernst, t. V, p. 132), cette liste, dont la rédaction ne fut commencée que le 20 décembre 1374, ne doit contenir que les noms de ceux que le duc de Brabant fut tenu d'indemniser à raison de leur captivité.

[3] *De Brabantsche Yeesten*, t. II, p. 199.

marquèrent cette journée. Qu'il nous suffise de dire que le duc de Juliers remporta une victoire complète. Son beau-frère, le duc Édouard de Gueldre, resta au nombre des morts; mais Wenceslas, avec la plus grande partie de sa noblesse, tomba en son pouvoir.

Le sire de Schoonvorst, échappé au désastre, dut se rappeler avec amertume l'heureux temps où il couronnait ses premières armes en retenant de sa main de fer le sire de Montmorency prisonnier. Renard, son fils, et Wenceslas, son suzerain, se trouvaient entre les mains du vainqueur. Enfermé au château de Nidecken, le malheureux duc de Brabant attendit longtemps sa délivrance. L'empereur épuisa tous les moyens en son pouvoir pour obtenir la liberté de son frère. Un de ses premiers actes fut de solliciter l'intervention de la cité de Liége et des bonnes villes du pays, Huy, Tongres, Dinant et Saint-Trond, vers lesquelles il envoya Jean de Saffenberg et Renard de Schoonvorst, avec des lettres de créance de sa part [1]. Ce ne fut qu'au mois de juin 1372 que le duc de Juliers, mis au ban de l'Empire, se décida à délivrer son prisonnier.

A la suite de ces événements, les états du Brabant se réunirent à Cortenberg, le 17 septembre 1372. On y avisa d'abord aux moyens de couvrir les dettes du pays; Wenceslas et Jeanne confirmèrent ensuite les anciennes chartes [2]. Par un acte subséquent, daté de Bruxelles, le 23 avril 1373, les mêmes souverains concédèrent spécialement à la ville de Louvain différents privilèges [3]. Ces deux diplômes, scellés par un grand nombre de leurs nobles vassaux, portent entre autres le nom du sire de Schoonvorst.

A partir de cette époque, une obscurité presque complète entourerait l'existence de Renard, si Hemricourt n'avait eu soin de nous raconter sa triste fin. Après la mort de sa femme,

[1] De Dynter, *Chronique des ducs de Brabant*, t. III, p. 62.

[2] *Inventaire des chartes de la ville de Louvain*, p. 86; Butkens, t. I, p. 493.

[3] Miræus et Foppens, *Opera diplomatica*, t. II, p. 1024.

en 1368, il ne craignit pas, déjà vieux, d'épouser une jeune veuve, Élisabeth de Hamal, fille de Jean, sire de Hamal, et de la sœur de messire Arnould de Rummen, Marie d'Oreye. Cette Élisabeth, qui vivait encore et était recluse à Cologne au moment où l'écrivain liégeois tenait la plume, avait déjà été mariée deux fois : en premières noces à Englebert de la Marck, seigneur de Loverval et oncle de l'évêque de Liége du même nom; en secondes noces à Wautier de Binckem [1]. Les enfants de Renard, au dire de Hemricourt, commencèrent dès lors à le persécuter, à le tourmenter de toute manière; au point que son fils Jean s'empara de sa forteresse de Montjoie, et que les autres allèrent piller ses terres, disant qu'assurément leur père avait perdu la tête. D'un autre côté, le sire de Bréderode se mit à le poursuivre et à lui faire une guerre acharnée. Enfin la fortune, lasse de le combler, se refroidit tellement que le pauvre homme ne sut plus de quel côté se tourner. Il prend alors la résolution de quitter le pays, ramasse sans bruit ses finances, et accompagné de deux serviteurs dévoués, passe la mer pour aller faire pénitence à Rhodes, au milieu des chevaliers de l'Hôpital. C'est là qu'il demeura jusqu'à la fin de ses jours et qu'il fut *révéremment enseveli*.

La dernière partie de ce récit présente une difficulté qui nous autorise à croire que Hemricourt s'est trompé sur la principale cause de l'expatriation de Renard. Comment concilier, en effet, la prise du château de Montjoie par son fils Jean avec l'acte de 1369 qui lui en attribue bénévolement la possession, et cela à une époque où le vieux chevalier ne pouvait guère s'être à la fois déjà remarié et avoir cédé aux exigences de ses enfants? L'abandon de la seigneurie de Sichem à son fils aîné, en 1371, s'accorderait mieux avec un pareil changement. Mais il est à remarquer qu'à l'occasion du testament de leur père, aussi bien que dans la convention de 1369, les fils de Renard ne cessèrent de lui témoigner la plus respectueuse

[1] Hemricourt, pp. 56 et 223. Voir le tableau généalogique, page 17 ci-dessus.

déférence. D'ailleurs, une déclaration de son petit-fils, Jean de Schoonvorst, faite en 1405, attribue positivement son départ à la honte dont il fut abreuvé, par suite des insultes et du dommage que les bourgeois de Maestricht lui firent subir en leur ville, après la défaite de Bastweiler [1]. On n'a malheureusement aucun détail sur ces scènes déplorables, motivées sans doute par l'influence néfaste du conseiller de Wenceslas sur l'issue de la bataille.

Nous venons de dire que le seigneur de Schoonvorst avait fait un testament. Cet acte est perdu ; mais on possède une convention du 7 août 1376, par laquelle ses quatre fils, Renard, sire de Schoonvorst (et de Sichem), Jean, sire de Rhode-Sainte-Agathe et burgrave de Montjoie, Englebert, prévôt de Saint-Servais, et Conrad, sire d'Elsloo, s'engagent à exécuter ledit testament « qui leur a été envoyé de Rhodes, scellé par leur père et par *d'autres* seigneurs de Saint-Jean à Rhodes » [2]. Il résulte de cette déclaration que le vieux sire s'était fait recevoir *chevalier de Saint-Jean de Jérusalem,* et que sa mort était récente [3].

Le lendemain 8 août, Renard, Jean et Englebert, se conformant à leur promesse, renoncent aux villages de Zétrud, de

[1] Franquinet, annexe XVIII. Voici ce passage : « Want voirmoyls inder tijt due der hoechmechtige princhе ende mogende here Wenceslaus hertoch van Brabant seligher gedenckenisse tieghen die gelressche bi Baeswilre gestreden hadde, mijnen alden heren den alden heren van Schoonvorst, den god genade, bynnen der stat van Triecht groete smaet, confusie ende schade geschiede *ende buten lendich der om wart.* »

[2] Piot, *Cartulaire de l'abbaye de Saint-Trond,* t. II, p. 77. — On remarquera que Jean de Schoonvorst s'intitule, dans cet acte, seigneur de *Sint Aghaten Rode* ou de Rhode-Sainte-Agathe ; d'où il faut conclure que cette terre lui avait été donnée du vivant de son père.

[3] On lit dans la *Chronique des pays d'Outre-Meuse,* éditée par M. Habets (*Publ. de la Soc. hist. du Limbourg,* t. VII, p. 13) : « In den jaer MCCCLXXVII due starff der alde here van Schonvorst te Rodes over Zee, in de korstheylige daghe op sinte Johansdaech Evangelist ». D'après l'auteur, Renard serait donc décédé le 27 décembre 1377. Quelque affirmative que soit cette assertion, il est impossible de l'admettre en présence de la déclaration authentique des fils mêmes du défunt.

Lummen et d'Onder den Berg, que leur frère Conrad a reçus en partage par le testament de leur père [1].

Une autre clause de ce même testament nous est révélée par Eustache de Bongart attestant, en 1393, que, d'après les dernières volontés du sire de Schoonvorst, il devrait être fait remise d'une somme de 10,000 écus au duc de Juliers lorsqu'il dégagerait le pays de Montjoie [2]. On se demande si ce n'était pas là une disposition *in extremis,* ayant pour but de restituer au duc l'argent escroqué jadis à son père par celui qui s'appelait alors simplement Renard de Schönau.

De même que Renard ne prit jamais le surnom de Maschereil, ses enfants abandonnèrent le nom de Schönau pour ne conserver que celui de Schoonvorst. Il laissa de son mariage avec Catherine de Wildenberg, déjà mère d'Othon d'Elsloo, quatre fils, qui furent tous chevaliers, et quatre filles :

Renard II, sire de Schoonvorst (1369), qu'il perdit en 1396 [3], et de Sichem (1371), qu'il abandonna quelque temps contre Schöneck et finit par vendre à Thomas, sire de Diest, en 1398 [4]. Il tenait encore en fief du duc de Brabant les bois de Meerdael [5] et de *Berquyt* [6], ainsi que la seigneurie d'Archennes [7].

[1] Franquinet, annexe IX.

[2] Fahne, *Geschichte der kölnischen Geschlechter*, t. II, p. 133.

[3] Zantfliet, *Amplissima collectio,* t. V, col. 347.

[4] Franquinet, annexe X; *Comptes rendus des séances de la Comm. roy. d'hist.,* t. XIV, p. 108; Kremer, *Academische Beiträge,* suppl., p. 32.

[5] Vaste forêt située au sud de Louvain et appartenant aujourd'hui à la famille d'Arenberg.

[6] Près de Grez-Doiceau; voy. Wauters, *La Belgique ancienne et moderne,* t. II, canton de Wavre, p. 222.

[7] Archennes-sur-Dyle avait été démembrée de la terre de Rhode-Sainte-Agathe, dans le partage qu'on fit des biens de Renaud Ier. Au surplus, voici comment s'exprime le *Spechtboeck*, fol. 112 v° : « Reynault, here van Scoinvoirst (sans la qualification *der alde*), houdet dlant van Sighene... Item, dbossch van Meersdail, Berquyt ende Arkennen, dat ghespleten is in der deilingen van den lande van Sente Achten Rode ». Plus tard, comme on va le voir, Archennes passa à Englebert de Schoonvorst, frère de Renard.

Renard épousa Jeanne d'Arckel, fille d'Othon, sire d'Arckel, Leerdam, et d'Isabelle de Bar, dame de Pierrepont [1]. Il mourut, d'après Perreau [2], en 1419.

Jean, cité comme prévôt de Saint-Servais à Maestricht, de 1361 à 1370 [3], et comme chanoine *imbannitus* (non résident) de Saint-Lambert à Liége, en 1363 [4]; burgrave de Montjoie (1369); seigneur de Rhode-Sainte-Agathe, Clabeek, Nieuwerpoorten (Neerpoorten), Ottenbourg et du tonlieu de Wavre [5]. Il mourut prématurément en 1381 [6], après avoir épousé Marguerite, fille de Jean Scheiffart de Mérode, sire de Hemmersbach, et de Marguerite de Pallant [7].

Conrad, sire d'Elsloo vers 1373 [8], et de Zétrud en 1376 [9], fut assassiné à Louvain le 7 mars 1403 [10]. Il avait épousé, par contrat du 10 septembre 1372, Catherine, fille de Jean d'Ar-

[1] Cf. Goethals, *Hist. généal. de la maison de Hornes*, art. *Arckel*, p. 107.

[2] *Revue belge de numismatique*, t. IV, p. 379.

[3] *Publications de la Société historique du duché de Limbourg*, t. IV, p. 205; Strange, *Beiträge zur Genealogie der adligen Geschlechter*, livr. IX, p. 57.

[4] J. de Theux, *Le chapitre de Saint-Lambert*, t. II, p. 112.

[5] Butkens, t. II, p. 215.

[6] Manuscrits généalogiques de Le Fort. — Fahne cite un acte de 1381, par lequel Renard de Schoonvorst confère l'ammanie de Montjoie, en qualité de tuteur des enfants de son frère Jean et de Marguerite de Mérode, veuve de ce dernier (*Gesch. der köln. Geschl.*, t. II, p. 133).

[7] Richardson, *Geschichte der Familie Merode*, t. I, p. 75; t. II, p. 367. — L'auteur relève à bon droit l'erreur de tous les généalogistes, qui prétendent que cette Marguerite de Mérode était déjà veuve de Jean de Sevenborn, sire de Cranendonck.

[8] Othon de Born, auquel il succéda dans la seigneurie d'Elsloo, vivait encore le 8 mars 1372 (1373?). Il était mort en 1374, année où sa veuve, Jeanne de Pallant-Breidenbend, épousa Louis de Reifferscheid (Lac., III, n° 718; de Vorst-Gudenau, *Geschichte der Herren von Pallant*, p. 6).

[9] Franquinet, annexe IX.

[10] Butkens, t. I, p. 153.

genteau, seigneur de Wilhonrieu, et de Catherine de Gronsveld [1].

Englebert, prévôt de Saint-Servais après son frère Jean, puis cité comme tel et chanoine de (Saint-Lambert à) Liége le 9 septembre 1376 [2]; seigneur d'Archennes (...1385-1393) et de Hartelstein (1381, 1391) [3]. Il épousa, en 1381, Agnès de Pallant, fille de Carsilius, seigneur de Pallant, et d'Agnès de Bachem, héritière de Bachem et de Frechen [4].

Aléide, mariée à Aix-la-Chapelle, en septembre 1363, à Conrad, seigneur de Dyck, fils de Conrad et de Richarde de Juliers [5]. Cette union ne fut pas de longue durée : au commencement de l'année 1371, Aléide avait convolé depuis peu avec Arnould, sire de Wachtendonck [6], qui mourut entre 1384 et 1387 [7]. On la rencontre encore, sous le nom de dame de Dyck et de Wachtendonck, en 1393, mais elle avait cessé de vivre en 1396 [8].

Philippine (appelée par les historiens tantôt Jeanne, tantôt Adélaïde), qui épousa Henri VII, dernier comte de Salm en Ardenne (Viel-Salm), fils de Henri VI et probablement de Mathilde de Thuin [9]. Ils apparaissent comme con-

[1] Franquinet, annexe VIII. — Cette alliance autorise Hemricourt (p. 230) à qualifier Conrad de seigneur de Wilhonrieu, que son éditeur écrit *Aweilhonriwe*. Grâce aux recherches de M. le chevalier de Borman, on sait aujourd'hui que le nom de cette localité s'est transformé en Williaren ou Veljaeren, dépendance de Hombourg, ancien duché de Limbourg.

[2] *Archives de Saint-Martin à Liége, Cour des tenants,* reg. 1371-1467, fol. 28.

[3] Franquinet, annexes XII, XV et XVI. Cf. p. 51 ci-dessus.

[4] De Vorst-Gudenau, *Geschichte der Herren von Pallant,* pp. 6 et 7.

[5] Fahne, *Kölnische Geschlechter,* t. I, p 78. Cf. *Codex diplomaticus Salmo-Reifferscheidanus* du même, nos 158 et 191.

[6] *Ibïdem,* charte 209.

[7] Lacomblet, t. III, no 885 et note.

[8] Fahne, *Köln. Geschl.,* t. II, p. 133; et *Salm-Reifferscheid,* t. I, p. 35.

[9] Cf. Ernst, *Chronol. hist. des comtes de Salm en Ardenne,* dans les *Nouv. arch. hist.,* t. VI. pp. 68 et suiv.

joints de 1365 à 1378 [1]. Elle était décédée en 1399 [2] ; le comte Henri lui survécut jusqu'en 1414 [3].

Mechtilde (et non Marie), alliée à Pierre de Dollendorf, sire de Cronenbourg en l'Eifel et de Neuerbourg, fils de Frédéric et d'Amiette von Hamm [4]. Déjà cité comme beau-frère du comte Henri de Salm en 1373, ce seigneur comparaît avec sa femme dans un acte de l'année 1385 [5]. Celle-ci avait cessé de vivre en 1389; son mari ne mourut qu'en 1413 ou en 1417 [6].

Elisabeth, qui intervient avec son époux Othon de Trazegnies, seigneur de Contrecœur ou Wedergraet (environs de Ninove), Meerbeck, Neygem, etc., dans un document du 9 septembre 1376 [7]. Devenue veuve vers 1387, elle convola en secondes noces avec Jean de Diest, sire de Haneffe (?), fils de Henri, sire de Diest, et d'Else de Hornes [8]. D'après Le Fort, elle vivait encore en 1393.

Élisabeth, fille naturelle, épouse de Herman de Mondersdorp, chevalier, avec lequel elle vivait le 23 septembre 1367 [9].

[1] Fahne, *Codex diplomaticus Salmo-Reifferscheidanus*, nos 208 et 212 ; *Archives de Saint-Martin à Liége, Cour des tenants*, reg. 1371-1467, fol. 25.

[2] Franquinet, annexe XVII.

[3] Ernst, *loc. cit.* ; Fahne, *Salm-Reifferscheid*, t. I, p. 55.

[4] Fahne, *Salm-Reifferscheid*, t. I, p. 31.

[5] Id., *Cod. dipl. Salmo-Reiff.*, nos 212 et 240.

[6] Id., *Salm-Reifferscheid*, t. I, p. 31.

[7] *Archives de Saint-Martin, loc. cit.*, fol. 28; Wauters, *Histoire des environs de Bruxelles*, t. I, pp. 306 et suiv.

[8] Butkens, t. II, pp. 96 et 251.

[9] De Borman, *Le livre des fiefs du comté de Looz*, pp. 72 et 267.

Nous avons fait connaître dans cette notice les différents sceaux dont Renard de Schönau a fait usage, soit comme simple gentilhomme, soit comme sire de Schoonvorst, soit enfin comme sire de Fauquemont. Pour être complet, il nous reste à parler de la seule monnaie qu'on puisse lui attribuer avec certitude, un magnifique florin d'or au type de Florence, découvert à Paris par M. De Coster, en 1851 [1].

Droit. Une grande fleur de lis entourée de la légende : ✠ RЧ'D'D· — VALҜЄ'B' (*ReiNardus Dominus De* VALKE*nBurg*).

Revers. Saint Jean-Baptiste debout, levant la main droite pour bénir, et tenant de la gauche un sceptre crucifère : ×S×IOHT — HHESB· ✠ (fig. 4 de la planche).

M. Perreau, à qui la *Revue belge de numismatique* (an. 1851, p. 384) doit la publication de cette pièce, se donne beaucoup de peine pour prouver qu'elle ne peut appartenir qu'à Renaud de Fauquemont, et non à Renaud de Schoonvorst. « Le premier Renaud, dit-il en substance, posséda la seigneurie de Fauquemont depuis 1305 jusqu'en 1332; le second l'acheta en 1354 et la céda, la même année, au duc de Juliers. Il est peu probable que, pendant ces quelques mois, il ait fait frapper cette belle monnaie d'or, lui qui, dans la seigneurie de Sichem, qu'il posséda depuis 1358 jusqu'à sa mort, ne fit fabriquer que des gros d'argent qu'on rencontre assez fréquemment [2]. Il est beaucoup plus rationnel d'attribuer ce florin d'or à Renaud de Fauquemont, qui fut un dynaste bien

[1] Il est fort douteux que Renard ait fait frapper le gros de Schoonvorst figuré dans Van der Chys, *De munten der leenen van Braband en Limburg*, pl. XXIX, nos 11 et 12. Bien que cette pièce soit une imitation de la monnaie de l'archevêque de Cologne, Guillaume de Gennep (1349-1362), elle appartient plutôt à Renard II de Schoonvorst.

[2] Ces pièces sont de Renard II de Schoonvorst; mais il faut savoir que Perreau fait vivre Renard Ier jusqu'en 1391.

plus puissant que le sire de Schoonvorst, tant par l'étendue de ses possessions que par le rôle chevaleresque qu'il joua pendant sa vie entière. D'ailleurs, Renaud, sire de Fauquemont, fut le contemporain des premiers princes belges qui monnayèrent au type du florin de Florence : Louis de Crécy, comte de Flandre (1322-1346); Jean, roi de Bohême et duc de Luxembourg (1309-1346), et Jean III, duc de Brabant (1312-1355). ...Il est même probable que c'est par suite des relations d'amitié qui existèrent entre Renaud de Fauquemont et le roi de Bohême, que Renaud fit frapper une monnaie d'or presque identique à celle que le duc de Luxembourg fit forger, *et qui est évidemment la première fabriquée à ce type dans la Belgique.* »

Si cette dernière assertion était vraie, il en résulterait simplement que le duc de Luxembourg n'a frappé ce florin d'or qu'à la fin de son long règne, et par conséquent bien longtemps après la mort de Renaud de Fauquemont. Mais on sait que tous les florins du roi Jean ont été faits en Bohême; on sait aussi que ceux du comte de Flandre, probablement les plus anciens de notre pays, ne datent que de 1335 [1]. Renaud, tout contemporain de ces princes qu'il était, n'a donc pu voir leurs florins d'or; et comme on ne peut raisonnablement supposer que celui de Fauquemont ait précédé tous les autres, il ne reste qu'à le donner à Renard de Schoonvorst.

Après la preuve négative, voici d'autres arguments. Perreau ne connaissait que superficiellement l'histoire; tous ses écrits le prouvent. Ainsi, Renard de Schoonvorst, qu'il nous représente comme n'ayant été seigneur de Fauquemont que pendant quelques mois, en fut investi le 4 avril 1354 et l'aliéna au mois d'août 1356, après en avoir joui pendant près de deux ans et demi. Il n'était guère moins puissant que son prédécesseur « par l'étendue de ses possessions », puisque celles-ci étaient à peu près les mêmes. Renard, en outre, avait, bien

[1] Voy. GAILLARD, *Recherches sur les monnaies des comtes de Flandre*, p. 146, et *Pièces justif.*, p. 42.

autrement que Renaud de Fauquemont, le moyen de fabriquer de la monnaie d'or, lui qui prêtait ses beaux écus sonnants à presque tous les princes de son temps. Quant au rôle plus ou moins chevaleresque de ces deux personnages, il n'a rien à faire ici.

Déjà une note de la rédaction infirmait singulièrement l'opinion de Perreau, en disant : « Ce florin de Fauquemont est identiquement semblable de fabrique, de style et même de marque monétaire à celui WILHELMVS DVX, qu'on ne peut attribuer qu'au duc Guillaume de Juliers ou au duc Guillaume de Bavière-Hainaut, qui tous les deux ont commencé à régner en *1356*. C'est un argument bien fort en faveur de Renaud de Schoonvorst. » Depuis, Grote [1] a prouvé que cette dernière pièce appartient réellement au duc de Juliers. Alors, et alors seulement, les florins d'or au type de Florence étaient en plein épanouissement; pas de grand baron, pour ainsi dire, qui ne s'estimât assez pour en faire fabriquer. Pour ne parler que de ceux qui portaient une aigle simple comme différent, — aigle caractéristique de notre pièce et du sceau de Renard — citons les florins d'or du *roi des Romains*, Charles IV (1346-1355); de l'archevêque de Cologne, Guillaume de Gennep (1349-1362); de Guillaume V, *duc* de Juliers (1356-1361); de Thierri de Heinsberg, comte de Looz (1336-1361); de Thierri-Lœf de Horn (1368-1390), tous princes ou seigneurs voisins de Renard de Schoonvorst et dont pas un n'était contemporain de Renaud de Fauquemont [2].

[1] *Die Münzen der Grafen und Herzöge von Jülich* (extrait), p. 409.

[2] Voyez sur ces florins au type de Florence : Paul Joseph, *Beschreibung des Bretzenheimer Goldguldenfundes*, pp. 42 et 92.

TABLE ALPHABÉTIQUE DES NOMS PROPRES

A

Achtenrode, voy. Rhode-Sainte-Agathe.
Agimont, 34.
Aix (Heyneman d'), 4. 5, 8.
Aix-la-Chapelle, 20, 25, 55. — Chapitre de Notre-Dame, 6, 8.
Ambel, Amblève, 37.
Angleterre (Édouard III, roi d'), 10, 14, 39, 40.
Archennes, Arkennen, 62, 64.
Arckel (D'), 49, 63.
Arenberg (Comtes d'), 17.
Argenteau (D'), 18, 63.
Arlon (Arnould d'), 22.
Arnhem, 42.
Assche (D') 35.
Asten, 46.
Aweilhonriwe, voy. Wilhonrieu.

B

Bachem, 64.
Bar (Isabelle de), 63.
Bastweiler, 58, 61.
Bautershem (De), 34.
Bel (Jean le), 52.
Berg (Comtes de), 17, 24, 25, 40, 41.
Berge, 20, 29.
Bergen-op-Zoom, 46.
Bergh up der Inden, 26.
Berquyt, 62.
Bicht, voy. Grevenbicht.
Binckem (Wautier de), 17, 60.
Bindervelt, Bylrevelt (De), 6, 9, voy. Montenaken.
Bocholt, 47.
Bohême (Jean, roi de), voy. Luxembourg.
Bongart (De), 6 à 8, 14, 18, 56, 62.
Bonn, 19.
Borcette, 53, 54.
Born, 31, 36, 38, 50. — (Othon de), 16, 17, 26, 47, 48, 63.
Bornschet, Broertscheit, 56.
Boslar, 29.
Bourbon (Jacques de), 58.
Brabant (Godefroid de), 25. — (Jean III, duc de), 21, 25, 26, 29, 31, 33, 34. — (Jeanne et Wenceslas, duc et duchesse de), 26, 33 à 35, 39 à 42, 44 à 47, 49, 50, 54, 57 à 59, 62. — (Marguerite de), 34.
Bréderode (Thierri de), 27, 50, 60.
Brétonbur, 8, 9.
Brogel, 47, 48.
Brouck, 9.
Bruenshorne (De), 26.
Bruggen, 43.
Brühl, 19.
Bruxelles, 35, 55.
Butgenbach, 27 à 29, 37.

C

Caster, 38, 42, 43, 48.
Catsop, 47, 48.
Champs (Des), 8.
Charles IV de Luxembourg, 19, 22, 23, 25, 30, 32, 34, 38 à 40, 59.
Charneux (Arnould de), 17.
Chiny, 34, 46.
Clabeek, 63.
Clèves (Jean, comte de), 42, 43.
Cologne (Archevêché de), 18 à 20, 22, 24, 25, 52. — (Ville de), 54.
Colyn (Martin), 53.
Contrecœur, 65.
Cornélimunster, 48, 53, 54.
Cosfelt (Coleir de), 53
Coutereel (Pierre), 44 à 46.
Crenwick (Robert de), 36, 51, 52.
Cronenberg, 56, 65.
Cuyck (Henri de), 46.

D

Dalenbroeck, 39.

Dammartin (Raes de), 5, 9.
Dickenberg (Renard de), 21.
Diest (De), 62, 65.
Dinant, 59.
Dollendorf (De), 65.
Dreile (Othon de), 32.
Durbuy, 19, 22, 23.
Dyck (Conrad de), 41, 64.

E

Édouard III, voy. Angleterre.
Elsloo, 16, 17, 24, 26, 47, 48, 61, 63.
Empel, 24.
Engelsdorf (Edmond d'), 26.
Esneux (D'), 6, 9.
Euskirchen, 27 à 29, 32, 33.
Eysden, 30, 37.

F

Fauquemont, 27 à 31, 33, 36 à 38, 42, 50, 51. — (Béatrix de), 27, 28. — (Jean de), 27, 28, voy. Born. — (Marguerite de), 27 à 30, 33. — (Marie de), 27, 28. — (Philippine de), 27 à 30, 50. — (Renaud de), 66 à 68. — (Thierri de), 19, 31. — (Walram de), voy. Born.
Fexhe (De), 5, 8.
Flandre (Henri de), 27 à 30, 38. — (Louis de Male, comte de), 34, 35, 39, 40.
Forest (Robert de), 16.

G

Galoppe, 30.
Gennep (Guillaume de), 25, 40.
Ghoer (Guillaume de), 52.
Gimmenich (De), 9.
Gorssum, 9.
Gressenich, Grossenich, 30.
Grevenbicht, 26, 47, 48.
Griepekoven, 32.
Gronsveld (De), 52, 64.
Gueldre (Édouard, duc de), 42, 43, 59. — (Renaud III, duc de), 42, 43

H

Halen (Frank de), 34.
Halle, 34.
Hamal (De), 17, 60.
Hamm (Amiette de), 65.
Haneffe, 65.
Haren, 51.
Hartart, Hartelstein, 51, 64.
Havelanges, 21.
Heerlen, 29, 30, 37, 51.
Heiden, 4, 56.
Heinsberg (Godefroid de), 39. — (Thierri de), 24, 31, 34.
Heister, 30.
Helchteren, 21, 36, 37.
Hemmersbach, 63.
Herckenrode, 51, 52.
Hetzingen, 56.
Hombourg, 64.
Honepel (Rutger de), 24.
Hornes (Else de), 65.
Husen (De), 52.
Huy, 9, 59.

J

Jardin (Gérard du), 5, 6, 8.
Jean l'Aveugle, voy. Luxembourg.
Jehay (Thomas de), 52.
Julémont (Arnould de), 9.
Juliers (Gérard de), 24, 25, 40, 41. — (Guillaume V, margrave puis duc de), 7, 10, 14, 15, 22, 24, 26, 31 à 33, 37 à 39, 41, 42, 48. — (Guillaume VI, duc de), 24, 41, 45, 46, 48 à 50, 52, 58, 59, 62. — (Jeanne de), 52. — (Richarde de), 64. — (Philippine de), 39. — (Walram de), voy. Cologne.

K

Kaiserswerth, 40, 41.
Kenswilre (Bernard de), 56.
Kessenich, 26, 48.

L

Lanckler, Lanclair, 21.
Leerdam, 63.
Liége, 17, 32, 51, 52, 55, 59. — Chapitre de Saint-Lambert, 6, 8, 17, 18, 25, 63, 64. — Chapitre de Saint-Martin, 51. — Chapitre de Saint-Paul. 8.
Lievendale (Jean de). 53.
Ligne (Jean de), 52.
Limbourg, 25, 26, 29. 31, 33, 64. — (De), 4, 5, 17, voy. Brabant.
Linnen, 30.
Lobede, Lobith, 42, 43.
Looz (De), 17, 34, voy. Heinsberg.
Louvain, 44 à 46, 53, 54, 59.
Loverich, 26.
Loverval. 17, 60.
Lummen, 62.
Luxembourg (Baudouin de), 22, 23. — (Jean, comte de), 16, 19, 22. — (Wenceslas, duc de), 30, voy. Charles IV.
Lyon (Henri), 53.

M

Maestricht, 61. — Chapitre de Saint-Servais. 7 à 9, 46, 57, 61, 63, 64. — Chapitre de Notre-Dame, 9.
Malines. 34.
Marchienne-au-Pont, 55.
Marck (Adolphe de la), 16 à 18. — (Comtes de la), 17, 22. 52. — (Englebert de la), 16 à 19, 21, 48. — (Englebert de la), le jeune. 17. 60. — (Jeanne de la), 16. 17.
Mascharel, Maxhereit, etc.. 5. 6, 8. 9, 16.
Maubeuge, 27. 28.
Méan (De), 52.
Mechelen, 30.
Meerbeck, 65.
Meerdael, 62.
Mérode (De), 49, 63.
Mertzene, Mertzenich, 21.
Meurs (Jean de), 43.
Mondersdorp (De., 16, 57, 65.
Montenaken,, 9, 51, 52.
Montjardin. 16.
Montjoie, 27 à 31, 33, 37, 38, 48. 50, 53, 54, 56, 57. 60 à 63.
Montmorency (Charles de), 12 à 14.
Munstereygen, 48.
Munstereifel, 48.

N

Namur (Guillaume, comte de), 33. — (Robert de), 45.
Necken (Jean de). 53.
Neerpoorten. Nieuwerpoorten. 63.
Neuenar (Guillaume de , 24.
Neygem. 65.
Nidecken. 59.
Niedermertz. 21.
Nimègue, 42, 43.
Ninove, 27.
Nothberg, 26.

O

Onder den Berg, 62.
Op den Berg, 57.
Oreye (D'), 17, 60. voy Rummen.
Ottenbourg, 63.
Oulpixhe, 5, 8.

P

Pallant (De), 47, 63, 64.
Patterhoeuffde (Arnould de). 53.
Pierrepont. 63.
Pietershem (Jean de), 49.
Pomerio (De). 6.
Prague (Nicolas de). 25.

R

Randeroden (De). 11, 12.
Rehoven, Reckhoven, 55.
Reichenstein, 27, 28, 31.

Reifferscheid, (Louis de), 63.
Rhode-Sainte-Agathe, 41, 55, 61 à 63.
Rhodes, 60, 61.
Richterich, 55.
Roche (La), 22, 23
Rode, 8, 9.
Rudesheim, 27, 29, 32.
Rulland, 23.
Rummel (Jean), 56.
Rummen, 45, 46, 57, 60.
Ruremonde, 43.

S

Saffenberg (Jean de), 59.
Saint Sauf-Lieu (De), 12.
Saint-Trond, 21, 55, 59.—Abbaye, 6 à 8, 21, 36, 37, 51, 52.
Saint-Vith, 28 à 30, 37.
Saive (Louis de), 32.
Salm (Comtes de), 34, 45, 55, 64, 65.
Schoenvorst, voy. Schoonvorst.
Schönau, 4 à 6, 8, 9, 18, 23, 31, 37. — (Aléide de), 9. — (Ameil de), 6, 8, 21, 36. — (Gérard de), 4, 6, 8. — (Jean de), 6 à 9, 51, 52, 56, 57. — (Marie de), 57. — (Raes de), 5, 6, 8, 9.
Schöneck, 27 à 30, 33, 62.
Schonowen, Sconhoven, etc, voy. Schönau.
Schoonvorst, 4, 5, 8, 23, 24, 54, 55, 62. — (Aléide de), 41, 64. — (Conrad de), 57, 61 à 64. — (Élisabeth de), 57, 65. — (Englebert de), 51, 61, 62, 64. — (Jean de), 46, 54 à 56, 60, 61, 63. — (Mechtilde de), 65. — (Philippine de), 55, 64. — (Renard II de), 24, 43, 54 à 59, 61 à 63, 66.
Sevenborn (Jean de), 63.
Sichem, 41, 42, 55, 57, 62, 66.
Singhe (Jean de), 53.
Sittard, 30, 31.
Stapel, 57.
Stavelot, 23.

T

Ter Dolen, 21, 36.
Thuin, 55, 64.
Tongres, 59.
Tournai, 10 à 13.
Trazegnies (Othon de), 65.
Tressin, 11 à 13,
Tudekem (Philippe de), 47,

U

Uelpenich, Ulpich, 5, 8.

V

Vaux (De la), 6, 8.
Vervych (Herman de), 51.
Vlodorp (Rembode de), 56.
Vogelsanck, 57.
Voorst (Zweder de), 43.

W

Wachtendonck, 64.
Walheim, 56.
Walravensberg, 26.
Warfusée, 5, 6, 8, 9.
Wavre, 63.
Wedergraet, 65.
Wied (Guillaume, comte de), 52.
Wijnandsrade, 8.
Wildenberg (Catherine de), 16, 17, 26, 47, 53, 54, 62. — (Philippe de), 16, 17.
Wilhonrieu, Williaren, 64.
Wittem, 9.

Y

Yngbrant (Erkyn), 57.

Z

Zétrud, Zittard, 32, 33, 38, 55, 61, 63.
Zievel (De), 32.
Zulpich, 52.
Zutphen, 43.

1

Renard de Schónau

1348.

2

Renard de Schönau, sire de Schoonvorst

1354, 1359 1380.

3

Renard sire de Fauquemont et de Schoonvorst

1359.

4

Renard sire de Fauquemont

Florin à or.

Delamarre del. Lavalette sculp.

BRITISH MUSEUM
NATURAL HISTORY.

EURIPIDE ET ANAXAGORE

PAR

Léon PARMENTIER,

PROFESSEUR A L'UNIVERSITÉ DE GAND.

(Présenté à la Classe des lettres dans la séance du 13 mai 1892.)

INTRODUCTION.

L'opinion qui fait d'Euripide le disciple d'Anaxagore était très répandue dans l'antiquité et nous est attestée par une foule de témoignages [1].

Les savants modernes ont plus d'une fois examiné la valeur de cette tradition. Quelques-uns en ont exagéré l'importance : Valkenaer, par exemple, le premier qui ait étudié la question avec quelques détails [2], était tenté de voir, dans presque tous les passages philosophiques d'Euripide, des allusions à la doctrine d'Anaxagore. C'était, je pense, simplifier beaucoup trop le problème.

De même que l'on trouve déjà chez Euripide presque toutes les spéculations possibles sur le droit et sur l'État, on peut reconnaître chez lui l'influence des doctrines philosophiques les plus différentes.

Très accessible à tous les courants d'idées nouvelles, doué d'une extrême facilité d'assimilation, Euripide a fait tour à tour des emprunts aux théories les plus diverses ; souvent, il

[1] Diog. Laert., II, 10, 45 ; Suidas, Εὐριπ. ; Diodore, I, 7 ; Strabon, XIV, 1, 36, p. 645 ; Cic., *Tusc.*, III, 14, 30 ; Aulu-Gelle, XV, 20, 4, 8 qui cite Alexandre l'Etolien, poète contemporain de Ptolémée II ; Héraclite, *Alleg. Hom.*, 22, p. 47 (Mehler) ; Denys d'Halic., *Ars rhet.*, 10, 11, pp. 300, 355, R. ; plusieurs scolies d'Euripide, etc. Cf. Schaubach. *Anaxagorae Clazom. fragmenta*, Leipzig, 1827, p. 27 ss.

[2] *Diatribe in Euripidis perdit. dram. reliquias*, pp. 27-44.

se contente de les juxtaposer, sans se soucier de les mettre d'accord ; mais il lui arrive aussi, plus fréquemment qu'on ne veut l'admettre, de les modifier suivant ses idées personnelles ou les besoins de la situation dramatique.

D'autre part, bien des idées que l'on veut à tout prix rapporter à un auteur déterminé, appartenaient à l'ensemble des raisonnements et des vues qui étaient la propriété commune des hommes cultivés du cinquième siècle athénien.

C'est une tâche très délicate et très ardue que d'étudier les sources de la philosophie d'Euripide, et il faut se garder de toute conclusion qui ne tiendrait pas compte à la fois de l'éclectisme et de l'originalité particulière du poète.

On ne trouvera donc pas entre les opinions d'Euripide et d'Anaxagore toute la conformité que Valckenaer voulait y voir et que la tradition antique semble supposer. Est-ce une raison suffisante pour refuser à peu près toute créance à cette tradition elle-même, et pour révoquer en doute jusqu'à l'existence de rapports entre le poète et le philosophe? Bergk [1] et M. de Wilamowitz-Moellendorff [2] avaient, les premiers, exprimé des doutes à l'égard de la tradition ; récemment, M. P. Decharme [3] s'est montré plus sceptique encore que ses deux devanciers ; enfin, M. Maurice Croiset [4] s'en réfère à l'opinion de M. Decharme, qui semble ainsi en train de s'imposer de plus en plus dans la science.

Je crois, avec ces savants, qu'il ne faut pas chercher dans

[1] *Griech. Literat.* III, pp. 469-470.

[2] *Analecta Euripidea*, pp. 163-164 (en 1875).

[3] Revue des études grecques, II (1889), *Euripide et Anaxagore*, pp. 234-244.

[4] *Histoire de la littérature grecque*, III, p. 287 (1891).

Euripide une reproduction fidèle des théories d'Anaxagore. Mais cette absence de conformité absolue ne peut pas être invoquée contre l'authenticité de leurs rapports.

Si Euripide a été le disciple d'Anaxagore, il ne s'ensuit pas qu'il ait dû se laisser dominer entièrement par l'enseignement de son maître. La mobilité même de sa nature défendrait d'admettre une semblable conclusion. Par conséquent, malgré les divergences partielles, les indices favorables à l'existence de relations entre ces deux hommes gardent toute leur valeur; et ces relations ne pourront plus être niées, si les passages d'Euripide que j'invoquerai ne s'expliquent qu'à la condition d'en admettre la réalité.

Je sais bien que, dans un sujet tel que celui-ci, il faut, avant tout, éviter de tirer des conclusions trop affirmatives, et songer sans cesse que l'on se trouve à une époque pour laquelle nos sources et nos documents sont incomplets et insuffisants. Nous n'avons qu'une partie des drames d'Euripide, et leur chronologie est loin d'être établie avec certitude.

Nous avons perdu l'ouvrage d'Anaxagore; si précieux que soient les fragments conservés et les nombreux témoignages des anciens, ils ne suffisent point à nous donner une idée complète de l'œuvre de ce puissant esprit. Que l'on songe à ce que serait notre jugement sur Platon lui-même, si nous ne le connaissions que par l'intermédiaire d'Aristote. Enfin, nous ne possédons presque rien des écrits de beaucoup d'autres contemporains d'Euripide, des sophistes par exemple, dont la connaissance serait importante pour ces délicates questions d'influence.

Je ne me dissimule donc pas que les recherches du genre de celles que j'entreprends ici, sont assez hasardeuses, si l'on

ne procède pas avec une extrême réserve, et qu'elles peuvent offrir du danger. Mais, à tout prendre, ce danger est peut-être moindre que celui de fermer les yeux devant les traces tantôt évidentes, tantôt à demi effacées et difficilement reconnaissables, d'une influence intellectuelle qui a existé réellement. Or, nul savant ne peut méconnaître l'importance considérable d'Anaxagore pour le développement de la science et de la philosophie helléniques; le premier, il a professé le dualisme et séparé l'esprit de la matière. Un tel homme a dû exercer une influence profonde sur ses contemporains; lorsque cette influence, déjà évidente naturellement, nous est, en outre, attestée par les témoignages anciens les plus autorisés, il est impossible de se dérober à l'examen des questions qu'elle soulève.

L'influence d'Anaxagore a été, de bonne heure, si considérable que Platon [1] et Xénophon [2] parlent de lui comme d'un physicien dont les doctrines et les écrits étaient généralement connus à Athènes, à la fin du V^e^ siècle. Aristophane fait allusion à ses doctrines dans les *Nuées*. Archélaos et Métrodore sont ses disciples; Diogène d'Apollonie lui emprunte une grande partie de sa doctrine [3]. S'il n'a pas été le maître de Démocrite, celui-ci l'a certainement connu, et s'est même donné la peine de le réfuter. D'après l'opinion unanime des

[1] *Apol.*, 26 d.

[2] *Memor.* IV, 7, 6 ss.

[3] D'après des témoignages moins certains, mais qui ne manquent pas tous de vraisemblance, Thémistocle, Thucydide, Empédocle, Socrate même l'auraient aussi entendu. Anaxagore est un des philosophes anciens auxquels Aristote et Théophraste attachent le plus d'importance.

anciens, Périclès, au même titre qu'Euripide, est son auditeur et son ami [1].

Plutarque explique par l'influence d'Anaxagore la noblesse et l'élévation de l'éloquence du grand homme d'État. On se plaisait à faire remarquer qu'Euripide et Périclès étaient, comme le maître, d'un caractère grave et sévère, ἀγέλαστοι [2].

En présence de cette action universelle d'Anaxagore sur les esprits contemporains, il semble impossible, *a priori*, que le tragique le plus curieux de science et de philosophie n'ait point connu la doctrine du plus grand physicien de son temps. Pour démontrer ou pour réfuter l'existence de leurs relations, on s'est borné généralement à confronter quelques passages philosophiques d'Euripide avec les fragments d'Anaxagore. Mais, à quelque conclusion que l'on se soit arrêté, on n'a pas tenu suffisamment compte de la diversité des idées philosophiques qu'Euripide énonce dans ses tragédies, ni de la transformation spéciale qu'il leur fait subir en vue de l'exposition dramatique. On verra plus loin combien, pour ces raisons mêmes, les allusions philosophiques d'Euripide sont d'une attribution particulièrement compliquée et difficile.

Il me semble qu'il y aurait lieu d'aborder le problème par une autre voie. S'il a existé réellement des rapports de fréquentation et d'amitié entre Euripide et Anaxagore, n'y aurait-il

[1] Plutarque, *Périclès*, 4, 5, 6, 16; Platon, *Phèdre*, 270 a, *Alcib.* I, 118 c, *Epist.*, II, 311 a; Isocrate, περὶ ἀντιδόσ., 235, etc. Cf. Schaubach, p. 17 ss.

[2] Élien, *Hist. Var.* VIII, 13 : Ἀναξαγόραν... φασὶ μὴ γελῶντά ποτε ὀφθῆναι, μήτε μειδιῶντα τὴν ἀρχήν. Cf. Aulu-Gelle, XV, 20; Plut. *Périclès*, 5 ss.

point chance de trouver dans le tragique, non plus des rencontres toutes générales sur des points de doctrine, mais des allusions expresses et personnelles au maître lui-même, à ses habitudes, aux événements de sa vie, à tel ou tel point particulièrement caractéristique de ses théories?

L'idée de rechercher de telles allusions est peut-être en désaccord avec la conception, toute générale et abstraite, que beaucoup de personnes ont encore de la tragédie grecque. Mais j'espère montrer, par de nombreux exemples, que des allusions contemporaines aussi spéciales sont tout à fait dans la manière et dans les habitudes d'Euripide.

J'étudierai donc d'abord les allusions toutes personnelles, et je m'efforcerai de confirmer par elles l'ancienne thèse de l'intimité des rapports d'Euripide et d'Anaxagore. Ce point établi, il sera possible d'entamer l'examen de quelques idées philosophiques du poète, et l'on aura de nouvelles raisons de rapporter certaines d'entre elles à l'influence de son premier maître.

Dans toute cette étude, les questions d'époque sont d'une grande importance. J'indiquerai donc d'abord certaines dates et certains faits de la vie d'Anaxagore que je considère comme établis.

EURIPIDE ET ANAXAGORE

I.

Anaxagore est né à Clazomène, vers l'an 500 avant Jésus-Christ [1]. D'après une indication de Démétrius de Phalère, qui nous est conservée dans Diogène de Laërte (II, 7), il commença à s'occuper de philosophie à l'âge de vingt ans. Il n'est plus personne, depuis M. E. Zeller, qui entende ce passage dans le sens qu'Anaxagore serait, à cette époque, arrivé à Athènes. Il ne pouvait songer à venir se former dans la philosophie à Athènes qui alors, et pendant les dix années qui suivirent, ne possédait aucun philosophe renommé.

L'année 480 est d'ailleurs justement celle où l'armée de Xerxès s'avançait contre cette ville. Enfin Anaxagore était trop jeune alors pour se produire comme un maître. Il est remarquable que les philosophes de l'antiquité ont consacré aux études une longue partie de leur vie [2], souvent même plus de

[1] M. Zeller (*La Philosophie des Grecs,* II, p. 382 de la traduction française) a fixé par des arguments sans réplique la plupart des points avant lui contestés de la chronologie d'Anaxagore.

[2] On ne possède aucun renseignement digne de foi sur les maîtres d'Anaxagore, ni sur la manière dont il acquit ses connaissances Les anciens le désignent souvent comme le disciple d'Anaximène. Cette opinion est peu vraisemblable. Ne viendrait-elle pas de ce que Diogène d'Apollonie combina plus tard les doctrines d'Anaximène et d'Anaxagore, en attribuant à l'air, le principe du premier, les qualités du *Nous* anaxagorique ?

vingt années, avant d'ouvrir une école et d'exposer une conception personnelle du monde.

Ce n'est donc guère avant d'avoir atteint l'âge de quarante ans qu'Anaxagore a pu venir à Athènes pour y implanter ses études philosophiques. Ceci placerait son arrivée dans cette ville aux environs de l'an 460.

Cette hypothèse reçoit une confirmation importante d'un texte de Diogène (II, 7) qui nous dit qu'Anaxagore aurait passé trente années à Athènes.

J'espère montrer plus loin, à l'aide de deux passages de la *Médée*, que son procès et son exil eurent lieu en l'année 432 avant Jésus-Christ.

Si ces textes sont probants, il y aurait une raison de plus pour placer son arrivée à Athènes vers l'année 462 ou 460 avant Jésus-Christ.

Lorsque Anaxagore arriva à Athènes, Euripide, né en 480, était âgé de dix-huit à vingt ans. Si la tradition [1] d'après laquelle le poète aurait été peintre dans sa jeunesse mérite créance, c'est sans doute à cette époque que la peinture cessa d'avoir des attraits pour lui et qu'il se tourna vers les études littéraires et philosophiques. Il serait donc devenu alors l'auditeur d'Anaxagore [2], et c'est entre l'année 462 et l'année 455, où il obtint, pour la première fois, un chœur de tragédie sous l'archontat de Callias, que son esprit aurait reçu sa formation définitive. Sans doute, la fréquentation d'Anaxagore développa pour toujours dans l'intelligence si ouverte d'Euripide le goût des recherches et l'amour du savoir, qui lui ont valu de bonne heure le renom d'être le plus sage des poètes [3].

Quant à l'époque où Anaxagore dut quitter Athènes, on est

[1] Elle remonte peut-être à Philochore, qui est un excellent témoin. Euripide, ὃν φασι καὶ ζώγραφον γενέσθαι, fait assez souvent allusion aux choses de la peinture; cf. Ion, 190-218, 1141, suiv., Héc., 807 et Kinkel, *Euripides und die bildende Kunst*. Berlin, 1872.

[2] *Vita :* ἀκουστὴς γενόμενος Ἀναξαγόρου.

[3] Déjà Aristophane lui applique, en quelque sorte comme une épithète courante, le titre de σοφώτατος : *Nuées*, 1378, *Grenouilles*, 776, 1413.

unanime à la placer peu de temps avant le commencement de la guerre du Péloponèse. En effet, Diodore (XII, 38 ss.), d'accord avec tous les témoignages des anciens, place expressément à cette date l'accusation d'athéisme intentée à Anaxagore.

Je ne m'étendrai pas sur les causes de ce procès. Il paraît bien que les accusateurs visaient moins à atteindre le philosophe lui-même que Périclès, son protecteur, son disciple et son ami [1].

C'est ainsi que, pour préluder aux coups qu'ils auraient voulu porter au grand homme d'État, ils l'attaquèrent également dans ses autres affections, en s'en prenant à Phidias et à Aspasie.

Le prétexte du procès était le crime d'impiété, accusation très dangereuse et sans cesse reproduite contre tous les philosophes[2]. A ce reproche on ajoutait, comme l'indique Diogène, celui de médisme, accusation également banale [3], mais tout aussi dangereuse, à laquelle Anaxagore pouvait avoir donné prétexte par les tendances cosmopolites de sa doctrine.

Ajoutons que la sévérité de ses mœurs, sa vie retirée et son dédain des préoccupations vulgaires de la foule, ne devaient

[1] Plutarque, *Périclès*, 32. On ne connaît pas les noms des accusateurs; on cite tour à tour Thucydide (fils de Milésias) et Cléon; le nom que l'on cite avec le plus de vraisemblance est celui du démagogue Diopeithès (Plut. *Per.*, 32; Aristophane *Guêpes*, 380 et Phrynichos (9) raillent son fanatisme; cf. *Oiseaux*, 988). Soit dit en passant, il est bien invraisemblable qu'Euripide et Périclès, qui s'intéressèrent tous deux si vivement au sort de leur maître commun, n'aient point eu de rapports mutuels, comme le prétend M. de Wilamowitz, *Héraklès*, I, p. 13, note 19. Dans la *Médée*, 1088, Euripide paraît bien songer à Aspasie. Enfin, on ne peut nier les rapports intimes d'Euripide avec Alcibiade, le pupille de Périclès.

[2] Cf. Platon, *Apol* 23 d. La même accusation fut lancée avec plus ou moins de succès contre Hippon, un autre physicien du Ve siècle, contre Diogène d'Apollonie, contre Prodicus et bien d'autres. Platon dans l'*Apologie* et Xénophon dans les *Mémorables*, attachent une grande importance à disculper leur maître du reproche d'anaxagoréisme.

[3] Cf. Aristophane, *Paix*, 108.

guère lui concilier la faveur populaire. Ce fut là, sans doute, comme nous l'entendrons bientôt dire par son disciple Euripide, la cause principale de ses malheurs.

Périclès fut impuissant à sauver son ami; celui-ci dut quitter Athènes et se rendit à Lampsaque, où il mourut peu de temps après, vers l'année 428 avant Jésus-Christ. Il n'est pas impossible, quoi qu'en dise M. Zeller [1], qu'il ait encore fondé une école à Lampsaque [2]. M. Diels [3] a montré, en effet, que c'est à Lampsaque que Démocrite a dû entendre ses leçons. Les succès de son enseignement dans cette ville sont également démontrés par les grands honneurs que les habitants lui rendirent après sa mort [4].

Ils le considérèrent comme un « héros », comme un être doué d'une nature supérieure, honneur que n'obtenaient alors, immédiatement après leur mort, que des génies tels qu'Eschyle et Sophocle. Ce fait prouve bien l'impression profonde que sa science et la dignité de sa vie avaient produite sur ses contemporains.

Plutarque et Diogène rapportent que, sur son lit de mort, il avait demandé pour unique honneur qu'on donnât congé aux écoliers, le jour où il mourrait.

II.

Une lecture répétée d'Euripide m'a convaincu de plus en plus que les allusions aux choses contemporaines sont innombrables dans ses drames. Le poète a-t-il tiré de ses livres quelque enseignement nouveau, il a hâte, pour ainsi dire, de

[1] *Philosophie des Grecs,* II, p. 388 de la traduction française.

[2] Eusèbe, *Praep. evang.,* X, 14.

[3] Rhein. Mus. 42, pp. 3-4, *Leukippos und Diogenes von Apollonia.*

[4] Ils lui firent des funérailles publiques, consacrèrent des autels au Νοῦς et à l'Ἀλήθεια, établirent une fête qui subsista pendant des siècles : Alcidamas *ap.* Arist. *Rhét.,* II, 23, 1398 b, 15; Diog., II, 14 ss; Elien. *Hist. Var.,* VIII, 19, etc.

le communiquer à ses auditeurs; a-t-il eu, comme les autres citoyens, l'esprit frappé par quelque grand événement récent, il s'empresse de jeter sur la scène les réflexions qui s'en dégagent.

Quelquefois ces réflexions ou ces enseignements ne s'adaptent pas très bien à la structure du drame, à la situation ou au rôle des personnages. En pareils cas, certains commentateurs pour qui le drame attique paraît être une création abstraite, placée en dehors des conditions de temps et de lieu, manquent rarement de suspecter d'interpolation les passages qu'ils ne comprennent pas; ils négligent ainsi un des côtés les plus caractéristiques et les plus instructifs de la tragédie ancienne.

Mais très souvent l'allusion n'est guère transparente; aucun poète du théâtre n'a possédé, à l'égal d'Euripide, l'aptitude de s'arrêter à des choses extérieures à son sujet sans briser brusquement l'illusion. Il sait faire comprendre au vol des idées d'application contemporaine, sans interrompre le développement dramatique; nul doute que beaucoup d'allusions dont la clef est à jamais perdue pour nous, n'aient été saisies sur-le-champ par la partie la plus éclairée du public athénien. Celles que nous parvenons à comprendre nous apportent des renseignements précieux sur des questions qui intéressaient, à une époque déterminée, le poète et le peuple.

Puisque l'œuvre d'Euripide est en quelque sorte un miroir où viennent se refléter, sous un certain aspect, toutes les choses contemporaines, il serait étrange de n'y retrouver aucun trait qui rappelle le procès d'Anaxagore, événement à coup sûr considérable et pour les Athéniens, et pour le poète lui-même.

Par une heureuse chance, nous possédons précisément un drame d'Euripide qui fut joué vers l'époque où Anaxagore dut quitter Athènes. La *Médée*, comme nous l'apprend l'argument du grammairien Aristophane, fut représentée au printemps de la première année de la 87^{me} olympiade, aux grandes Dionysies, donc en 431 avant Jésus-Christ. En même temps que cette pièce, Euripide donnait *Philoctète* et *Dictys*, dont nous

possédons quelques fragments, et le drame satirique des *Moissonneurs,* qui était déjà perdu à l'époque alexandrine.

J'ai indiqué l'année 432 comme la date la plus vraisemblable de l'exil d'Anaxagore. Les allusions que je crois retrouver dans la *Médée* confirment à nouveau cette date. Elles ne s'expliquent bien que pour l'époque qui a suivi immédiatement le procès.

Dans l'un de ces passages, l'allusion est si évidente qu'elle dispense pour ainsi dire de commentaires.

Créon, le roi de Corinthe, vient d'apporter à Médée l'ordre de s'exiler. Médée, ou plutôt le poète par sa voix, répond en montrant les dangers que la science fait courir à ses adeptes. « Hélas! Hélas! Ce n'est pas aujourd'hui pour la première fois, Créon, mais c'est bien souvent déjà que l'opinion m'a nui et m'a fait beaucoup de mal. Il ne convient jamais qu'un homme de sens instruise ses enfants de manière à les rendre savants à l'excès : outre le reproche de désœuvrement, ils s'attirent l'envie et la malveillance des citoyens. Si vous apportez aux esprits grossiers une sagesse nouvelle [1], on vous considérera comme un homme inutile et sans sagesse; si on vous juge supérieur à ceux qui ont une réputation de savoir et d'esprit, on vous regardera dans la ville comme un homme gênant [2]. »

Il est impossible de reconnaître dans ce philosophe gênant une autre personne qu'Anaxagore qui venait alors d'être contraint de s'exiler. Je ne parviens pas à comprendre comment M. Wecklein, au lieu d'accepter entièrement cette explication évidente, ait pu songer à Héraclite. Une allusion au philosophe d'Ephèse, mort sans doute depuis 475, et peu connu à Athènes,

[1] Parodié par ARISTOPHANE, *Thesmoph.*, 1130.

[2] *Médée*, vers 292-301. Les vers 302-305 sont également intéressants. Je ne les cite pas parce qu'ils m'entraîneraient dans une longue discussion de texte, tout le monde ayant voulu, à tort, y trouver des interpolations, alors qu'ils n'ont besoin que de quelques légères corrections. Je crois que le ἡσυχαία du vers 304 est à sa place, et qu'il s'explique comme le οἳ δ' ἀφ' ἡσύχου ποδὸς du vers 217. Il y a ici le même contraste avec les οἳ δ' ἐν θυραίοις que dans les vers 214-224 que j'expliquerai bientôt.

n'aurait point été comprise. Quel motif pour le poète de songer à Héraclite, alors que le nom d'Anaxagore était présent à toutes les mémoires? L'allusion d'ailleurs dans l'hypothèse de M. Wecklein, porterait à faux : Héraclite n'est point du tout, comme Anaxagore, le type de l'homme de science pure; aristocrate déclaré, il avait pris ouvertement parti dans les questions politiques, et il lutta contre les démocrates de sa ville natale.

Je crois qu'il faut également s'interdire de penser à Socrate, comme le voudrait M. Weil. Socrate, de dix ans plus jeune qu'Euripide, n'avait pas trente ans à cette époque, et ses disputes philosophiques ne commencèrent à faire du bruit que plusieurs années plus tard, vers 423, date de la représentation des *Nuées*.

Mais rien encore n'annonçait alors le sort qui devait atteindre Socrate trente années plus tard. De plus, le reproche de désœuvrement lui convient moins encore qu'à Héraclite.

Le passage que je viens de citer se comprendra mieux, et l'allusion à Anaxagore apparaîtra d'une façon plus incontestable, si on le rapproche d'un second passage de la *Médée* que l'on a négligé jusqu'à présent dans cette question, et qui devra nous arrêter plus longtemps (vers 214-224). Le sens en a été beaucoup discuté, tant par les anciens que par les modernes, et personne n'en a donné une explication entièrement satisfaisante, faute d'y reconnaître l'allusion que je crois y trouver. J'essaierai donc de résoudre à mon tour ce problème d'interprétation. Le passage expliqué, on verra ce qu'on peut en tirer pour la question qui nous occupe.

III.

Médée a gémi longtemps à l'intérieur de son palais sur l'abandon de son époux, Jason. Le chœur de la tragédie, composé de femmes de Corinthe qui sont les voisines de Médée, se présente à la porte de sa demeure pour lui donner de bons conseils. Médée, avertie par sa nourrice, répond enfin à leur

appel, sort de son palais, et paraît sur la scène pour raconter ses malheurs dans un long discours qui n'a pas moins de cinquante-deux vers. Le passage difficile est le début de ce discours.

Κορίνθιαι γυναῖκες, ἐξῆλθον δόμων,
μὴ μοί τι μέμψησθ'· οἶδα γὰρ πολλοὺς βροτῶν
σεμνοὺς γεγῶτας, τοὺς μὲν ὀμμάτων ἄπο,
τοὺς δ' ἐν θυραίοις· οἳ δ' ἀφ' ἡσύχου ποδὸς
δύσκλειαν ἐκτήσαντο καὶ ῥᾳθυμίαν.
Δίκη γὰρ οὐκ ἔνεστιν ὀφθαλμοῖς βροτῶν,
ὅστις πρὶν ἀνδρὸς σπλάγχνον ἐκμαθεῖν σαφῶς
στυγεῖ δεδορκὼς, οὐδὲν ἠδικημένος·
χρὴ δὲ ξένον μὲν κάρτα προσχωρεῖν πόλει [1].
Οὐδ' ἀστὸν ἤνεσ' ὅστις αὐθάδης γεγὼς
πικρὸς πολίταις ἐστὶν ἀμαθίας ὕπο.

Transportons ces lignes en français. « Femmes de Corinthe, je suis sortie de ma demeure, de crainte que vous ne me fassiez des reproches. Car je sais que beaucoup d'hommes sont (passent pour) fiers, les uns (en se tenant) loin des regards, les autres (en se produisant) au dehors. Ceux-là, à cause de leur allure tranquille, acquièrent une mauvaise réputation et passent pour dédaigneux. C'est que la justice ne réside point dans les yeux des mortels, eux qui avant de connaître clairement le cœur d'un homme, le haïssent rien, que pour l'avoir vu, sans qu'ils aient reçu de lui aucun mal : il convient donc que l'étranger, en tout cas, ait de fréquents rapports avec les citoyens. Quant à l'habitant de la ville, je ne loue pas non plus celui qui, étant orgueilleux, est désagréable à ses concitoyens par ignorance. »

On voit tout de suite que cette traduction est loin d'être claire et qu'elle a besoin de nombreuses explications [2]. Voici comment je la commenterais.

[1] On verra pourquoi, à la fin des vers 221, 222, je modifie la ponctuation admise dans toutes les éditions.

[2] Il est curieux de voir comment les traducteurs ont réussi à rendre ce

Je sors de ma maison, dit Médée, pour éviter de votre part le reproche de fierté.

Il y a deux façons d'être fier, par conséquent deux classes d'hommes fiers : 1° οἳ μὲν ὀμμάτων ἄπο, ceux qui vivent à l'écart de la foule, 2° οἳ δ'ἐν θυραίοις, ceux qui étalent leur orgueil en public.

Les gens qui mènent une vie retirée (ἀφ' ἡσύχου ποδός) risquent de passer pour des dédaigneux, des indifférents (ῥᾳθυμία). Car les hommes, jugeant d'après une première vue, haïssent les gens pour leur allure extérieure, sans raison véritable. On peut admettre que le poète laisse entendre qu'ils ont tort d'agir ainsi, mais, sans s'arrêter à rechercher si le citoyen doit tenir compte, dans sa vie, de ces jugements précipités, il constate que l'étranger, en tout cas, doit se garder contre la malveillance, entrer en relations étroites avec les citoyens et se faire bien connaître.

Les seconds (οἳ δ'ἐν θυραίοις), les gens d'un orgueil encombrant, se rendent, à cause de leur arrogance (αὐθάδης), désagréables aux citoyens. Le cas de ceux-ci est plus grave; aussi Euripide ne se contente plus d'inviter l'étranger seul à ne pas tenir une pareille conduite; il n'approuve pas même le citoyen (*a fortiori* l'étranger) qui agit ainsi.

Que vient faire maintenant ἀμαθίας ὕπο? Ces mots donnent

passage sans le comprendre. Voici, par exemple, la traduction d'Artaud : « Femmes de Corinthe, je suis sortie du palais pour éviter vos reproches; car je sais que beaucoup de mortels, *les uns par leur caractère altier, et j'en ai vu de mes yeux, ou s'ils sont étrangers, je l'ai entendu dire,* les autres par leur vie paisible, se sont fait un mauvais renom et une réputation de *lâcheté*. C'est que la justice ne réside point dans les yeux des mortels, qui, avant de connaître à fond le cœur d'un homme, le haïssent à la première vue, sans en avoir reçu aucune offense. Cependant, il convient *qu'une étrangère se conforme aux usages du pays*, et je n'approuve pas un citoyen dont le caractère arrogant *se rend odieux par ignorance*. » Qu'on analyse ces phrases françaises de près. On en verra les incohérences. Seulement celles-ci nous échappent dans le français à une première lecture, et nous croyons comprendre. Je souligne les contresens les plus frappants.

la cause du discrédit de la seconde classe d'hommes fiers. Pour la première classe, la cause du discrédit doit être attribuée, non aux gens de vie retirée eux-mêmes, qui, en somme, ne sont fiers que dans la bonne acception du mot, mais bien aux autres hommes, aux jugements précipités de la foule. Pour la seconde classe, la cause de la défaveur se trouve dans l'orgueilleux lui-même, dont l'arrogance est véritable et provient de son ἀμαθία, c'est-à-dire de son ignorance, ou plus exactement de sa sottise.

Le schéma suivant montre comment, avec mon explication, toutes les parties du développement d'Euripide se correspondent.

Πολλοὶ βροτῶν σεμνοὶ γεγόνασιν

οἳ μὲν ὀμμάτων ἄπο	οἳ δ' ἐν θυραίοις
οἳ δ' ἀφ' ἡσύχου ποδὸς	ὅστις αὐθάδης γεγὼς
δύσκλειαν[1] ἐκτήσαντο καὶ ῥᾳθυμίαν·	πικρὸς πολίταις ἐστὶν
δίκη γὰρ. . . . . οὐδὲν ἠδικημένος.	ἀμαθίας ὕπο.
Χρὴ δὲ ξένον μὲν κάρτα προσχωρεῖν πόλει.	Οὐδ' ἀστὸν (τοιοῦτον) ἥνεσα.

A certains égards, comme l'indique mon tableau, la division en trois membres, τοὺς μὲν ὀμμάτων ἄπο, τοὺς δ' ἐν θυραίοις, οἳ δ'ἀφ' ἡσύχου ποδός, n'est qu'apparente : les motifs indiqués avec le premier et le troisième membre, vie loin des regards ou allure trop tranquille, s'appliquent, au fond, à la même classe d'hommes. Euripide a pu cependant faire des οἳ δ' ἀφ' ἡσύχου ποδὸς une troisième catégorie, car, si leur conduite est identique à celle des οἳ μὲν ὀμμάτων ἄπο, les résultats de cette conduite (σεμνοὺς — δύσκλειαν) ne se confondent pas entièrement. Comme on le verra plus loin, σεμνὸς peut se dire dans un bon ou dans un mauvais sens. La σεμνότης n'entraîne pas nécessairement la δύσκλεια. La troisième catégorie envisage seulement parmi les σεμνοὶ ceux que leur attitude fait décrier. Euripide

[1] Je ne discute pas la correction δύσνοιαν admise par Prinz et Wecklein; elle est absolument superflue, de même que toutes celles que l'on a proposées pour ce passage. On comprend maintenant l'explication que j'ai indiquée dans une note précédente pour le ἡσυχαία du vers 304.

incline naturellement à croire qu'auprès du vulgaire, ce mauvais renom atteindra tous les gens fiers. C'est pourquoi je n'ai pas cru devoir attacher une grande importance à la différence de la première et de la troisième catégorie [1].

La correspondance des deux derniers membres exige encore une explication. Ils indiquent l'appréciation personnelle d'Euripide sur la conduite de chacune des deux catégories d'orgueilleux. Pour éviter les suites dangereuses de la réputation d'insouciance et de dédain, il convient que l'étranger, en tout cas, se mêle aux citoyens de la ville qu'il habite. Pareille recommandation semble superflue pour le citoyen. En effet, l'étranger était beaucoup plus que lui exposé aux soupçons et aux calomnies. Il devait agir avec beaucoup de prudence et de précaution pour se faire bien accueillir à Athènes [2].

Quant à l'orgueil qui s'étale en public, bien loin de l'admettre chez l'étranger, Euripide ne l'approuve même pas chez le citoyen. Ce qui a rendu la correspondance de ces deux membres moins claire et contribué aux erreurs d'interprétation, c'est qu'Euripide n'a pas placé chaque partie de ses deux raisonnements dans le même ordre géométrique. Voulant rapprocher ses deux jugements sur chacune des classes d'orgueilleux, il a placé l'un comme conclusion du premier développement, l'autre comme introduction du second.

Mon interprétation étant différente de celles que l'on a admises jusqu'ici, je crois nécessaire de justifier quelques points de ma traduction.

Le sens de « fier, orgueilleux » attribué à σεμνὸς n'est pas rare[3], et le meilleur commentaire sur la valeur de ce terme est fourni par Euripide lui-même, dans l'*Hippolyte* (vers 93-99),

[1] Cette explication rend inutile la suppression du δ' proposée par Richard Meister (*Neue Jahrb. f. Philol.*, 117, p. 587) et adoptée par Wecklein : τοὺς μὲν ὁμμάτων ἄπο, τοὺς ἐν θυραίοις· οἳ δ' ἀφ' ἡσύχου...

[2] Voyez surtout Eurip., *Suppliantes*, 891 ss; *Phéniciennes*, 391; *Ion*, 673 ss. Les citoyens désœuvrés eux-mêmes étaient traités d'ἀχρεῖοι, « propres à rien »; *Médée*, 299, Thucydide, II, XL, 2.

[3] Cf. Aristophane, *Guêpes*, 1174; *Nuées*, 47, etc.

passage auquel, pour ne point trop m'écarter, je me borne à renvoyer. On verra aussi par ce passage que σεμνὸς peut se prendre en bonne ou en mauvaise part, et qu'Euripide, là comme ici, aime à insister sur cette distinction.

A propos de τοὺς μὲν ὁμμάτων ἄπο, τοὺς δ' ἐν θυραίοις, je me contente d'indiquer, pour mémoire, l'explication que M. Weil a donnée, après Seidler. « Je sais beaucoup d'hommes, soit de ceux que j'ai vus moi-même, soit parmi les étrangers dont j'ai entendu parler, etc. » Elle prête aux termes d'Euripide un sens qu'ils ne peuvent avoir, et est en contradiction avec le reste du passage qui deviendrait tout à fait incohérent. En revanche, ῥᾳθυμία est bien expliqué par M. Weil comme étant l'insouciance dédaigneuse de ceux qui ne descendent pas à se communiquer aux autres.

Δίκη γὰρ οὐκ ἔνεστιν ὀφθαλμοῖς βροτῶν. Cette façon de parler est tout à fait dans la manière d'Euripide. Ce n'est pas à l'œil, mais à l'intelligence qu'il appartient de juger, comme il le répète dans un fragment dont il sera question plus loin [1]. Au contraire, l'αἰδὼς réside dans les yeux [2], de même que la χάρις [3].

Αὐθάδης. D'après mon interprétation, αὐθάδης n'est point simplement le synonyme de σεμνός, comme le prétendent Weil, Wecklein et les autres commentateurs. En réalité, ces mots ne sont jamais synonymes en grec. Αὐθάδης désigne toujours, comme ici, une classe de personnes orgueilleuses autres que les gens simplement fiers et dignes (οἱ σεμνοί, *graves*), autres aussi que les sages qui vivent à l'écart (ἀφ' ἡσύχου ποδός) : à proprement parler, ce sont ceux qui se rendent insuppor-

[1] Fragm. 909, vers 6 : οὐ γὰρ ὀφθαλμὸς τὸ κρίνειν... ἐστὶν ἀλλὰ νοῦς. Pour les fragments, je cite toujours les chiffres de la seconde édition de Nauck.

[2] Fragm. 457 : αἰδὼς ἐν ὀφθαλμοῖσιν γίγνεται. Ce vers a été parodié plaisamment par Aristophane, *Guêpes*, 447... τούτοις γ' οὐκ ἔνι | οὐδ' ἐν ὀφθαλμοῖσιν αἰδὼς τῶν παλαιῶν ἐμβάδων, ce qui prouve que ce mode d'expression n'était point si naturel.

[3] Fragm. 736, 5; cf. *Héraclès*, 134.

tables en étalant en public leur « contentement d'eux-mêmes » (αὐτοFάδης, ἀνδάνω, ionien αὐτώδης) [1]. Chez Platon encore, cet état d'esprit est désigné comme l'accompagnement nécessaire de l'ignorance ou de la sottise (ἀμαθία) [2]. Pour Aristote (*Rhet.*, I, 9, 1367 a, 37), l'αὐθάδες est également l'arrogance, l'exagération du μεγαλοπρεπὲς et du σεμνόν. Ailleurs [3], l'αὐθάδεια, l'insolence, et l'ἀρέσκεια, l'obséquiosité, sont les deux défauts extrêmes opposés à la σεμνότης, la *gravitas*. En identifiant le sens d'αὐθάδης avec celui de σεμνός, les interprètes confondent donc une espèce très particulière avec le genre, et rendent impossible l'intelligence du passage.

Ἀμαθίας ὕπο ne peut être compris que si l'on a saisi le sens du passage tout entier. M. Weil [4] traduit par « faute d'être connu », ce qui est un contre-sens évident à cause de la signification établie pour αὐθάδης; de plus, cette traduction ne s'accorde pas avec le terme de πικρός, qui ne pourrait se dire de gens menant une vie retirée.

En réalité, le sens qu'offre ἀμαθία, ici et dans un grand nombre d'autres passages, est caractéristique pour l'époque qui va bientôt fonder l'ἀρετή, la vertu, sur la connaissance de soi-même, et il annonce déjà la philosophie de Socrate.

[1] Dans ARISTOPHANE, *Thesmoph.*, 704, αὐθαδία a le sens d'insolence. Le sens du mot, quoique déduit de la même étymologie, est un peu différent dans le *Prométhée* d'Eschyle, où il désigne l'opiniâtreté du héros, orgueilleuse et pleine de défi, et où il revient à plusieurs reprises, comme le mot de la pièce. Aristophane l'a bien compris, *Grenouilles*, 1020 : αὐθαδῶς σεμνυνόμενος.

[2] Ce rapprochement de l'αὐθαδία et de l'ἀμαθία, comme dans notre passage, est caractéristique. *Politicos*, 294 c : ἄνθρωπον αὐθάδη καὶ ἀμαθῆ καὶ μηδένα μηδὲν ἐῶντα ποιεῖν παρὰ τὴν ἑαυτοῦ τάξιν, μηδ' ἐπερωτᾶν μηδένα, μηδ' ἄν τι νέον ἄρα τῳ ξυμβαίνῃ βέλτιον παρὰ τὸν λόγον ὃν αὐτὸς ἐπέταξεν

[3] *Mor. Eudem.*, II, 3, 1221 a, 8.

[4] Le passage d'*Ion*, 916, invoqué pour ce sens d'ἀμαθία, est sans aucun rapport avec le nôtre. D'ailleurs Kirchhoff et Van Herwerden changent à cet endroit avec vraisemblance ἀμαθής en ἀπευθής. En revanche, *Ion*, 374, ἀμαθία a tout à fait le même sens qu'ici.

L'ἀμαθία désigne ici l'état d'esprit qui cause l'arrogance des citoyens orgueilleux; notre mot négatif « ignorance » ne rend pas tout à fait la force de l'idée, qui serait mieux exprimée par un mot positif, tel que « maladresse » ou « sottise ».

A un certain point de vue, tout acte mauvais ou déraisonnable a pour cause l'ἀμαθία. Je renvoie à quelques exemples caractéristiques d'un emploi semblable de ce terme dans Euripide : fragment 163, où l'ἀμαθία est opposée à l'ἀρετή; 257, où l'ἀξυνεσία (c'est-à-dire l'ἀμαθία) est l'accompagnement de l'orgueil, ὁ θυμὸς ὁ μέγας, c'est-à-dire de l'αὐθαδία. C'est la même idée que dans notre passage, et on la retrouve encore dans le fragment 735 [1].

L'ἀμαθία a pour opposé la σοφία (fragm. 553), et pour synonyme la σκαιότης (fragm. 552). Par une rencontre curieuse, Sophocle [2] tire de l'αὐθαδία exactement la même conséquence qu'Euripide : Αὐθαδία τοι σκαιότητ' ὀφλισκάνει. Un autre synonyme est μωρία (Euripide, *Ion*, 600, fragm. 172). Isocrate (17, 47) réunit aussi μανία et ἀμαθία.

Si l'explication que l'on vient de lire paraît juste, on voit les conséquences qui en résultent pour notre thèse.

D'abord, il est évident que toute cette tirade, au point de vue strictement dramatique, est absolument un hors-d'œuvre, et qu'elle ne s'explique que par des préoccupations étrangères au drame. Pour la *captatio benevolentiae* qui est de règle dans de telles *épideixeis*, il suffisait à Médée de dire : « Je réponds à votre appel, femmes de Corinthe, de peur que vous ne croyiez que je dédaigne de m'entretenir avec vous et que vous ne m'accusiez d'orgueil ». Et même, il eût été facile au poète de trouver un autre début mieux approprié à la situation, s'il n'avait eu besoin d'invoquer ce reproche d'orgueil pour en tirer prétexte à ses développements. Ceux-ci sont indéfendables au point de vue de la vérité théâtrale; ils n'ont guère de

[1] Cf. encore fragm. 200, 552, 732; *Iphig. Taur.*, 386; *Troyennes*, 972; *Héraclès*, 347; *Hippolyte*, 951. Thucydide connaît aussi cette idée, III, 42, 2, VI, 39, 2. Cf. Aristophane, *Ecclesiaz*, 201.

[2] *Antigone*, 1028.

sens dans la bouche de Médée, et surtout ne pouvaient être compris par les femmes de Corinthe. Il est clair qu'Euripide parle ici lui-même, et qu'il touche à des questions contemporaines que ses spectateurs comprenaient à demi-mot.

Pour saisir l'intérêt de ce passage, il faut se représenter l'opinion à Athènes, immédiatement après le procès et l'exil d'Anaxagore. On verra plus loin qu'Anaxagore a toujours été considéré dans l'antiquité comme le type le plus parfait du savant qui mène une vie retirée, isolée et contemplative. Ce genre de vie a dû lui nuire dans l'esprit ombrageux des Athéniens, qui n'étaient déjà que trop portés à regarder tous les représentants de la culture scientifique comme des hommes dangereux pour l'État. Si l'on rapproche notre passage du premier que j'ai déjà cité, on pénètre mieux les sentiments qui dominaient le poète. « Défiez-vous de la science, disait-il alors; elle vous attire la haine de la multitude. » — « A s'isoler ainsi, dit il encore maintenant en pensant à son maître, on se fait passer pour orgueilleux[1], on est mal jugé, et lorsque, comme lui, on est étranger, on s'expose aux plus graves dangers. Que ne s'est-il fait mieux connaître des citoyens pour échapper à la malveillance aveugle du vulgaire! Mais si sa réserve a donné prise contre lui, que dire des citoyens dont l'insolence et la vanité encombrantes sont un fléau pour notre ville? » Peut-être la mention des citoyens arrogants n'est-elle ici qu'un de ces procédés de développement antithétique, familiers à la rhétorique grecque. Mais rien n'empêchait les gens du parti du poète d'appliquer le trait aux effrontés démagogues qui persécutaient les amis de Périclès[2] et qui forcèrent Anaxagore à s'exiler.

De telles sorties sont tout à fait dans la manière d'Euripide.

[1] Alcidamas (ap. Diog. VIII, 56) rappelle encore la σεμνότης τοῦ βίου καὶ τοῦ σχήματος qui caractérisait Anaxagore.

[2] Euripide se souvient-il encore de ceux-ci, lorsqu'il dit dans le *Bellérophon*, qui fut représenté à peu d'années d'intervalle, avant 425, comme le prouvent les *Acharniens* d'Aristophane (fragm. 295) : ἤδη γὰρ εἶδον καὶ δίκης παραστάτας | ἐσθλοὺς πονηρῷ τῷ φθόνῳ νικωμένους?

Philochore [1] nous apprend qu'il avait fait allusion à la mort de Protagoras dans sa tragédie d'*Ixion*. Nous ne pouvons plus contrôler cette assertion, mais il n'y a aucune raison de la mettre en doute.

On sent qu'ici, semblablement, le poète donne cours à des impressions que le spectacle de la vie vient de lui suggérer; il ne peut s'empêcher de revenir par deux fois dans la pièce sur un sujet qui le préoccupe, et qui intéressait sans doute aussi une grande partie du public.

Nul doute que l'allusion n'ait été saisie par les auditeurs. Quant à dire qu'elle fut goûtée par le plus grand nombre d'entre eux, c'est une autre question. Elle put réjouir une minorité de jeunes gens, ceux qu'Aristophane appelle les δοκησίσοφοι τῶν θεατῶν νεανίαι [2], ceux qui enviaient la science d'Anaxagore, se plaisaient aux entretiens des Prodicus et des Cratyle, et s'enthousiasmaient pour les hardiesses d'Euripide.

Mais la grande majorité, fidèle à ses préjugés, condamnait ces paradoxes qui, présentés souvent d'une façon moins discrète et moins voilée qu'ici, allèrent quelquefois jusqu'à causer des scandales, par exemple aux représentations de l'*Hippolyte*, de l'*Aiolos* et du *Bellérophon*.

Peut-être faut-il voir là une des causes de l'échec de la *Médée*, malgré l'extraordinaire puissance dramatique du sujet. A d'autres égards cependant, Euripide avait pris les plus grandes précautions pour se concilier la faveur du public. Bien que traitant une légende corinthienne, il a soin d'éviter toute parole d'éloge pour Corinthe dont les Athéniens ne voulaient point entendre parler en l'année 431, c'est-à-dire au début de la guerre du Péloponèse; la scène pourrait se passer devant tout autre palais que celui des rois de cette ville. Pour faire une surprise agréable à l'auditoire, il intercale dans sa pièce l'épisode du vieux roi athénien Égée, qui ne tient aucunement au

[1] Diog. Laert., IX, 55.

[2] *Paix*, 44.

sujet, mais qui introduit une figure populaire, amène la citation d'un vieil oracle amusant et connu de tous, et distrait un instant les esprits par un intermède familier et presque comique. On voit que, malgré toutes ses habiletés, Euripide dut subir la peine de ses accointances philosophiques.

Encore un mot. Les commentateurs, après avoir expliqué à leur façon le passage discuté plus haut, n'oublient jamais de railler la balourdise du bon Ennius qui, paraît-il, se serait trompé grossièrement dans sa traduction. Voici le texte d'Ennius :

Quaé Corinthum arcem áltam habetis, mátronae opulentae, óptumates!
Múlti suam rem béne gessere et públicam patriá procul,
Múlti, qui domi aétatem agerent, própter ea sunt ínprobati.

C'est se faire la partie belle, et triompher trop aisément. Ennius était Grec de naissance [1]; il est inadmissible que, voulant traduire Euripide, il ait pu se tromper si lourdement. Dira-t-on que le premier vers, d'une ampleur si romaine, a pour but de rendre simplement le Κορίνθιαι γυναῖκες du grec? En réalité, le poète latin n'a point voulu traduire un passage d'application toute spéciale, qui n'aurait eu aucun sens sur la scène de Rome. Ennius, et c'est une preuve de sa perspicacité, a eu le sentiment juste qu'il se trouvait en présence d'une idée purement athénienne qu'il lui était impossible de transporter sur le théâtre romain. A une allusion subtile et devenue incompréhensible, il a substitué une pensée, une tirade vraiment nationale et romaine. On ne pouvait se tirer plus habilement d'une difficulté, et il n'y a pas lieu de parler ici de contre-sens. Le contre-sens n'eût-il pas été plutôt de vouloir, à plusieurs siècles d'intervalle, renouveler servilement une allusion qui n'avait plus de raison d'être?

[1] M. O. Crusius le démontrait encore récemment, *Rhein. Mus.* Nouv. série, XLVII, 61 ss.

IV.

Je ne veux pas éplucher les autres allusions que l'on découvrirait peut-être encore dans la *Médée*. Il faut, en pareille matière, ne s'arrêter qu'aux cas où la vraisemblance est la plus évidente.

Je signale cependant un point où les préoccupations du moment semblent manifestement avoir de nouveau inspiré Euripide. J'ai dit qu'en même temps que la *Médée*, il fit jouer en 431 son *Philoctète*, dont il ne nous reste que des fragments. On sait que ce sujet a été traité également par Eschyle, Sophocle et d'autres tragiques.

Nous connaissons très bien par Dion Chrysostome (*Orat.* 52) le sujet du drame d'Euripide. Ulysse, rendu méconnaissable par Pallas, se chargeait d'aller à Lemnos persuader à Philoctète de revenir à l'armée des Achéens.

Le même Dion Chrysostome (*Orat.* 59) nous a conservé d'une partie de ce drame une paraphrase qui paraît très fidèle. Ce qui en ressort de plus caractéristique est le point suivant : Euripide avait combiné avec la légende de Philoctète celle de Palamède. On sait que, dans l'antiquité légendaire, Palamède était le type de l'inventeur et du sage persécuté [1]. Sa légende, en elle-même, n'a rien à voir avec celle de Philoctète, et Euripide est le seul qui les ait rapprochées. Il n'est pas trop hardi de prétendre que cette transformation toute nouvelle d'un thème ancien n'est pas sans dessein; la date de 431 est plus qu'une simple coïncidence, et les persécutions dirigées contre Anaxagore pourraient bien nous révéler le vrai mobile d'Euripide.

[1] Eschyle, Sophocle, Euripide avaient écrit chacun un *Palamède*. Xénophon, *Mémor.*, 4, 2, 33 : Τὰ δὲ Παλαμήδους οὐκ ἀκήκοας πάθη; τοῦτον γὰρ δὴ πάντες ὑμνοῦσιν ὡς διὰ σοφίαν φθονηθεὶς ὑπὸ τοῦ Ὀδυσσέως ἀπώλετο. Dans son *Histoire vraie*, II, 17, Lucien fait encore disserter aux enfers Socrate avec Nestor et Palamède.

Ulysse, qui joue dans la légende de Palamède le rôle d'un accusateur éhonté, se donne à Philoctète pour un Grec banni de l'armée à cause de son amitié pour Palamède, ce sage τὰ κάλλιστα καὶ σοφώτατα ἀνευρίσκων καὶ συντιθείς [1]. Ulysse disait encore : « Sache bien que la persécution a frappé tous les amis de Palamède et que tous ceux qui n'ont pu fuir, ont péri [2] ».

Lorsqu'on envisage la situation contemporaine, lorsqu'on songe aux persécutions dont souffraient alors les amis de Périclès, à Phidias mourant en prison, à Anaxagore obligé de s'exiler, il me semble que ces fragments, conservés par hasard, s'éclairent tout à coup : le *Philoctète* d'Euripide, au lieu d'être une transformation inexpliquée du thème de ses devanciers, nous apparaît dans sa vraie liaison avec les événements du temps. Au lieu d'une construction abstraite, nous avons, ici comme dans la *Médée*, une œuvre vivante, où l'on retrouve un écho des réalités environnantes et quelque chose de l'âme et des sentiments du poète [3].

Je sais bien qu'il est une classe très nombreuse encore de personnes sur qui les arguments que je viens de rassembler feront très peu d'impression : ce sont celles qui croient que la théorie d'Aristote doit encore servir de règle à tous nos jugements sur la tragédie ancienne. Chose étrange, la philologie de notre siècle, devenue une science nettement historique, a abandonné depuis longtemps le point de vue d'Aristote à l'égard de l'épopée; mais elle a grand'peine à parvenir à la même indépendance de jugement vis-à-vis de la tragédie, et

[1] Dion Chrys., *Orat.*, 59, § 9.

[2] *Ibid.*, § 10 : Εὖ ἴσθι ὅτι ἐπὶ πάντας τοὺς ἐκείνου (Παλαμήδους) φίλους ἦλθε τὸ κακὸν καὶ πάντες ἀπολώλασιν ὅστις μὴ φυγεῖν ἠδυνήθη.

[3] Il y aurait peut-être aussi des indications à tirer des fragments 796 et 797 du *Philoctète* et des fragments 332 et 334 du *Dictys*, qui fut représenté à la même date. Remarquez que l'idée du fragment 796 (αἰσχρὸν σιωπᾶν, βαρβάρους δ' ἐᾶν λέγειν), « il est honteux de se taire et de laisser parler des barbares », est reprise et expliquée dans le fragment 334 du *Dictys*. Ceci est symptomatique pour les idées qui préoccupaient alors Euripide.

'intelligence historique de celle-ci a encore bien des progrès à réaliser.

S'il est une chose évidente cependant, c'est que, à part certains détails d'une importance fondamentale sur l'origine du drame, Aristote n'a point voulu donner une explication historique de la tragédie [1]. Il n'a eu d'autre but que d'en donner une définition esthétique ; il a déduit, avec un génie et une logique admirables, en se fondant sur les tragédies existantes, les règles générales de la composition de toute tragédie. Le XVII^e^ siècle n'avait donc pas tort de s'adresser à lui pour apprendre la théorie du genre, car, en somme, ce qu'il a voulu enseigner, c'est surtout à écrire une bonne tragédie. Mais notre époque, du moment qu'elle veut simplement comprendre historiquement les tragédies athéniennes que nous possédons, ne doit plus prendre Aristote pour guide, et peut négliger ses théories purement esthétiques.

Nous devons replacer les drames attiques dans leur milieu, voir quelle était la tâche que se proposait le poète, et ce que son public attendait de lui. Pour cette étude historique du drame, on ne peut guère, comme pour l'épopée, recourir à la comparaison de la littérature des autres peuples : toute poésie dramatique dérive d'Athènes. En revanche, nous possédons plus de détails d'histoire contemporaine pour le drame que pour l'épopée ; il nous est ainsi possible de reconstituer avec plus d'exactitude le milieu où il s'est développé, et de découvrir dans des détails d'histoire contemporaine la clef de maint passage difficile.

Comme définition historique du drame attique en général, nous devons nous en tenir à celle que développait naguère

[1] L'eût-il voulu, il n'est pas sûr qu'il y aurait réussi, tant l'état d'esprit du grand Macédonien cosmopolite et philosophe, est différent de celui de l'Athénien religieux et patriote du V^e^ siècle. Patin, un juge très habile et qu'on n'estime pas assez, a parfaitement raison de dire, avec quelque naïveté, il est vrai, que la définition de la tragédie donnée par Aristote convient mieux à la tragédie française qu'à celle d'Athènes (*Étude sur les tragiques grecs,* II, p. 52).

M. de Wilamowitz-Moellendorff [1] : « Une tragédie attique est une partie détachée et complète en elle-même de la légende héroïque, arrangée poétiquement dans un style élevé pour être représentée par un chœur de citoyens athéniens et deux ou trois acteurs, et destinée à être exécutée comme une partie du culte officiel des dieux dans le sanctuaire de Dionysos ».

Nous pouvons apprendre du même savant ce qu'étaient les poètes tragiques : des hommes qui traitaient devant le peuple, sous la forme de la légende, les grands problèmes qui intéressent la vie morale et religieuse de la nation.

Lorsque le peuple a cherché ailleurs que dans les mythes la solution de pareilles questions, lorsqu'il a voulu une interprétation plus rationnelle de l'histoire et de la vie, la tragédie attique n'a plus eu de raison d'être. Il n'y a plus de place pour Eschyle et Sophocle là où enseigne Socrate : le rôle de Platon, d'Aristote et de la science va commencer. Aristote, en louant Agathon d'avoir inventé de toutes pièces le sujet d'une tragédie, montre combien son point de vue est opposé à la conception historique moderne. En écrivant sa pièce, Agathon « faisait déjà une tragédie », et son œuvre n'était plus de la poésie vivante et nationale, comme celle d'un Homère, d'un Pindare et d'un Eschyle.

Mais il ne suffit pas de comprendre, avec M. de Wilamowitz, le sens et la valeur de la légende. Au-dessus du grand fonds des idées essentielles, il est des influences passagères et spéciales qui sont souvent d'une importance particulière pour l'explication d'un drame tout entier ou de telle ou telle de ses parties. Or, ce sont ces influences qu'il est trop ordinaire de négliger entièrement. Elles ont agi cependant à toutes les époques et ne sont pas moins visibles chez Eschyle que chez Sophocle ou Euripide.

En veut-on un exemple emprunté à Eschyle lui-même ? Je m'adresserai à celle de ses tragédies qui semble le moins prêter

[1] *Héraklès*, t. I, p. 107 (Berlin, Weidmann. 1889), œuvre d'une valeur éminente et qu'on ne peut assez louer.

à semblable explication, le *Prométhée*. On sait si l'on a donné de ce drame assez d'interprétations philosophiques, métaphysiques, morales, prophétiques, religieuses, orphiques, messianiques même. Je ne méconnais pas le sens général de ce mythe déjà hésiodique de l'homme puni pour avoir étendu la main vers des biens que lui refuse une divinité jalouse. Cependant, au-dessus de toutes les interprétations proposées, j'en placerais une autre qui serait tout simplement *géographique*.

Les Athéniens de cette époque étaient extrêmement curieux de détails géographiques. Rien ne pouvait leur être plus agréable que d'entendre citer les noms de ces peuples éloignés au sujet desquels les Ioniens leur avaient déjà donné toute une littérature. Pour satisfaire ce penchant et se ménager une nouvelle cause de succès, fidèle d'ailleurs au rôle d'instituteur du peuple qui était celui du poète tragique, Eschyle, dans la trilogie de *Prométhée*, fait un véritable cours de géographie dont il emprunte les éléments à Aristéas de Proconnèse et à d'autres Ioniens. Telle est l'unique raison de l'interminable récit des courses d'Io et des voyages d'Héraclès dans le *Prométhée enchaîné* et dans le *Prométhée délivré ;* Io et Héraclès eux-mêmes, que rien n'appelait nécessairement dans la légende, ne sont introduits que pour permettre cet étalage exagéré d'érudition géographique, et, à certains égards, on dirait que la trilogie entière a été faite en vue de ces digressions [1].

Pour n'ajouter qu'un seul autre exemple, comment, dans les *Perses*, expliquer l'importance exagérée accordée au combat de Psyttalie, si l'on ne tient compte des sentiments du vieil hoplite athénien qui veut qu'on célèbre la valeur de l'armée de terre, trop éclipsée par la gloire nouvelle de la marine?

[1] La même tendance apparaît dans presque tous les autres drames d'Eschyle. A l'époque d'Euripide, le peuple ne s'intéressait plus à ces questions, et Euripide moins encore que ses concitoyens. Aussi est il, à l'égard de la géographie, d'une indifférence qui ressemble beaucoup à de l'ignorance.

Quant à Euripide, il n'est pas un seul de ses drames où n'apparaissent les préoccupations contemporaines, qu'elles soient politiques, littéraires ou philosophiques, et il n'était pas possible qu'il en fût autrement. Dire avec Aristote qu'Euripide fait tenir à la sage Ménalippe [1] des discours trop savants, lui reprocher, avec le même Aristote, d'avoir fait Ménélas trop méchant [2], c'est exposer l'idéal d'une tragédie qui ne s'adresserait à des hommes d'aucune époque ni d'aucune ville déterminée. En fait, le Ménélas d'Euripide, mis sur la scène en pleine guerre du Péloponèse, expiait le crime d'avoir été jadis le roi de Sparte. L'*Andromaque* d'ailleurs, de même que les *Suppliantes,* est, d'un bout à l'autre, un véritable pamphlet patriotique [3]. Si Ménélas est maltraité, le Thésée de la tragédie est au contraire la personnification du *démos* athénien, et les poètes lui réservent toujours le rôle sympathique.

Ce n'est pas ici le lieu de m'étendre davantage sur ce point; je crois en avoir assez dit pour montrer que des allusions comme celles que j'ai signalées dans la *Médée,* et comme d'autres que je signalerai encore, sont parfaitement d'accord avec la conception qu'il convient de se faire de la tragédie attique. S'interdire de les retrouver, malgré l'extrême difficulté des recherches, serait renoncer à envisager un côté très original de cette littérature.

V.

Anaxagore est le premier philosophe qui ait prôné et pratiqué à Athènes le θεωρητικὸς βιός, et il est resté dans l'antiquité le type de l'homme qui mène exclusivement une vie studieuse

[1] *Poétique, chap.* 15, 1454 a 31.

[2] *Ibid., chap.* 25, 1461 b 21, et *chap.* 15, 1454 a 29.

[3] Je ne sais qui a fait le premier la fine remarque qu'Euripide, au moment même où Alcibiade préparait l'expédition de Sicile, terminait sa tétralogie troyenne, en annonçant que la glorieuse flotte courait à sa destruction.

et contemplative. Il désignait la contemplation désintéressée de l'univers, la θεωρία, comme la tâche suprême de l'homme [1]. Comme on lui demandait pourquoi on devait attacher du prix à l'existence, il répondit : τοῦ θεωρῆσαι [ἕνεκα] τὸν οὐρανὸν καὶ τὴν περὶ τὸν ὅλον κόσμον τάξιν, pour contempler le ciel et l'ordre de l'univers [2].

« Heureux, s'écrie Euripide dans un fragment célèbre (910), celui qui se donne à la science, qui ne médite aucune injustice contre les citoyens, qui, tandis qu'il contemple l'ordre inaltérable de la nature immortelle, son origine et ses éléments, n'est jamais envahi par la pensée d'une action honteuse. » L'idée de ce magnifique éloge n'a pu être suggérée au poète que par l'exemple que donnait la vie d'Anaxagore ; il répète d'ailleurs, pour ainsi dire, les paroles qu'Eudème et bien d'autres anciens attribuent au philosophe.

Il n'est pas admissible, comme on l'a dit, qu'Euripide fasse ici un retour sur lui-même. En véritable Athénien, il ne s'est point retiré dans une vie contemplative ; il suffit de rappeler son intervention fréquente au théâtre, dans les questions politiques, et ses relations avec Alcibiade, pour qui il composa une ode triomphale.

Encore moins pareil éloge peut-il avoir été inspiré par le spectacle de la vie de quelque autre philosophe contemporain,

[1] Clément, *Strom.*, II, 416 d : Ἀναξαγόραν... τὴν θεωρίαν φάναι τοῦ βιοῦ τέλος εἶναι καὶ τὴν ἀπὸ ταύτης ἐλευθερίαν. A cet égard, les cyniques et les stoïciens se rattachent à lui, lorsqu'ils disent : ὅτι μόνος ὁ σοφὸς ἐλεύθερός ἐστι. D'ailleurs, ici encore, Euripide les avait devancés dans un intéressant passage de l'*Hécube* (864-867), où il développe, par l'exemple d'Agamemnon lui-même, l'opinion qu'aucun homme n'est libre, mais que nous sommes toujours esclaves en quelque manière. Cf. Xénophon, *Memor.*, IV, 5.

[2] Eudème, *Eth.*, I, 5, 1216 a, 10; cf. Diog. II, 7. 10; Philon, *De aeternitate mundi*, § 2, édition Cumont (220 Bernays); Jambl., *Protreptric.*, 9, p. 51, 11 Pistelli : Ἀναξαγόραν δέ φασιν εἰπεῖν ἐρωτηθέντα τίνος ἂν ἕνεκα ἕλοιτο γενέσθαί τις καὶ ζῆν, ἀποκρίνασθαι πρὸς τὴν ἐρώτησιν ὡς τοῦ θεάσασθαι τὸν οὐρανὸν καὶ τὰ περὶ αὐτὸν ἄστρα τε καὶ σελήνην καὶ ἥλιον. Cf. Ar., *Eth. Nic.*, 1179 a, 13; Cic., *De orat.* III, 15.

c'est-à-dire d'un sophiste. Vaniteux à l'excès, avides d'argent, aspirant plutôt au renom de la science qu'à la science elle-même, professeurs très répandus et mêlés sans cesse à la vie extérieure, les sophistes ne possédaient ni ne méritaient la réputation d'hommes d'étude désintéressés ; on ne conçoit pas Euripide faisant dans de pareils termes l'éloge d'un Prodicus, d'un Protagoras ou d'un Gorgias.

Disposés comme ils l'étaient à traiter tous les sujets, certains d'entre eux ont pu donner des louanges toutes théoriques à la science qui trouve en elle-même ses satisfactions et ses joies, mais Anaxagore seul avait fait alors de cette théorie la règle de sa vie [1].

Il est peut-être le seul philosophe dont toute la tradition antique ne relate aucun trait qui ne soit conforme à la sérénité naturelle d'une existence ainsi conçue. On doit se le représenter non comme un sophiste distribuant à prix d'or la science à tout venant, mais comme un sage méditant dans la retraite, consignant dans un seul ouvrage le résultat de ses recherches, et n'accueillant dans sa société que quelques esprits d'élite, comme Périclès et Euripide.

D'autres sophistes, et Socrate lui-même, ont pu payer cher le bruit qu'ils laissaient faire autour de leur personne et de leur enseignement ; Anaxagore est le seul contre qui l'excès contraire ait excité les soupçons et les malveillances. Il est un de ces sages dont il est parlé dans *Ion* [2], « qui se taisent, ne courent point aux affaires, vivent pour eux-mêmes et rient du vain bruit dont les insensés remplissent la cité ». C'est auprès de lui seul que le poète qu'Alexandre de Pleuron appelle ὁ Ἀναξαγόρου τρόφιμος, a pu apprendre à admirer la beauté d'une pareille vie.

Euripide avait même écrit toute une tragédie, l'*Antiope* [3], où il s'était plu, semble-t-il, à faire connaître au public cet idéal

[1] Cf. le portrait du philosophe par Socrate, *Théétète,* p. 173 d.

[2] Vers 597 ss.

[3] Représentée probablement vers 411-408.

du θεωρητικὸς βίος qui, une fois vulgarisé par lui, passa bientôt à l'état de lieu commun. La querelle des deux frères, Zéthos et Amphion, qui remplissait cette tragédie, était célèbre dans l'antiquité. Le premier représentait l'homme d'action, l'homme pratique dont l'ambition est la force du corps, la richesse et une grande position dans la cité. L'autre frère, Amphion, était un sage que la vie publique rebutait et qui mettait son bonheur dans l'isolement et dans l'étude.

Platon emprunta plus tard à Euripide les traits principaux de sa célèbre et classique description de ces deux conceptions diamétralement opposées de l'existence; son Calliclès ne fait, en beaucoup d'endroits, que reprendre les discours de Zéthos [1]. Cette théorie ne découle en aucune façon naturellement de la morale populaire des Grecs; les lointaines correspondances que l'on pourrait découvrir dans Hésiode ou Théognis partent d'un tout autre point de vue : ces poètes donnent des conseils pratiques; ils ne développent point une conception philosophique de l'existence théorétique. Celle-ci n'est nulle part définie nettement avant Euripide, et l'on voit à qui il a dû lui-même en emprunter l'idée.

Dans le prologue du *Philoctète* que j'ai déjà cité [2], Ulysse, fatigué des luttes de la vie pratique, se reproche également l'ambition, la φιλοτιμία, qui lui a fait préférer une vaine gloire à la vie tranquille du sage.

Platon se souvient encore d'Euripide, lorsqu'il montre [3] l'âme d'Ulysse, guérie de l'ambition, φιλοτιμίας λελωφηκυῖα, désireuse de la vie tranquille d'un simple particulier, du βίος ἀνδρὸς ἰδιώτου ἀπράγμονος. Comparez dans le même ordre d'idées le fragment 576, le fragment 194 de l'*Antiope*, et, en général, tous les restes de cette tragédie. Il ne faut pas interpréter de la même manière d'autres passages, nombreux

[1] *Gorgias*, p. 485 ss.
[2] Fragments 787 et 788.
[3] *Répub.*, p. 620 c.

également [1], où se trahissent simplement la fatigue de la guerre et l'aspiration au repos.

Par une conséquence naturelle de son désintéressement des choses de la vie pratique, Anaxagore professait le plus large cosmopolitisme. Aussi fut-il banni bien plus encore pour *médisme* que pour impiété.

S'étant assigné pour mission l'étude des astres et du monde, il prétendait que le ciel était sa patrie [2]. Comme on le plaignait d'être contraint de mourir exilé, il répondit [3] : « La route est partout la même jusqu'à l'Hadès ». Il est difficile de ne point retrouver un écho des paroles du maître dans ces vers où Euripide dit de l'homme de cœur [4] : « L'air entier est ouvert au vol de l'aigle; la terre entière est la patrie de l'homme généreux ». Il en est de même lorsqu'il nous dit : « Le sage, demeurât-il aux extrémités de la terre et ne l'eussé-je jamais vu, est pour moi un ami [5] ». De tels sentiments de large humanité sont fréquents chez Euripide. On sait avec quelle justice et quelle bienveillance il s'exprime d'ordinaire à l'égard des esclaves. Ne l'accusait-on même pas d'avoir admis un de ses serviteurs, Céphisophon, à collaborer à ses tragédies?

En conformité avec les mêmes principes, Anaxagore pratiquait le plus complet renoncement à l'égard des biens matériels. Au lieu de s'enrichir, comme les sophistes, il négligea sa fortune et finit par abandonner ses biens à sa famille [6].

[1] *Phéniciennes,* 531 ss.; *Cresphonte,* 453, 454, etc. On ne peut fixer avec une entière sûreté la date de ces deux pièces; mais elles furent certainement jouées en pleine guerre du Péloponèse.

[2] Diog. Laert., II, 7 : Πρὸς τὸν εἰπόντα· « οὐδέν σοι μέλει τῆς πατρίδος »; « εὐφήμει, ἔφη, ἐμοὶ γὰρ καὶ σφόδρα μέλει τῆς πατρίδος » δείξας τὸν οὐρανόν.

[3] Diog., II, 11 et Cic., *Tusc.*, I, 43, 104.

[4] Fragm. 1047 : « Ἅπας μὲν ἀὴρ αἰετῷ περάσιμος, | Ἅπασα δὲ χθὼν ἀνδρὶ γενναίῳ πατρίς. »

[5] Fragm. 902.

[6] Platon, *Hippias Maj.*, 283 a; Plut. *Périclès,* 16; Diogène, II, 6 ss., et beaucoup d'autres.

Plutarque rapporte à ce sujet une anecdote curieuse : Périclès ayant dû négliger quelque temps Anaxagore à cause de ses occupations politiques, celui-ci, déjà très avancé en âge, tomba dans une grande détresse et résolut de se laisser mourir de faim. Instruit de cette nouvelle, Périclès accourut effrayé, et gémit de ce que ce funeste dessein l'aurait privé lui-même d'un si excellent conseiller. Anaxagore lui répondit : « O Périclès, ceux qui se servent de la lampe, doivent aussi lui fournir l'huile », καὶ οἱ τοῦ λύχνου χρείαν ἔχοντες ἔλαιον ἐπιχέουσιν [1].

Les faiseurs d'anecdotes ont dû s'emparer tout de suite des relations de Périclès et d'Anaxagore ; le projet de mort volontaire, attribué ici au philosophe, est contredit par tout ce que nous savons de son caractère, et n'est évidemment qu'une invention oiseuse. Mais il est possible que la sentence elle-même ait été réellement prononcée par Anaxagore à une occasion qui n'était plus connue. Les mots qui deviennent des proverbes sont en général le résidu d'un récit. Le proverbe est le reste d'une anecdote typique, dont il ne subsiste que la morale ou la conclusion toute nue. Le τέλος ὅρα μακροῦ βίου ne s'explique pas sans l'anecdote de Crésus. L'exemple concret est plus ancien que le proverbe abstrait, la fable antérieure au μῦθος δηλοῖ ὅτι. Lorsqu'il ne reste plus que la sentence nue, il arrive fréquemment qu'on invente un nouveau récit pour la justifier.

La seule chose que je voudrais retenir de l'anecdote de Plutarque, c'est qu'Anaxagore avait vraisemblablement énoncé le proverbe qui la termine. Quant à l'occasion même où il l'avait réellement appliqué, on ne pourrait faire que de vaines suppositions.

Dans le fragment 187 de l'*Antiope*, Zéthos, le champion de la vie pratique, parle avec mépris de « l'homme riche qui, par pure négligence, abandonne ses biens » pour se livrer à des études frivoles et poursuivre une sagesse vaine et stérile (des κομψὰ σοφίσματα ἐξ ὧν κενοῖσιν ἐγκατοικήσεις δόμοις.

[1] *Périclès*, 16. Ce mot fut répété par Jodelle à Charles IX.

fragm. 188). Ces paroles prouvent qu'Amphion avait défendu avec ardeur la thèse qui est ici attaquée, et elles renferment avec la situation où s'était mis Anaxagore, une surprenante analogie.

Dans l'*Égée*, qui fut représenté certainement avant 431, Euripide élève au-dessus du bonheur des richesses celui de la fréquentation des hommes justes [1]. Les mots δικαιότερος Ἀναξαγόρου, « plus juste qu'Anaxagore », étaient dans l'antiquité une expression proverbiale [2]. « Aucun homme, disait un personnage de la *Danaé*, n'est supérieur à la richesse, excepté un seul, que je ne nommerai pas [3]. » Plus d'une fois, Euripide exprime avec force son mépris pour les richesses [4], thèse qui, d'ailleurs, était déjà banale à son époque, et qu'avec la mobilité capricieuse de ses points de vue, il sait aussi combattre au besoin [5]. Aussi je me garde d'insister.

L'homme qui a pour patrie le monde et pour joie la science, est armé par sa propre philosophie contre les malheurs de la vie. Lorsqu'on apprit à Anaxagore la mort de son fils, il répondit héroïquement : « Je savais que j'avais engendré un mortel [6] ».

Dans l'*Alceste*, représentée en 438, à l'époque où Anaxagore

[1] Fragm. 7 : Κρεῖσσον δὲ πλούτου καὶ βαθυσπόρου χθονὸς | ἀνδρῶν δικαίων κἀγαθῶν ὁμιλίαι.

[2] Themistius, *Orat.*, II, 30 c.

[3] Fragm. 325 : Κρείσσων γὰρ οὔτις χρημάτων πέφυκ' ἀνήρ, | πλὴν εἷς τις· ὅστις δ' οὗτός ἐστιν οὐκ ἐρῶ. Malheureusement, ce fragment n'obtient un sens qu'en admettant, comme je l'ai fait, les corrections de Porson et de Badham (εἷς au lieu de εἴ, ἐρῶ pour ὁρῶ). La *Danaé* est, je pense, une des premières tragédies d'Euripide.

[4] Fragm. 20 : Μὴ πλοῦτον εἴπῃς· οὐχὶ θαυμάζω θεόν, | ὃν χὠ κάκιστος ῥᾳδίως ἐκτήσατο. « Ne me parle pas de la richesse ; je n'admire pas une divinité que l'homme le plus pervers acquiert facilement. » Cf. fr. 54 et *passim*.

[5] Fragm. 142, 324, et ailleurs, où il exprime, comme dans l'*Antiope*, l'opinion vulgaire que le bonheur consiste dans la richesse.

[6] Panetius (apud Plut., *De coh. ira*, 16, p. 463 d) : ᾔδειν ὅτι θνητὸν ἐγέννησα, Plut. *Consol. ad Apoll.*, 33, p. 118 e, Chrysipp. ap. Galen., *De*

était un vieillard et vivait encore à Athènes, Euripide dit, par la bouche du chœur, qu'il a connu de près un homme qui, malgré son grand âge et ses cheveux blancs, supporta avec fermeté la mort d'un fils unique et plein de promesses [1]. L'évidence de cette allusion n'est plus guère contestée par personne; elle défend de traiter de légende le mot prêté par toute l'antiquité à Anaxagore, et ce n'est point trop s'avancer que de placer vers l'époque de l'*Alceste* la date où ce mot lui-même fut prononcé. La date de l'*Alceste* défend également de penser à Périclès, qui d'ailleurs perdit ses deux fils en même temps. On verra plus loin que cette résignation devant la mort était la conséquence des doctrines d'Anaxagore.

L'année même où le philosophe prenait le chemin de l'exil (431), le poète blâmait encore les larmes versées par Danaé sur la mort de son fils, et lui disait de se consoler, en considérant le sort de « ceux qui souffrent dans les chaînes ou qui vieillissent privés d'enfants [2] ».

Euripide aime à répéter que cette résignation calme devant le malheur est la marque distinctive du sage [3]. Le malheur est inséparable de notre nature [4]; le vulgaire même ne l'ignore pas, mais il ne sait pas montrer la force d'âme du sage devant les catastrophes humaines [5] : celle-ci seule cependant, d'après la

Plat. et Hippocr. dogm., IV, 7 (cf. Valckenaer, *Diatribe*, p. 28), Cic. *Tusc.*, III, 14, 30, et beaucoup d'autres. On attribue une fois une réponse analogue à Solon, erreur qui s'explique d'elle-même, et à Xénophon, qui n'aurait fait alors que répéter le mot d'Anaxagore.

[1] Vers 903 ss.

[2] Dans le *Dictys*, fragm. 332.

[3] Fragm. 37 : Μοχθεῖν ἀνάγκη· τὰς δὲ δαιμόνων τύχας | ὅστις φέρει κάλλιστ' ἀνὴρ οὗτος σοφός. Cf. 98, 175 et *passim*.

[4] Fragm. 300 : Οἴμοι· τί δ' οἴμοι; θνητά τοι πεπόνθαμεν. Fragm. 392 : Εἰ δ' ἄτερ πόνων | δοκεῖς ἔσεσθαι, μῶρος εἶ, θνητὸς γεγώς. Cf. 454, 651. 1075, 1076, etc.

[5] Fragm. 572 : Ἕν ἐστι πάντων πρῶτον εἰδέναι τουτί, | φέρειν τὰ συμπίπτοντα μὴ παλιγκότως· | χοὗτός γ' ἀνὴρ ἄριστος αἵ τε συμφοραὶ | ἧσσον δάκνουσιν. Ἀλλὰ ταῦτα γὰρ λέγειν | ἐπιστάμεσθα, δρᾶν δ' ἀμηχάνως ἔχει.

philosophie d'Euripide, nous permet de supporter sans faiblesse les maux de l'existence. C'est de la même façon que, tout en connaissant le bien, le vulgaire pratique généralement le mal [1]. On voit combien, en ces matières, les idées du poète pessimiste sont éloignées de celles de Socrate.

Euripide prétend même avoir connu un sage, qui avait sans cesse devant l'esprit l'image des plus grandes catastrophes pour n'être jamais surpris par aucune calamité soudaine. Il développe cette théorie dans un fragment célèbre [2], où Thésée expose sa philosophie. Le fragment est ici d'un intérêt particulier. « J'ai appris d'un sage à préparer mon esprit aux chagrins et aux calamités, m'imaginant l'exil loin de ma patrie, des morts soudaines et toutes sortes d'autres maux, afin que, le jour où je serais frappé d'un des coups que j'ai prévus, il ne m'atteigne point à l'improviste et ne me paraisse point ainsi plus cruel. »

Cette pensée a fait fortune ; elle est traduite par Cicéron (*Tusc.*, 3, 14, 29) et imitée par Térence dans le *Phormion* (241-246). Le sage d'après lequel Euripide la répète, l'avait sans doute déjà lui-même empruntée à la philosophie populaire, car la pensée appartient à la sagesse de tous les temps : tout prévoir et de préférence le pire. Elle a sa contre-partie : se mettre toujours devant les yeux le bon espoir, la bonne attente.

M. de Wilamowitz-Moellendorff [3] veut voir ici une influence pythagoricienne, après Cobet qui avait rapproché le passage suivant d'Iamblique [4] : ἦν αὐτοῖς παράγγελμα, ὡς οὐδὲν δεῖ

[1] *Hippolyte,* 377 ss.

[2] Fragm. 964 : Ἐγὼ δὲ [ταῦτα] παρὰ σοφοῦ τινος μαθὼν | εἰς φροντίδας νοῦν συμφοράς τ' ἐβαλλόμην, | φυγάς τ' ἐμαυτῷ προστιθεὶς πάτρας ἐμῆς | θανάτους τ' ἀώρους καὶ κακῶν ἄλλας ὁδούς, | ἵν' εἴ τι πάσχοιμ' ὧν ἐδόξαζον φρενί, | μή μοι νεῶρες προσπεσὸν μᾶλλον δάκοι. Le fragment provient soit du *Thésée*, soit du premier *Hippolyte*. Les raisons invoquées par M. de Wilamowitz pour attribuer ce passage au *Peirithous* de Critias ne me paraissent point convaincantes (*Analecta Euripidea,* p. 172). Plutarque, Galien, Cicéron l'attribuent unanimement à Euripide.

[3] *Héraclès,* I, p. 28.

[4] *Vit. Pyth.*, 196.

τῶν ἀνθρωπίνων συμπτωμάτων ἀπροσδόκητον εἶναι τοῖς νοῦν ἔχουσι, « un de leurs préceptes était qu'aucune catastrophe humaine ne doit frapper à l'improviste les hommes de sens ».

J'avoue que, s'il était prouvé qu'Euripide a vraiment lu une telle pensée dans un écrit pythagoricien de son temps, le rapprochement serait assez probant. Mais rien ne me paraît plus indémontrable. Nulle part il n'y a chez Euripide d'allusion, soit à la doctrine du nombre et de l'harmonie [1], soit à celle de la métempsycose. On ne trouve pas davantage de ressemblance vraiment caractéristique avec les doctrines religieuses ou éthiques des pythagoriciens. On sait, par exemple, avec quelle rigueur ceux-ci interdisaient le suicide : le corps est une prison où la divinité enferme l'âme pour son châtiment; celle-ci n'a pas le droit de se libérer d'elle-même [2]. Nulle trace de semblables scrupules dans la manière dont Euripide envisage le suicide. Dans ses drames, Phèdre, Jocaste, Evadné, Macarie se donnent la mort. Il pardonne à l'homme accablé par l'infortune de se délivrer de l'existence [3]; ailleurs il considère le suicide comme une lâcheté [4], plus souvent encore, comme un manque de sagesse, une sottise [5]. Les jugements sont donc un peu différents suivant le personnage qui parle, mais toujours ils se fondent sur des motifs de rationalisme qui sont très éloignés du point de vue pythagoricien.

Ce que je viens de dire montre assez combien il est hardi d'imaginer que la phrase d'Iamblique remonterait, en fin de compte, à un traité pythagoricien, qui serait d'ailleurs apocryphe, et qui aurait été précisément entre les mains d'Euripide [6].

[1] Les rapports qu'a voulu entrevoir F. Duemmler (*Prolegomena zu Platons Staat,* p. 11) sont absolument trop éloignés.

[2] Cf. Platon, *Phaedon,* 62 b, où est rapportée l'opinion de Philolaos.

[3] *Hécube,* 1107.

[4] *Héraclès,* 1248.

[5] *Oreste,* 415, fragm. 1070.

[6] Cette hypothèse a été, au surplus, combattue par Diels, *Archiv für Gesch. d. Philos.,* III, p. 458.

Pourquoi inventer toute cette combinaison, lorsqu'on possède une explication ancienne, celle de Poseidonios, que reproduisent nos citateurs, et qui rapportait formellement le passage d'Euripide à l'influence d'Anaxagore? C'est en s'en référant à son maître, bien plutôt qu'à l'autorité d'un catéchisme apocryphe, que le poète pouvait dire : παρὰ σοφοῦ τινος μαθών, et le témoignage de Poseidonios est sans doute le dernier écho de l'application que les spectateurs du drame avaient faite immédiatement de ces paroles. La pensée elle-même est assez banale; si elle faisait songer à Anaxagore, c'est qu'il avait dû en faire l'application dans quelque circonstance mémorable.

On dira qu'Anaxagore ne s'est pas occupé de l'éthique. Je veux bien que, dans son ouvrage, il a vraisemblablement concentré ses recherches sur le domaine de la physique. Mais sa doctrine même renfermait une explication de la création et de la mort qui sont les grandes énigmes du monde; à une telle philosophie, se rattachent naturellement certaines vues sur les choses humaines et certains principes de conduite. A cet égard, sa vie elle-même était un enseignement. Alcidamas, qui était contemporain d'Isocrate, avait rapporté qu'Empédocle fut l'auditeur de Pythagore et d'Anaxagore; au premier, il aurait emprunté ses théories physiques; chez le second, il aurait voulu apprendre la dignité de la vie et de la tenue (τὴν σεμνότητα τοῦ βίου καὶ τοῦ σχήματος) [1]. Il importe peu que cette anecdote soie vraie ou non pour ce qui concerne Empédocle. Elle prouve en tout cas qu'Anaxagore avait été de son temps le type de la noblesse et de la perfection morales. Le souvenir de ses qualités était resté très vivant dans l'esprit de la génération suivante, et Alcidamas les plaçait en quelque sorte au-dessus de celle du physicien.

Un observateur de la vie tel qu'Euripide a dû souvent compléter de lui-même les doctrines du maître, et se rendre compte de la théorie morale qui s'en dégageait. On ne peut savoir jusqu'à quel point, dans ses entretiens avec ses disciples,

[1] Diogène, VIII, 56 Cf. plus haut, p. 23, note 1.

Anaxagore lui avait ici montré la voie. Il me paraît certain que celui-ci a envisagé déjà beaucoup des conséquences de son système, tant au point de vue moral qu'au point de vue téléologique. Lorsqu'il séparait de la matière le *Nous*, l'intelligence qui l'organise et la domine, il introduisait dans la philosophie le germe de la théorie de la finalité.

VI.

Après ce qu'on vient de lire, l'existence de rapports entre Euripide et Anaxagore ne pourra plus guère être mise en doute. Avant de rechercher jusqu'à quel degré les grandes théories philosophiques d'Euripide témoignent à leur tour de ces relations, je voudrais examiner s'il n'est pas possible d'établir, sur des points scientifiques secondaires, des concordances spéciales qui seraient des plus caractéristiques.

Quelques-unes ont déjà été signalées. Beaucoup d'écrivains anciens avaient remarqué que le poète et le philosophe attribuent tous deux les débordements du Nil à la fonte des neiges de l'Éthiopie [1]. Euripide donne cette explication à deux reprises [2]; le passage de l'*Hélène* a été parodié par Aristophane [3], ce qui indique que les contemporains y avaient senti une affectation déplacée d'érudition. Hérodote, qui combat cette explication (II, 20-23), vise sans doute Anaxagore, bien qu'il ne le nomme pas expressément.

Il est vrai qu'Eschyle avait déjà mentionné cette opinion

[1] Diod., I, 38, 4; Athénée, édit. Dindorf, p. 164 ss; Sénèque, *Nat. quaest.*, IV, 2, 16; Schol. *ad Apoll. Rhod.*, IV, v. 269. Cf. encore Diels, *Doxographi graeci*, p. 385 a 5, 562, 12. Théophraste (Diels, *ibid.*, p. 227) avait aussi rapporté l'opinion d'Anaxagore, et elle a sans doute donné naissance à l'histoire peu vraisemblable d'un voyage qu'il aurait fait en Égypte (Ammien, XXII, 16, 22, Theodoret, *Cur. Gr. aff.*, II, 23, p. 24, et quelques autres témoignages suspects).

[2] *Hélène*, 1-3; fragm. 228.

[3] *Thesmoph.*, 855-857.

d'une façon très précise [1]. Bien qu'il ne soit pas tout à fait impossible qu'il l'ait tenue d'Anaxagore, on peut supposer avec autant de vraisemblance qu'il l'avait trouvée dans quelque écrit géographique ionien auquel Hérodote aurait également fait allusion. Mais il n'est guère probable qu'Euripide ait pris ses renseignements à une source appartenant à une littérature dont il était si peu curieux. Si Anaxagore n'a pas fourni le premier cette explication, il est constant qu'il y a mis sa marque, et qu'il contribua plus qu'aucun autre à la répandre à Athènes. Le rapprochement imaginé par les anciens entre ses idées et celles d'Euripide garde donc sa valeur.

Je passe à une autre coïncidence. Elle a trait aux idées relatives à la génération.

D'après Aristote [2], Anaxagore admettait que l'homme seul fournit la semence, et que la femme fournit simplement le réceptacle. C'était l'idée générale des savants de l'antiquité, et elle s'est perpétuée, pourrait-on dire, jusqu'au siècle dernier.

La théorie était en quelque sorte confirmée par le langage populaire, et se trouvait en rapport avec des métaphores fréquemment appliquées par les Grecs à la génération humaine et qui se sont conservées dans nos langues; celle-ci est souvent comparée à l'ensemencement d'un champ [3]. Déjà dans les *Euménides* d'Eschyle, Apollon déduit de la métaphore une théorie qu'il expose avec une sophistique très intéressante [4].

[1] Fragm. 300, d'un drame inconnu. Cf. *Suppliantes*, 554, où il appelle l'Égypte λειμῶνα χιονόβοσκον. D'après Schol., *Apoll. Rhod.*, IV, 269, Sénèque, *Nat. quaest.*, IV, 2, 16, on trouvait la même explication chez Sophocle.

[2] *De anim. gener.*, IV, I, 763 b, 31 : Ἀναξαγόρας καὶ ἕτεροι τῶν φυσιολόγων (φασὶ) | γίνεσθαι ἐκ τοῦ ἄρρενος τὸ σπέρμα, τὸ δὲ θῆλυ παρέχειν τὸν τόπον. La même théorie est rapportée par beaucoup d'autres comme étant d'Anaxagore.

[3] Cf. Eschyle, *Sept.*, 754; Sophocle, *Oed. Roi*, 1211, 1257; Platon, *Théétète*, p. 149 e.

[4] Vers 660 suiv. La pièce fut jouée en 458, époque où Anaxagore était déjà à Athènes.

Euripide, non seulement reprend à diverses reprises la métaphore [1], mais il répète avec une insistance particulière le raisonnement sur le rôle des sexes auquel Anaxagore avait donné une sorte de consécration scientifique [2].

Il est curieux de remarquer, en passant, le parti que le poète sait tirer de pareilles doctrines pour sa rhétorique de la scène. Puisque le rôle des femmes est si peu important dans la génération, comme il serait beau de pouvoir propager sans leur secours le genre humain [3] ! Le misogyne Hippolyte va même jusqu'à indiquer le moyen singulier que les dieux auraient pu inventer pour atteindre ce résultat [4]. Naturellement, de tels passages n'autorisent pas plus le reproche de misogynie envers Euripide que ne le font pour Milton et Shakespeare les idées analogues qu'ils ont mises dans leurs œuvres. S'il n'a guère une meilleure opinion de la femme que les autres anciens, il l'emporte du moins sur tous les penseurs grecs par l'importance qu'il leur reconnaît et par l'intérêt qu'il leur consacre. Nul autant que lui n'a déploré leur misérable situation dans la société athénienne.

On verra plus loin qu'Anaxagore excluait de son explication du monde l'intervention du surnaturel. Il ne pouvait donc admettre la croyance aux prodiges et aux présages, et il don-

[1] Particulièrement *Phéniciennes*, 18 : μὴ σπεῖρε τέκνων ἄλοκα, formule d'un oracle, et par conséquent ancienne; après les belles recherches récentes de M. Bethe (*Thebanische Heldenlieder*), on serait tenté de croire que cet oracle était emprunté à l'*OEdipodie; Androm.*, 637.

[2] Fragm. 1064 et *Oreste*, 552 ss. Le vers 554, ἄνευ δὲ πατρὸς τέκνον οὐκ εἴη ποτ' ἂν aurait provoqué cette saillie d'un spectateur : Ἄνευ δὲ μητρός, ὦ κάθαρμ' Εὐριπίδη; (Scholies, Clément, *Strom.*, II, p. 505; Eustathe, *ad Od.*, p. 1498, 57), ce qui prouverait que, si la métaphore était courante, la théorie elle-même, avec toutes les conséquences indiquées ici par Oreste, répugnait à la conscience populaire. Il serait possible que des sophistes aient aussi emprunté et développé cette idée; mais il ne faudrait pas, comme on le fait trop souvent en pareil cas, voir l'imitateur dans Euripide.

[3] *Médée*, 573-575.

[4] *Hippolyte*, 616-624.

nait de ces phénomènes une explication rationnelle. Plutarque [1] nous a conservé à ce sujet une anecdote curieuse, et qui ne paraît présenter véritablement les marques de l'authenticité. Un jour, dit-il, on apporta de la campagne à Périclès une tête de bélier qui n'avait qu'une seule corne. Le devin Lampon s'empressa de tirer de là le présage que Périclès l'emporterait sur Thucydide dans les luttes politiques. Anaxagore, au contraire, disséqua simplement la tête du bélier, et donna du phénomène une explication physiologique. En vrai physicien, il avait recherché la cause, αἰτία, tandis que le devin n'envisageait que le τέλος, le but. D'après Plutarque, c'est grâce à Anaxagore que Périclès s'affranchit de toute superstition. Le même Plutarque [2] nous a rapporté une jolie anecdote pour témoigner du sang-froid de Périclès devant ses matelots lors de l'éclipse de soleil de 431. Dans cette occasion encore, il se montra le digne élève du grand philosophe. La même liberté d'esprit apparaît chez Euripide. Dans l'*Hippolyte* [3], par exemple, c'est Thésée lui-même qui combat la superstition des présages.

Mais c'est surtout sur l'astronomie qu'Anaxagore avait des idées originales et bien arrêtées. Il avait enseigné que le soleil est une masse ou une pierre énorme et incandescente, μύδρος ou λίθος διάπυρος [4].

Au témoignage de Diogène de Laerte, Euripide avait, à l'exemple de son maître, qualifié le soleil de « masse dorée », χρυσέα βῶλος, dans son drame de *Phaéton* [5].

[1] Plutarque, *Périclès*, 6.

[2] *Ibid.*, 35.

[3] Vers 1059.

[4] Platon, *Apol.*, 26 d; Xénophon, *Mém.*, IV, 7, 6. Cf. Schaubach, *Anaxag. fragm.*, p. 139 ss; Diels, *Doxogr. graeci*, p. 562, 14, p. 349 a 4, b 6.

[5] Diog. 2, 10 : Φασὶ δ' αὐτὸν (Ἀναξαγόραν) προειπεῖν τὴν περὶ Αἰγὸς ποταμὸν γενομένην τοῦ λίθου πτῶσιν, ὃν εἶπεν ἐκ τοῦ ἡλίου πεσεῖσθαι. Ὅθεν καὶ Εὐριπίδην, μαθητὴν ὄντα αὐτοῦ, χρυσέαν βῶλον εἰπεῖν τὸν ἥλιον ἐν Φαέθοντι. Le passage en question est perdu, et c'est absolument à tort que Valckenaer (*Diatribe*, p. 31) essaye de le réintroduire dans l'un

M. Decharme [1] conteste la valeur du témoignage de Diogène, parce qu'il serait en désaccord avec la donnée même d'une tragédie où le soleil n'était point une masse de pierre ou de feu, mais où il était un personnage dramatique, un dieu vivant. L'objection n'est pas fondée : le dieu Soleil est si nettement distingué de l'astre lui-même dans cette tragédie qu'avant de confier son char brûlant à Phaéton, il lui donne des conseils sur la manière de le conduire. Tous les fragments conservés, dont quelques-uns vont être examinés bientôt, confirment cette distinction.

Les anciens avaient prêté au poète la même explication naturaliste du soleil, sur la foi de certains passages de l'*Oreste* [2]. Dans une monodie douloureuse, Électre s'écriait qu'elle voudrait faire entendre ses cris à Tantale, le père de sa race. « Que ne puis-je m'élancer jusqu'à cette pierre suspendue entre le ciel et la terre, jusqu'à cette masse attachée à l'Olympe par des chaînes d'or, et emportée par les tourbillons, pour y faire éclater mes plaintes auprès du vieux Tantale... » Évidemment, Euripide répète ici l'antique légende du supplice de Tantale, qui, emporté au milieu des airs, voit avec effroi un rocher planer au-dessus de sa tête [3]. C'était le châtiment dont Zeus frappait les grands criminels. Il n'est guère vraisemblable que, par la pierre de Tantale, l'auteur d'*Oreste* ait voulu faire entendre le soleil lui-même, comme l'imaginent les commentateurs anciens [4]. On alla jusqu'à faire de Tantale lui-même

des fragments subsistants (771, 3) par des corrections de texte. Les scoliastes d'Euripide (*Hipp.*, 601), et d'Apollonius de Rhodes (I, 498) prêtent aussi à Euripide les mots χρυσέα βῶλος comme désignation du soleil, en insistant sur leur origine anaxagorique.

[1] *Article cité* plus haut, p. 4, n. 3, à la page 240.

[2] Vers 982 suiv. Cf. même tragédie, 6-7.

[3] *Oreste*, 5 ss : Τάνταλος | κορυφῆς ὑπερτέλλοντα δειμαίνων πέτρον | ἀέρι ποτᾶται καὶ τίνει ταύτην δίκην... PINDARE, *Ol.*, I, 91, *Isthm.*, VIII, 21, rappelle la même fable après Archiloque, Alcman et Alcée. Ixion subit un supplice analogue, PIND., *Pyth.*, II, 40. — Cette légende est différente de celle de l'*Odyssée*, XI, 582 ss.

[4] SCHOL. PIND., *Olymp.* I, 57; SCHOL. EURIP., *Oreste*, 982.

un physicien, un φυσιόλογος, qui subissait le châtiment d'avoir prétendu que le soleil était une pierre [1].

S'il se trouve ici quelque allusion à des théories astronomiques, il s'agit non point du soleil, mais bien d'autres corps célestes. Anaxagore croyait qu'entre la terre et la lune et le soleil, il existait dans les airs d'autres corps, invisibles pour nous [2], de nature rocheuse comme ceux-ci, et c'est à ces corps qu'il attribuait les éclipses de lune. Il est très souvent parlé aussi de la pierre d'Ægos-Potamos qu'il prétendait tombée, soit du soleil, soit des airs [3]. Les termes qu'Euripide met dans la bouche d'Électre semblent indiquer la connaissance de semblables théories, et, en ce sens, le scoliaste donne la vraie solution de la question, lorsqu'il nous dit : τὰ φυσικὰ τοῖς μυθικοῖς καταμίγνυσιν ὁ Εὐριπίδης.

Une expression comme celle de κανὼν σαφής, appliquée au soleil [4], est également plutôt technique que poétique, et cette manière va jusqu'à la pédanterie lorsque ailleurs [5], le poète appelle le même astre τὸ δωδεκαμήχανον ἄστρον, pour indiquer qu'il parcourt les douze signes du zodiaque. Aristophane, qui ne manque jamais de relever de tels écarts, et dont l'opinion est ainsi très caractéristique, a parodié cette expression dans ses *Grenouilles* [6].

Lorsque Hélène veut s'informer si son mari est encore en vie, elle s'exprime ainsi [7] : Πότερα δέρκεται φάος τέθριππά θ' ἁλίου [ἐς] κέλευθά τ' ἀστέρων, « voit-il la lumière, et le char du soleil, et les chemins des étoiles? » C'est définir le bonheur de vivre d'une façon véritablement anaxagorique.

[1] Schol. Pind., *l. c.*

[2] Stobée, d'après Théophraste (Diels, *Doxogr. graeci*, 360 b, 23); Hippolyte, I, 8 (Diels, 562, 15) : εἶναι δ' ὑποκάτω τῶν ἄστρων ἥλιον καὶ σελήνην [καὶ] σώματά τινα συμπεριφερόμενα, ἡμῖν ἀόρατα. Cf. Diog., II, 11.

[3] Cf. plus haut, p. 45, n. 5.

[4] *Suppliantes*, 650.

[5] Fragm. 755; la variante ἄντρον est évidemment absurde.

[6] Vers 1328.

[7] *Hélène*, 341.

Ailleurs, Euripide fait exprimer par un vieillard aveugle le désir de pouvoir s'élancer vers les lumières éclatantes de Sirius et d'Orion [1]. Ce souhait, pris isolément, n'indiquerait pas plus une curiosité astronomique chez Euripide que ne le font les vers suivants de Lamartine pour leur auteur :

> Que ne puis-je, porté sur le char de l'aurore,
> Vague objet de mes vœux, m'élancer jusqu'à toi !

Mais il corrobore les passages que j'ai déjà cités, et l'on pourrait encore multiplier les preuves que fournissent les œuvres d'Euripide de cette préoccupation astronomique, de cette πολυπραγμοσύνη περὶ τὰ μετέωρα. Elles rendent impossible de méconnaître la vive attention que le disciple d'Anaxagore attache aux choses du ciel et l'intérêt manifeste qu'il porte aux questions astronomiques. Je dois m'y arrêter encore quelques instants, M. de Wilamowitz ayant émis l'opinion, surprenante pour moi, que cette tendance n'existe point chez Euripide [2].

Par deux fois au moins, il s'est attaché à traiter des sujets stellaires, dans le *Phaéton* et dans l'*Andromède,* et si nous avons dans notre ciel une constellation qui porte ce dernier nom, c'est sa tragédie, tant admirée dans l'antiquité, qui en est la cause.

Il aime à citer les noms des étoiles et à parler de leurs révolutions; il nomme plusieurs fois les Pleiades, Hespéros, Seirios, et bien d'autres astres; il est, par exemple, le seul des tragiques qui cite la constellation d'Orion [3].

Il s'arrête brusquement dans certains passages sur des détails

[1] *Hécube,* 1100.

[2] *Héraklès,* I, p. 33. Naturellement, tout en étant inférieur à Euripide en érudition astronomique, Sophocle a pu sentir mieux et exprimer avec plus de poésie que lui la beauté des choses du ciel.

[3] *Iphig. Aul.*, 6 ss, *Oreste*, 1005, *Hélène*, 1490, *Hécube*, 1101, *Cyclope*, 213, etc. Sophocle ne cite pas les Pleiades, mais Eschyle en parle, *Agamemnon*, 817.

astronomiques, avec une complaisance qui n'est montrée par aucun autre des tragiques. Qu'on lise, par exemple, le passage suivant d'*Ion* [1], où sont décrites les peintures d'une tapisserie : « On voyait peint sur ce tissu le Ciel rassemblant les astres dans l'espace éthéré ; le Soleil dirigeait ses coursiers vers la fin de sa carrière lumineuse, traînant après lui la clarté brillante d'Hespéros; la Nuit au voile sombre pressait la course de son char traîné seulement par deux chevaux sous le joug, et les Étoiles accompagnaient la déesse. Les Pléiades s'avançaient au milieu de l'éther, puis Orion ceint de l'épée; l'Ourse, plus élevée, tournait avec sa queue couleur d'or près du pôle [2]; enfin, on voyait les Hyades, signe infaillible pour les marins, et l'Aurore qui amène le jour et chasse les Étoiles [3]. »

Anaxagore avait expliqué les étoiles filantes comme des étincelles que l'éther supérieur fait jaillir dans son mouvement, et qui s'éteignent aussitôt : Ἀναξαγόρας τοὺς καλουμένους διάττοντας ἀπὸ τοῦ αἰθέρος σπινθήρων δίκην καταφέρεσθαι, διὸ καὶ παραυτίκα σβέννυσθαι [4]. Peut-on voir une coïncidence due au hasard dans le fait qu'Euripide, seul à ma connaissance parmi les tragiques, a tiré de ce phénomène une comparaison [5] :

Ὅ δ' ἄρτι θάλλων σάρκα διοπετὴς ὅπως
ἀστὴρ ἀπέσβη, πνεῦμ' ἀφεὶς ἐς αἰθέρα.

Ici les termes choisis sont tels qu'ils me paraissent impliquer la connaissance de l'enseignement d'Anaxagore.

[1] Vers 1146 ss.

[2] Vers difficile, que je ne puis discuter ici. Il s'explique, sans aucun changement de texte, si l'on compare le vers 130 des *Trachiniennes* de Sophocle, qu'à ma connaissance on n'a pas jusqu'ici songé à en rapprocher.

[3] Le fragment 594 (δίδυμοί τ' ἄρκτοι... τὸν Ἀτλάντειον τηροῦσι πόλον) a également une teinte « physiologique », comme l'avait remarqué Clément, *Strom.*, V, p. 667. Mais on attribue aujourd'hui plutôt à Critias le drame de *Peirithoos* d'où il est tiré. En tout cas, le terme technique de πόλος, employé ailleurs par Euripide, avait excité les moqueries d'Aristophane; cf. *Oiseaux,* 179 ss, et le scoliaste à ce vers. Des passages tels qu'*Ion,* 82 ss, *Héraclès,* 667-8, *Suppliantes,* 992 ss, *Andromède,* fragm. 114, témoignent du même intérêt pour les choses célestes, mais les données traditionnelles y dominent.

[4] Diels, *Doxog. gr.*, p. 367 a 10, b 9; cf. *ibid.*, p. 563; Diogène, II, 9.

[5] Fragm. 971.

J'appellerai encore l'attention sur quelques passages où pourraient bien se cacher des données météorologiques curieuses; de crainte de m'égarer, je n'en tirerai pas toutes les conclusions qu'ils pourraient suggérer.

Dans deux de ces morceaux, il s'agit de la légende du Soleil qui rebrousse chemin pour ne point contempler les crimes des Tantalides.

Dans l'*Oreste* (vers 1000 ss.), le poète donne à peine à la vieille fable une tournure astronomique : « La Discorde, dit Électre, détourna le char ailé du Soleil, en dirigeant vers l'Aurore qui n'a qu'un seul coursier, la route céleste vers Hespéros [1], et Zeus détourne la course des Pléiades vers une autre route. » En d'autres termes, le Soleil, au lieu de continuer sa marche vers le couchant, revint vers l'Aurore, à son point de départ. Ici et dans le passage qui va suivre, Euripide semble admettre l'interprétation que l'astronomie vulgaire avait donnée à cette fable et qui est rapportée par Platon [2] : Autrefois le soleil se levait à l'occident et il marchait dans le même sens que le ciel étoilé. Zeus établit l'ordre actuel pour dénoncer aux hommes la fraude de Thyeste. D'autres versions faisaient d'Atrée le premier astronome qui enseigna que le mouvement du soleil est opposé à celui du ciel [3].

Quant au mythe lui-même, Euripide, en homme qui a médité sur les lois du monde physique, n'y attache nulle croyance, et il a soin de nous en avertir [4]. « Telle est la tradition; mais je ne crois guère, pour ma part, que le Soleil

[1] Je conserve le texte des manuscrits : τὰν πρὸς ἕσπερον κέλευθον.

[2] *Politicus*, p. 268-269 : ... τὸ περὶ τὴν Ἀτρέως τε καὶ Θυέστου λεχθεῖσαν ἔριν φάσμα... τὸ περὶ τῆς μεταβολῆς δύσεώς τε καὶ ἀνατολῆς ἡλίου καὶ τῶν ἄλλων ἄστρων, ὡς ἄρα ὅθεν μὲν ἀνατέλλει νῦν, εἰς τοῦτον τότε τὸν τόπον ἐδύετο, ἀνέτελλε δ' ἐκ τοῦ ἐναντίου, τότε δὲ δὴ μαρτυρήσας ἄρα ὁ θεὸς Ἀτρεῖ μετέβαλεν αὐτὸ ἐπὶ τὸ νῦν σχῆμα.

[3] POLYBE, dans STRABON, I, p. 23. Cf. fragm. 861 : δείξας γὰρ ἄστρων τὴν ἐναντίαν ὁδὸν | δήμους τ' ἔσωσα καὶ τύραννος ἐζόμην, où c'est évidemment Atrée qui parle (dans le *Thyeste?*).

[4] *Électre*, 736 ss.

détourna son char d'or brûlant, et changea sa route pour le malheur des humains, à cause d'un crime des mortels. Mais ces fables effrayantes ont l'avantage d'inviter les hommes au culte des dieux. »

Dans un second passage [1] consacré à la même légende, les choses physiques me paraissent mêlées aux choses mythiques d'une façon indéniable. « Alors, oui, alors, Zeus changea les routes brillantes des Astres, et la lumière du Soleil, et la face radieuse de l'Aurore ; c'est vers les régions du couchant [2] que le Soleil dirige dès lors sa flamme ardente et divine : les nuées humides se dirigent du côté de l'Ourse, et les arides plaines d'Ammon languissent desséchées, privées de la rosée des cieux et des pluies bienfaisantes de Zeus. » Ainsi, suivant Euripide, par l'effet de la marche du soleil de l'est à l'ouest, les nuées humides se concentrent vers le nord et les régions méridionales sont desséchées.

En regard de ce morceau, je citerai l'opinion suivante d'Anaxagore : (Ἀναξαγόρας φασὶ) τροπὴν γίγνεσθαι ἀνταπώσει τοῦ πρὸς ταῖς ἄρκτοις ἀέρος, ὃν αὐτὸς συνωθῶν ἐκ τῆς πυκνώσεως ἰσχυροποιεῖ [3]. — Τροπὰς δὲ ποιεῖσθαι καὶ ἥλιον καὶ σελήνην ἀπωθουμένους ὑπὸ τοῦ ἀέρος. Σελήνην δὲ πολλάκις τρέπεσθαι διὰ τὸ μὴ δύνασθαι κρατεῖν τοῦ ψυχροῦ [4]. L'usage ordinaire de la langue désigne par τροπαί τοῦ ἡλίου les deux solstices, ce qui donnerait à ces passages le sens suivant : « Si, dans sa révolution annuelle, le soleil, à l'époque du solstice d'été, rebrousse vers le sud, à l'époque du solstice d'hiver, remonte vers le nord, cela provient de l'accumulation de l'air condensé qu'il a chassé devant lui, et dont il ne peut plus vaincre la résistance. »

Ce sens ne me paraît pas possible ici, car il n'explique pas ce qu'il faut entendre par τροπαὶ τῆς σελήνης. — Τροπὴ signi-

[1] *Électre*, 726 ss.

[2] Si l'on donne, avec Weil et Hartung, le sens insolite de « méridional » à ἕσπερα, le passage devient inintelligible pour moi.

[3] Diels, *Doxogr. graeci*, p. 352 b 15.

[4] *Ibid.*, p. 562.

fie « changement de route, retour sur soi-même », et la lune a de ces retours plus nombreux que le soleil. Τροπαὶ n'a donc point ici le sens étroit de solstice; il désigne d'une façon générale le mouvement circulaire des astres, et leur retour en sens inverse [1].

Selon Anaxagore, le soleil, comme la terre elle-même, était porté par l'air; pendant sa marche de l'est à l'ouest, il chassait l'air devant lui; arrivé au bout de l'horizon, la résistance de l'air condensé vers le nord l'empêchait de continuer sa route vers ces régions; repoussé de là, il accomplissait le reste de sa révolution sous la terre [2]. La révolution de la lune était plus courte que celle du soleil parce que, ayant une chaleur moindre, elle triomphait moins longtemps de la résistance. C'est pourquoi Euripide a pu donner la direction de la marche du soleil comme cause de l'humidité des régions de l'Ourse et de la sécheresse du midi.

Dans un air trop dense et trop humide, le soleil ne peut plus se frayer une route; inversement, Euripide a semblé croire qu'un air trop sec et trop dilaté ne peut plus lui servir de véhicule.

C'est ce que paraît indiquer le fragment (779) du *Phaéton* [3],

[1] Anaximène avait les mêmes idées astronomiques. Stobée, I, 524 : Ἀναξιμένης πύρινον ὑπάρχειν τὸν ἥλιον ἀπεφήνατο, ὑπὸ πεπυκνωμένου δὲ ἀέρος καὶ ἀντιτύπου ἐξωθούμενα τὰ ἄστρα τὰς τροπὰς ποιεῖσθαι. *Plac.*, II, 23 : Ἀναξιμένης ὑπὸ πεπυκνωμένου ἀέρος καὶ ἀντιτύπου ἐξωθεῖσθαι τὰ ἄστρα. Cf. Diels, 352 a 15 b 12. — Lucrèce, livre V, a traité aussi ces questions impossibles.

[2] Hippolyte, I, 8 : τὴν δὲ τῶν ἄστρων περιφορὰν ὑπὸ γῆν γίνεσθαι (Diels, p. 562). Un autre passage important pour ces théories anaxagoriques ne me paraît guère intelligible, dans la forme où il est transmis (Diels, *Doxogr.*, p. 337-338) : Διογένης καὶ Ἀναξαγόρας ἔφησαν μετὰ τὸ συστῆναι τὸν κόσμον... ἐγκλιθῆναί πως τὸν κόσμον ἐκ τοῦ αὐτομάτου εἰς τὸ μεσημβρινὸν αὐτοῦ μέρος, ἴσως ὑπὸ προνοίας, ἵν' ἃ μὲν ἀοίκητα γένηται, ἃ δὲ οἰκητὰ μέρη τοῦ κόσμου κατὰ ψῦξιν καὶ ἐκπύρωσιν καὶ εὐκρασίαν. Il s'agit de la théorie de l'ἔγκλισις τοῦ κόσμου, sur laquelle je ne puis m'arrêter ici.

[3] Cette pièce a dû être représentée avant 425.

où le Soleil, remettant les rênes à son fils, lui fait connaître la voie qu'il doit suivre : « Ne fais pas pénétrer ton char dans l'éther de la Libye, car n'y trouvant pas assez de mélange humide, ton char, passant au travers, sera précipité à terre... »

Je crois qu'Aristophane se souvient de ces subtilités lorsque, dans ses *Grenouilles* [1], il montre Héraclès donnant à Dionysos, prêt à descendre aux enfers, des indications du genre de celles que le Soleil avait données à Phaéton : « Indique-moi, dit Bacchus, une route qui ne soit ni trop chaude, ni trop froide », καὶ μήτε θερμὴν μήτ' ἄγαν ψυχρὰν φράσῃς. Il y a ici une allusion à quelque indication analogue d'un drame, et celle-ci n'a pu se trouver que dans le *Phaëton*.

Ces passages montrent assez qu'à l'école de son maître, Euripide s'était familiarisé de bonne heure avec les grandes questions relatives aux lois du monde physique. Mais l'ordre et la beauté de l'univers attiraient bien moins la curiosité inquiète du poète moraliste que les choses du monde terrestre. Aussi, une fois armé d'une explication des phénomènes de l'ordre cosmique, il essaye d'appliquer le même principe aux phénomènes de la vie humaine [2] : « Je crois que la destinée des humains est réglée comme celle de l'éther. Celui-ci fait rayonner la splendeur brillante de l'été, il amène l'hiver en condensant les nuages, il est la cause de la floraison et de la stérilité, de la vie et de la destruction. De même, parmi les mortels, les uns coulent des jours brillants et sereins, les autres sont en proie aux orages et vivent dans les malheurs, mais la félicité finit par s'évanouir, semblable aux révolutions des saisons. »

Ailleurs, il tirera parti de la même science pour sa rhétorique de la scène. Jocaste invoque l'analogie du *cosmos* pour prouver

[1] Vers 117 ss. Quiconque a lu les *Grenouilles* de près, doit avoir remarqué qu'elles fourmillent ainsi d'allusions littéraires que notre ignorance ne nous permet plus de déterminer.

[2] *Danaé*, fragm. 330. Ce fragment fait aussi penser à certaines doctrines d'Héraclite. — Des rapprochements analogues entre la nature et la vie morale se retrouvent *Héraclès*, 102, *Hécube*, 592 ss., fragm. 415.

à Étéocle que l'égalité est une loi de la nature[1] : « L'œil obscur de la nuit et la flamme du soleil parcourent, d'un pas égal, le cercle de l'année, et le vainqueur n'excite pas l'envie du vaincu. Si le soleil et la lune sont au service des humains, ne consentiras-tu pas à un partage égal de ce palais? »

Nous venons d'entendre le météorologue, l'homme curieux de recherches que le peuple tenait alors en suspicion. Le même Euripide, qui a vanté tant de fois la science, s'est appliqué un jour à exprimer les lieux communs de la sagesse vulgaire et l'opinion de la foule, à l'égard de la famille suspecte des physiciens : « Pourquoi ne point rejeter au loin les tortueux mensonges de ces météorologues dont la langue pernicieuse se répand en conjectures insensées sur les mystères de la nature[2]? » Ces lignes appartiennent à un drame inconnu où la thèse contraire trouvait probablement aussi son développement. Il serait absurde d'y voir, comme on a voulu le faire, une condamnation d'Anaxagore. Elles prouvent simplement, une fois de plus, qu'en vrai poète dramatique, Euripide savait se faire l'interprète de tous les jugements contemporains, admettre tous les points de vue, comprendre et reproduire sur toute chose le διττὸς λόγος.

VII.

J'ai rassemblé jusqu'ici les indices qui témoignent le plus directement d'une influence personnelle d'Anaxagore sur Euripide. Cette influence n'alla point jusqu'à fournir au poète une doctrine capable de satisfaire définitivement son intelligence. Avec les tendances de son esprit, il lui était aussi impossible de se faire l'homme d'un seul système que de rester l'adepte d'une croyance traditionnelle.

A l'époque où il vivait, le grand mouvement religieux et

[1] *Phéniciennes,* 543 ss.

[2] Fragm. 913.

patriotique, suscité par les luttes nationales contre les Mèdes, touchait à son terme. Euripide était du nombre des personnes que l'explication du monde d'un Eschyle et d'un Pindare ne parvenait plus à satisfaire. Au milieu de la confusion des théories qui cherchaient à remplacer les croyances disparues, il ne pouvait étouffer en lui le désir de savoir, ni atteindre à l'indifférence sereine de Socrate. Celui-ci, fier de son ignorance, affiche son dédain pour les grandes questions philosophiques. Euripide s'intéresse constamment et avec une curiosité inquiète au grand travail des esprits qui, dans la capitale de l'empire athénien, remuent les idées nouvelles et préparent l'avenir. Il interroge toutes les opinions, tient compte des diverses solutions du même problème, et, dans cette recherche incessante, ne donne jamais à aucune théorie une adhésion définitive. Dans l'*Héraclès* [1], il répète poétiquement, pour son compte, le mot célèbre : γηράσκω ἀεὶ πολλὰ διδασκόμενος. Retiré dans sa grotte solitaire, il n'a pas seulement étudié, comme le Socrate de Xénophon [2], les trésors précieux que les anciens ont laissés dans leurs écrits; il recherche aussi les enseignements des sages nouveaux et s'empresse de recueillir tout ce qu'ils lui offrent d'intéressant. Il aime, sur la scène, à indiquer à demi-mot qu'il n'est étranger à aucune des spéculations nouvelles; il est fier de ce nom de « sage » que ses admirateurs lui avaient donné, et que les comiques répétaient par moquerie.

Mais, tandis que des esprits novateurs remettaient en question tous les principes admis par les ancêtres, la majorité des Athéniens, fidèle à la tradition, considérait comme une profanation et une impiété jusqu'au simple exposé d'idées philosophiques dans la tragédie. En somme, celle-ci restait toujours un acte du culte public, et le poète ne pouvait trop ouvertement en transformer le caractère. Il devait accepter la plupart des règles et des formes extérieures du genre, telles qu'Eschyle

[1] Vers 674 ss : Οὐ παύσομαι τὰς Χάριτας Μούσαις συγκαταμιγνύς, ἀδίσταν συζυγίαν.

[2] *Mém.*, 1, 6, 14.

les avait définitivement fixées; il devait aussi conserver, en grande partie, les idées traditionnelles que le peuple s'attendait à y retrouver.

Par une sorte de compromis, Euripide a essayé de satisfaire à la fois les exigences de la foule soupçonneuse et les curiosités des hommes animés de l'esprit nouveau. C'est là une des raisons de ces longs discours où il développe tour à tour les thèses opposées, religieuses ou impies, conservatrices ou révolutionnaires. Il flattait ainsi, par surcroît, le goût de la dispute, universel alors chez ses concitoyens. Malgré ses efforts, il ne réussit point à concilier la mission traditionnelle du poète tragique avec le rôle du philosophe nouveau. Ses tendances furent sans cesse suspectées, la meute des comiques s'acharna de plus en plus contre lui ; pendant toute sa carrière, il n'obtint que cinq fois le prix, et il finit par s'exiler volontairement auprès d'un roi étranger.

On voit maintenant toute la complexité des origines de la philosophie d'Euripide : le poète emprunte à des doctrines différentes; il ne présente aucune de ces doctrines sous sa forme technique; s'il ne les modifie pas toujours suivant ses vues personnelles, il doit le plus souvent les reproduire dans des termes qui dissimulent en partie ses véritables tendances, et qui ne paraissent point trop étrangers sur la scène.

Dans ces conditions, on comprend que les recherches ne peuvent aboutir que difficilement à des résultats entièrement certains. On aurait tort cependant de déclarer vaine ou impossible toute étude générale de la question. On a beau renoncer à l'examiner dans son ensemble, on est forcé de la traiter à chaque instant dans ses détails et de se prononcer sur tel ou tel passage déterminé qui trahit une influence extérieure. Chacun invoque ces passages séparément à l'appui d'une thèse particulière; en attendant, l'étude générale, qui infirmerait beaucoup de ces affirmations isolées, reste encore à faire. Je n'ai pas l'intention de me charger ici de cette lourde tâche; je voudrais simplement annoncer qu'en étudiant chez Euripide les traces de la philosophie d'Anaxagore, je m'efforcerai de ne

point oublier les influences multiples qui viennent compliquer les recherches.

Parmi ces influences, il faut surtout tenir compte de celles des autres philosophes contemporains. Malheureusement, pour la plupart d'entre eux, la question est tout aussi peu élucidée que pour Anaxagore lui-même. Il suffit, pour le montrer, de s'arrêter à quelques noms.

Vis-à-vis de Socrate, par exemple, il est difficile de savoir au juste quelle était la situation personnelle d'Euripide. La différence de leurs caractères ne permet guère de croire à l'amitié que des légendes anciennes leur attribuent l'un pour l'autre. Quant à leurs philosophies, elles sont aussi éloignées que possible. Autant Socrate exalte la valeur de la connaissance et la toute-puissance de la raison, autant Euripide insiste sur la faiblesse de la chair qui, malgré les bons enseignements, paralyse la volonté. L'homme a beau voir et connaître le bien, il pratique le mal [1].

Cependant, à côté de ces affirmations très conformes aux théories ordinaires d'Euripide, on en trouve d'autres qui ont souvent fait penser à la doctrine socratique. Dans les *Suppliantes* [2], Adraste déclare expressément que la bonne éducation inspire le sentiment de l'honneur, et que le courage et la vertu peuvent s'apprendre. Mais l'éducation ne joue ici un si grand rôle que pour fournir un argument à la thèse d'un personnage. Ailleurs, Euripide consacre au même thème des considérations différentes. Dans l'*Hécube* [3], il se demande si la noblesse des sentiments et la vertu tiennent à la nature ou à l'éducation, et il se contente de faire une certaine part à cette dernière. Il revient au même problème dans l'*Iphigénie en Aulide* [4]; là aussi, il distingue la part de la naissance et celle de l'habitude. Ces considérations se rattachent évidemment à des discussions qui

[1] *Hippolyte*, 377-383; fragm. 220, 1068.
[2] Vers 913 ss.
[3] Vers 592-602. Cf. *Électre*, 367 ss. et fragm. 1068.
[4] Vers 558 ss.

étaient à l'ordre du jour à cette époque. Mais il faut se garder d'y reconnaître trop rapidement une influence socratique. Je songerais plutôt à un disciple d'Anaxagore, Archélaos, cité souvent comme le premier philosophe qui se soit occupé de l'éthique. D'après un passage de Diogène [1], peu clair à la vérité, il avait enseigné que le juste et l'injuste ont leur origine, non dans la nature, mais dans l'habitude. Euripide, toujours soucieux des problèmes moraux, a dû suivre avec attention les polémiques soulevées par ces doctrines nouvelles sorties de l'école de son maître, et il s'en est souvenu dans les passages qui viennent d'être cités. Il est à remarquer que Socrate lui-même passait pour avoir été initié par Archélaos aux recherches éthiques [2]. J'aurai plus loin l'occasion de parler d'un passage des *Suppliantes* [3], où l'analogie entre les idées d'Euripide et d'Archélaos est particulièrement frappante.

La question des rapports d'Euripide avec les principaux sophistes, tels qu'Hippias, Thrasymaque, Protagoras, Prodicus, n'a pas l'importance qu'on a voulu souvent lui attribuer. Placé à la tête du mouvement intellectuel de son temps, Euripide ne resta étranger à aucune des questions qu'agitaient les sophistes; mais il participait en cela plutôt à une tendance générale des esprits cultivés de son époque, qu'il ne subissait telle ou telle influence particulière. On est trop tenté, lorsqu'on rencontre des coïncidences, de voir toujours dans le poète l'imitateur. On est allé, par exemple, jusqu'à placer Euripide sous l'influence d'un esprit de rang aussi secondaire que le sophiste Antiphon.

Je n'irais point cependant jusqu'à refuser toute créance à la tradition ancienne qui fait d'Euripide le disciple de Protagoras et de Prodicus. Des relations devaient naturellement s'établir à Athènes entre les hommes de haute culture, comme elles

[1] II, 16 : ἔλεγε δὲ... τὸ δίκαιον εἶναι καὶ τὸ αἰσχρὸν οὐ φύσει, ἀλλὰ νόμῳ.

[2] Diog. Laert, II, 16, Hippolyte, I, 10, 18, Théophraste, dans Diels, p. 479, 17, et Galien, *ibid.*, p. 599, 7.

[3] Vers 200 ss; cf. Hippolyte, dans Diels, p. 564, 6.

s'établissent encore aujourd'hui dans des centres bien plus importants. Le fragment 189 de l'*Antiope*

> ἐκ παντὸς ἄν τις πράγματος δισσῶν λόγων
> ἀγῶνα θεῖτ' ἄν, εἰ λέγειν εἴη σοφός

semble bien répéter la devise de Protagoras [1] : πρῶτος ἔφη δύο λόγους εἶναι περὶ παντὸς πράγματος ἀντικειμένους ἀλλήλοις.

Il est néanmoins inutile, pour expliquer les étymologies si nombreuses des drames d'Euripide, d'invoquer l' ὀρθοέπεια de Protagoras ou les leçons de Prodicus. Dans ses jeux étymologiques, le poète ne fait que suivre un penchant naturel aux Grecs ; celui-ci est très frappant déjà chez Hésiode, et, après lui, il va encore en s'accentuant. Au cinquième siècle, il est général à Athènes; Eschyle ne se plaît guère moins aux étymologies qu'Euripide. Héraclite et surtout ses disciples font d'elles un abus si extraordinaire, que Platon a ridiculisé leur manie dans le *Cratyle*. Enfin, Anaxagore lui-même, si, comme on l'affirme avec vraisemblance [2], il a le premier interprété dans un sens moral les mythes homériques, n'a pu remplir cette tâche sans recourir fréquemment à des étymologies.

La synonymie était d'introduction plus récente et son usage chez les écrivains trahit l'influence de Prodicus. Bien qu'il connaisse ce procédé, on ne voit pas qu'Euripide en ait fait un emploi constant, à la façon de Thucydide. On ne trouverait guère chez lui d'oppositions de mots synonymes vraiment caractéristiques, telles que celle de πράγματα et de ἔργα dans l'*Hélène* [3].

[1] Diog., IX, 51.

[2] Favorinus, dans Diog. Laert, II, 11. Cette tradition vient de nouveau à l'encontre de l'opinion de M. Zeller, d'après laquelle Anaxagore ne se serait point occupé de l'éthique. D'après tout ce qui précède, celle-ci dut tenir une place importante, au moins dans son enseignement oral. — Un disciple d'Anaxagore, Métrodore, alla plus loin dans la voie de l'interprétation allégorique.

[3] Vers 286.

Il est certain qu'Euripide avait lu Xénophane, et l'antiquité avait déjà signalé des emprunts qu'il lui avait faits. Il imitait des vers du philosophe dans sa longue tirade de l'*Autolycos* contre les athlètes [1]; dans l'*Héraclès*, sa polémique célèbre contre les dieux conçus comme participant aux passions humaines (θεοὶ ἀνθρωποπαθεῖς) est également empruntée au poème du grand monothéiste [2].

Puisqu'Anaxagore avait déjà profité du poème d'Empédocle [3], il y a tout lieu de croire qu'Euripide a connu également les doctrines de ce philosophe. Avec ces deux penseurs, en effet, il explique la naissance comme une combinaison, et la mort comme une séparation des substances. Dans le fragment 316, il semble qu'il nomme d'une façon poétique les quatre éléments qu'Empédocle avait le premier explicitement désignés. Un des points les plus caractéristiques de la philosophie d'Empédocle, était sa doctrine de l'amour, φιλότης, considéré comme la cause de la combinaison des substances. Avec le penchant qu'on lui connaît pour les personnifications mythiques, il appelle aussi cette cause Ἀφροδίτη ou Κύπρις. Le fragment 898 d'Euripide indique la connaissance de cette doctrine. Le poète y célèbre la toute-puissance d'Aphrodite, qui est la source de la vie universelle. C'est Aphrodite qui cause le mélange de l'élément humide du ciel avec la matière terrestre, et qui fait ainsi naître et croître toutes choses [4]. Une pareille allusion philosophique

[1] Fragm. 282; cf. ATHÉNÉE, X, p. 413 c; BERGK, *Lyr.*, 4e édit., 2, p. 112. Ces attaques, mal comprises, ont fait croire qu'Euripide avait d'abord été destiné lui-même au métier d'athlète.

[2] *Héraclès*, 1340-1346; cf. XENOPH., fragm. 7 (MULLACH, I, p. 102) et Ps. PLUTARQUE, dans DIELS, *Doxographi*, p. 580, 15.

[3] ZELLER le démontre, t. II, p. 434 (traduction française). Cf. ARISTOTE, *Métaph.*, I, 3, 984 a, 11 : Ἀναξαγόρας δὲ... τῇ μὲν ἡλικίᾳ πρότερος ὢν τούτου (Ἐμπεδοκλέους), τοῖς δὲ ἔργοις ὕστερος. Anaxagore semble aussi avoir tenu compte des idées de Leucippe.

[4] Cf. PLATON, *Sophiste*, p. 242 e, où le nom d'Aphrodite rappelle également Empédocle.

était d'autant mieux de mise sur la scène que cet exposé de la toute-puissance d'Aphrodite avait une apparence mythologique. L'idée même était assez conforme aux théories des Orphiques relatives à l' Ἔρως. Ceux-ci avaient autrefois inspiré Eschyle [1], lorsqu'il avait attribué à l' Ἔρως un rôle cosmique analogue à celui qu'Euripide donne ici à Aphrodite.

Instruit comme il l'était, Euripide a aussi très bien connu les Orphiques eux-mêmes, et il y a lieu plus d'une fois de douter si c'est à leurs spéculations ou à celles d'un philosophe déterminé que se rapportent ses allusions. Il a célébré la pureté de la vie des Orphiques dans les *Crétois* [2]; dans l'*Hippolyte* [3], au contraire, Thésée, sous l'empire, il est vrai, d'une colère excessive, les représente comme des hypocrites qui font parade d'une piété exagérée pour cacher leurs vices, et il se moque des livres qu'ils révèrent. Le chœur de l'*Alceste* [4] cite encore directement leurs écrits, en célébrant la toute-puissance de la nécessité, Ἀνάγκη : « Contre celle-ci, il n'est point de recours, ni dans les livres d'Orphée, ni dans les remèdes des Asclépiades ».

On peut comparer à ce passage les vers 514-515 de l'*Hélène* : λόγος γάρ ἐστιν οὐκ ἐμός, σοφῶν δ' ἔπος, | δεινῆς Ἀνάγκης οὐδὲν ἰσχύειν πλέον, « ce discours n'est pas de moi, c'est une parole des sages, rien n'est plus fort que la terrible Nécessité ». Une telle pensée, assez populaire en elle-même et fréquente chez les poètes, n'avait guère besoin de s'appuyer sur l'autorité des sages. Puisque Euripide les invoque expressément, on est obligé, en tenant compte du passage parallèle de l'*Alceste*, de songer aux Orphiques qui avaient introduit l'*Ananké* comme une personnification dans leur théogonie. Mais l'*Ananké* était également un des noms [5] que Héraclite donnait à la loi

[1] Fragm. 44.
[2] Fragm. 472.
[3] Vers 952-957.
[4] Vers 967.
[5] Diels, *Doxogr.*, p. 322 a 2 b 2.

suprême du monde qui domine toutes choses. On voit donc que l'allusion pourrait être à plusieurs fins.

Il est également difficile de rattacher à une philosophie déterminée les nombreux passages [1] où Euripide personnifie la *Diké* considérée comme puissance cosmique. Ici encore, il se rencontre avec la spéculation orphique [2], mais celle-ci avait déjà été devancée par la morale des vieux poètes [3]; Héraclite [4] avait proclamé également le principe de la *Diké* universelle, dont rien au monde ne peut enfreindre les arrêts. Enfin, ce rôle de la *Diké* est parfaitement conciliable avec les opinions d'Anaxagore. Nous savons qu'il repoussait l'idée d'un destin aveugle, tel que l'enseignaient les atomistes, et qu'il n'admettait pas l'explication purement physique de la nature. Son système affirmait l'existence d'un esprit ordonnateur du monde, et n'était dès lors pas loin d'impliquer l'idée de la providence dans le sens postérieur de ce mot [5]. Platon l'a bien compris, lorsque, dans le *Cratyle* [6], il explique que le δίκαιον est selon les uns identique à Zeus ou à quelque autre principe, selon Anaxagore identique au *Nous* qui pénètre tout (δίκαιον = διαιόν) : εἶναι δὲ τὸ δίκαιον ὃ λέγει Ἀναξαγόρας νοῦν εἶναι τοῦτο· αὐτοκράτορα γὰρ αὐτὸν ὄντα καὶ οὐδενὶ μεμιγμένον πάντα φησὶν αὐτὸν κοσμεῖν τὰ πράγματα διὰ πάντων ἰόντα.

Le stoïcien Ariston [7] nous apprend qu'Euripide avait étudié la philosophie d'Héraclite. Elle était d'ailleurs enseignée de son temps à Athènes par le sophiste Cratyle. Comme l'a indiqué M. de Wilamowitz [8], le vers 104 de l'*Héraclès* : ἐξίσταται

[1] Par exemple, fragments 151, 255, 506, 835, 979. Euripide offre d'ailleurs des vues très diverses sur le rôle de la Justice divine; cf. F. Duemmler, *Prolegomena zu Platons Staat*, pp. 32-33.

[2] Platon, *Lois*, IV, 716 a, et Abel, *Orphica*, fragm. 33, 126.

[3] Hésiode, *OEuvres et jours*, 248-260; Solon, fragm. 4, v. 14 (Bergk).

[4] Plutarque, *De exil.*, 11, p. 604 a.

[5] Cf. le passage cité p. 52, n 2 : ἴσως ὑπὸ προνοίας.

[6] Pp. 412 c-413 d.

[7] Diog. Laert., II, 22, IX, 11.

[8] *Heraklès*, II, p. 67.

γὰρ πάντ' ἀπ' ἀλλήλων δίχα, rappelle l'ὁδὸς ἄνω κάτω et le principe de l'éternel changement du philosophe d'Éphèse. Le même savant remarque que la sentence d'Héraclite μεταβάλλον ἀναπαύεται (83) est devenue proverbiale sous la forme μεταβολὴ πάντων γλυκύ (*Oreste*, 234).

Αἰών était, chez Héraclite, un des noms du principe du monde. Je trouve un écho de la doctrine du philosophe dans la strophe de l'*Héraclès* qui finit par le vers (671) : Ἀλλ' εἱλισσόμενός τις αἰὼν πλοῦτον μόνον αὔξει. « Le fleuve qui *labitur et labetur in omne volubilis aevum*, emporte sans distinction les bons et les méchants; dans l'instabilité de toutes choses, la puissance de l'or seule reste toujours invariable. » Héraclite avait comparé l'*Aeon* à un enfant qui joue avec des jetons : παῖς παίζων, πεσσεύων, συνδιαφερόμενος [1]. Les positions variées que la loi universelle du changement fait prendre aux choses, étaient ainsi comparées aux déplacements des dés, à ce qu'Euripide appelle les μορφαὶ πολύπλοκοι πεσσῶν [2]. Dans le passage de l'*Héraclès*, Euripide rappelle le rôle de l'*Aeon* dans le monde : il entraîne tout dans son cours incessant, également inexorable pour les bons et pour les méchants; seule, la puissance de l'or paraît échapper à cette loi universelle.

La connaissance de l'ouvrage d'Héraclite ressortait tellement des tragédies d'Euripide, que l'époque postérieure inventa une fable pour expliquer la science du poète : on imagina qu'il avait fait le voyage d'Éphèse, appris par cœur le livre du philosophe déposé dans le temple d'Artémis, et qu'il l'avait ensuite communiqué et expliqué à ses amis [3], entre autres à Socrate.

Je parlerai plus loin de quelques passages d'Euripide où les

[1] Lucien, *Vit. auct.*, 14; Hippolyte, *Refut.*, IX, 9. Bernays (*Rhein. Mus.*, VII, 108 ss) explique très bien qu'Héraclite reprend ici une image déjà homérique (Θ, 361 ss). Cf. Philon, *de aeternit. mundi*, p. 14, 2, édition Cumont (234, 4, Bernays).

[2] *Iph. Aul.*, 196.

[3] Tatien, 3, Diog. Laert., II, 22, IX, 11.

idées d'Héraclite sont combinées avec celles d'autres philosophes. Je ne signale plus ici qu'un seul rapprochement; je puis me tromper, mais mon hypothèse indiquerait bien la façon dont Euripide sait rendre populaires les explications philosophiques. On connaît les idées d'Héraclite sur l'âme : elle est une partie du feu divin; si elle est humide, la raison disparaît; au contraire, plus le feu est pur, plus l'âme est parfaite. De là, son principe fameux et tant de fois cité : l'âme la plus sèche est la plus sage et la meilleure, αὕη ψυχὴ σοφωτάτη καὶ ἀρίστη [1]. Une variante intéressante de cette formule nous est donnée par Philon [2] : οὖ γῆ ξηρή, ψυχὴ σοφωτάτη καὶ ἀρίστη. La preuve qu'il faut bien lire οὖ γῆ, et non αὐγή, est fournie par le texte de Philon [3] : *in terra sicca anima est sapiens ac virtutis amans.*

Euripide explique de même par les conditions climatériques le fait qu'Athènes est le foyer de la sagesse : ἑστία τῆς σοφίας.

Les Athéniens doivent leur intelligence déliée à la pureté et à la subtilité de l'air qu'ils respirent : Ἐρεχθεΐδαι... φερβόμενοι κλεινοτάταν σοφίαν, ἀεὶ διὰ λαμπροτάτου βαίνοντες ἁβρῶς αἰθέρος [4].

Cette explication ne s'offre point d'elle-même, et il n'est pas vraisemblable qu'Euripide l'ait trouvée déjà répandue dans le peuple. En tout cas, elle est devenue populaire après lui, comme le prouve un passage du rhéteur Aristide [5], et l'on pensait qu'un air épais et humide, comme celui de la Béotie, exerçait une influence peu favorable sur l'esprit des habitants. Je n'ai pas besoin de montrer, par des exemples, que ce sont là des théories encore courantes aujourd'hui.

[1] Stobée, *Floril.*, 5, 120. Les versions différentes de cette formule d'Héraclite sont discutées par Zeller, *La Philosophie des Grecs*, II, p. 166 de la traduction française.

[2] Dans Eus., *Praep. ev.*, VIII, 14, 53.

[3] *De provid.*, II, 109.

[4] *Médée*, 824 ss. Cf. fragm. 981. Platon, *Timée*, p 24 c, attribue une influence analogue au climat.

[5] *Panathenaïcus*, p. 100 : Οὐ γάρ ἐστιν ὅστις τῶν περὶ γῆν ἀέρων τοσοῦτον ἀφέστηκε γῆς τῇ φύσει, οὐδ' αἰθέρι μᾶλλον εἴκασται.

Au milieu de tant d'influences diverses [1], on comprend qu'on ne doit point s'attendre à retrouver chez Euripide les doctrines d'Anaxagore dans toute leur pureté. Ces doctrines elles-mêmes, pendant les nombreuses années que le poète a survécu à son maître, ne demeurèrent pas intactes ; reprises par de nouveaux philosophes, et particulièrement par Diogène d'Apollonie, elles subirent des modifications qu'Euripide a connues et dont il a tenu compte.

VIII.

La grande nouveauté philosophique d'Anaxagore réside dans la théorie du *Nous* ou de l'intelligence. Voici, d'après Diogène (II, 6), quel était le début de son livre : Πάντα χρήματα ἦν ὁμοῦ· εἶτα ὁ νοῦς ἐλθὼν αὐτὰ διεκόσμησε. Si l'on fait abstraction de certaines cosmogonies plutôt mystiques que philosophiques, on peut dire qu'il introduisait ainsi le premier dans la science, le dualisme, l'opposition entre l'esprit et la matière [2].

L'ordre du monde est donc à ses yeux l'œuvre d'une intelligence organisatrice. Mais a-t-il conçu cette intelligence comme un être absolument immatériel ? Le passage qui vient d'être cité et quelques autres encore permettent de le supposer. En revanche, il en est plusieurs qui contredisent cette conception. La question n'a peut-être pas l'importance qu'on lui attribue généralement.

Il se peut, comme l'a déjà remarqué M. Zeller, que le concept d'un être purement spirituel n'apparut point encore nettement à la pensée d'Anaxagore ; les inconséquences qu'on lui reproche ne seraient point dues, en ce cas, uniquement à

[1] Je n'ai pas la prétention de les avoir signalées toutes. M. de Wilamowitz a indiqué des concordances avec Démocrite (*Hippolytos*, p. 198), et avec Thrasymaque (*Héraklès*, II, p. 100).

[2] Aristote, *Métaph.*, I, 3, 984, b 15.

son langage philosophique, et il n'aurait pas songé à s'exprimer avec la rigueur que nous exigerions aujourd'hui. Ne concevant pas le *Nous* comme nous avons l'habitude de concevoir un être incorporel, il n'a pas eu l'idée d'en exclure tous les attributs que nous excluons généralement d'un tel être.

Il semble, à certains endroits, se représenter l'esprit comme une substance infiniment plus subtile que toutes les autres, par exemple lorsqu'il dit (fragment 8) : Νοῦς ἐστι γὰρ λεπτότατόν τε πάντων χρημάτων καὶ καθαρώτατον. Il donne encore à l'intelligence d'autres attributs qui ne peuvent convenir à un être purement spirituel ; il la représente comme divisée entre les choses individuelles en quantité plus ou moins grande (fragments 7 et 8).

La même question se pose lorsqu'on veut approfondir l'idée qu'Héraclite se faisait du feu divin : il l'appelait ἀσωματώτατον, voulant désigner ainsi la chose la plus subtile, la moins perceptible aux sens, la plus rapprochée de l'incorporalité absolue, qui était elle-même inconcevable. Nous-mêmes d'ailleurs, le plus souvent, nous ne faisons pas autre chose. Nous considérons l'esprit comme un gaz, une vapeur, et nous l'emprisonnons dans un lieu limité. Cette remarque est importante : elle donne une des raisons qui ont dû conduire à la fois Euripide et le philosophe Diogène d'Apollonie à attribuer simplement à l'éther, le plus subtil des éléments, les qualités du *Nous* d'Anaxagore.

Il ne faut guère s'attendre à retrouver dans les tragédies d'Euripide le concept philosophique du *Nous*, et je m'étonne que, faute de l'y découvrir, on ait nié les rapports du poète avec Anaxagore. Je ne parle pas des motifs de prudence qui défendaient au tragique de citer son maître avec trop de précision. Des raisons d'ordre simplement littéraire lui rendaient impossible de vulgariser sur la scène une abstraction comme le *Nous*. La tragédie n'est pas un traité philosophique, qui peut définir exactement le sens nouveau des termes qu'il emploie. Elle trouve les termes de la langue fixés dans cer-

taines acceptions, et comme elle parle au peuple tout entier, elle ne peut pas se départir trop ouvertement du sens vulgaire. Le mot νοῦς était très usité dans la langue avec des significations diverses ; introduire par surcroît un sens philosophique qui n'était présent à l'esprit que de peu de spectateurs, c'eût été prêter à des confusions et cesser de parler la langue des auditeurs. Dans leurs querelles d'école, certains philosophes ont pu très bien, comme on le rapporte, donner à Anaxagore le surnom de ὁ Νοῦς. Semblablement, Descartes et Gassendi se renvoyaient l'un à l'autre les épithètes d'*anima* et de *caro*. Mais Molière, quoique Gassendiste, s'est gardé de porter sur la scène de semblables entités. Conçoit-on que des modernes s'étonnent que la même réserve ait été imposée à Euripide?

Philosophe par la pensée, Euripide est poète par le langage ; même quand il pense autrement que le vulgaire, il parle autant que possible comme lui, et il garde les expressions anciennes pour faire entendre des choses nouvelles. Les sages le comprennent quand même, et aux yeux de la foule, il a l'avantage de paraître moins philosophe qu'il ne l'est réellement.

Poète populaire, Euripide, pour désigner le principe souverain du monde, se servira de préférence de termes compris de tous. J'ai déjà parlé plus haut de la δίκη et de l'ἀνάγκη. Le terme d'*Ananké*, qui faisait penser quelques personnes à Héraclite ou encore aux atomistes, était familier aux spectateurs par la lecture des poètes et par celle des Orphiques. De même, on ne trouvait rien d'étrange dans une personnification telle que le Temps [1], Χρόνος ou Αἰών, commune à la langue des poètes et à celle d'Héraclite. En revanche, on comprend que les mêmes raisons qui rendaient difficile de se servir du terme de *Nous*, interdisaient au poète d'employer celui de *Logos*, bien qu'Héraclite eût aussi donné ce nom à la sagesse universelle.

[1] *Suppliantes*, 787 ; *Héraclides*, 900.

Le plus souvent, Euripide se sert tout simplement du terme consacré par la religion, la mythologie et la poésie, celui de *Zeus*. Il se conforme ainsi à l'usage, et il laisse aux habiles le soin de donner à ce terme le sens raisonnable et philosophique. Il les y invite même, aussi ouvertement qu'il le peut, en disant : Ζεύς, ὅστις ὁ Ζεύς [1] ; c'est un simple nom, désignant un être que l'on peut concevoir de façons très différentes. La foule peut garder à ce nom son sens traditionnel, mais un disciple d'Héraclite peut aussi entendre par lui le premier principe de son maître.

Celui-ci, en effet, avait aussi appelé Zeus la loi suprême du changement. « La seule sagesse, dit-il, est de connaître la pensée qui gouverne toutes choses à travers tout ; elle veut et ne veut pas qu'on l'appelle Zeus [2]. » C'est-à-dire que le nom importe peu pour le sage qui sait ce qu'il faut entendre par le nom. Un partisan du *Nous* pouvait également reconnaître son principe dans Zeus, et, de fait, il nous est rapporté que les disciples d'Anaxagore aimaient de semblables interprétations [3]. Un passage des *Troyennes* va bientôt nous montrer qu'Euripide lui-même a identifié le *Nous* avec Zeus.

Lorsqu'il s'aventure à déterminer philosophiquement le sens

[1] *Héraclès*, 1263; cf. fragm. 480 : Ζεὺς ὅστις ὁ Ζεύς, οὐ γὰρ οἶδα πλὴν λόγῳ, début de *Ménalippe la sage*. Cf. Lucien, *Jov. trag.*, 41, vol. 2, p. 689. D'après Plutarque (*Amator.*, c. 13, 4, p. 756 c), Euripide changea ce vers à cause des murmures qu'il souleva, en : Ζεύς, ὡς λέλεκται τῆς ἀληθείας ὕπο, répété par Aristophane, *Grenouilles*, 1244. Wilamowitz (*Héraclès*, II, p. 269) conteste l'authenticité de la première version. L'erreur serait née d'une fusion de la seconde version, la seule vraie, avec le vers 1263 de l'*Héraclès*. Mais cela n'explique point le ton au fond ironique de la seconde version.

[2] Clément, *Strom.*, V, 604 a : ἓν τὸ σοφὸν μοῦνον λέγεσθαι ἐθέλει καὶ οὐκ ἐθέλει Ζηνὸς οὔνομα. Diog , IX, 1 : εἶναι γὰρ ἓν τὸ σοφὸν ἐπίστασθαι γνώμην ἥτε οἴη κυβερνήσει πάντα διὰ πάντων. Il me paraît que Gomperz (*zu Herakl. L.*, 1004 ss.) réunit avec raison ces deux passages en un seul fragment.

[3] Syncelle, *Chron.*, p. 149 c : Ἑρμηνεύουσι δὲ οἱ Ἀναξαγόριοι τοὺς μυθώδεις θεούς, νοῦν μὲν τὸν Δία, κτλ.

de Zeus, le poète tragique l'identifie fréquemment avec l'*éther*. Voici, à cet égard, trois passages caractéristiques :

Fragm. 877. Ἀλλ' αἰθὴρ τίκτει σε, κόρα,
Ζεὺς ὃς ἀνθρώποις ὀνομάζεται.

Fragm. 941. Ὁρᾷς τὸν ὑψοῦ τόνδ' ἄπειρον αἰθέρα
καὶ γῆν περίξ ἔχονθ' ὑγραῖς ἐν ἀγκάλαις;
τοῦτον νόμιζε Ζῆνα, τόνδ' ἡγοῦ θεόν. [1]

Fragm. 919. Κορυφὴ δὲ θεῶν ὁ πέριξ χθόν' ἔχων
φαεννὸς αἰθήρ.

On a l'habitude aujourd'hui de tirer grand argument de passages de ce genre pour démontrer qu'Euripide a subi l'influence des doctrines de Diogène d'Apollonie. Ce contemporain du poète, tout en suivant en général les théories d'Anaxagore, était retourné en un certain sens au matérialisme ionien, et avait identifié le *Nous* avec l'air d'Anaximène, ou encore avec l'éther, car la différence de l'air et de l'éther est ici sans importance. Il n'y avait là rien de très neuf ni de bien original; aussi Platon, qui parle si souvent d'Anaxagore, ne nomme jamais Diogène. Euripide, au courant de tant de doctrines, a dû connaître la tentative de Diogène; mais je suis loin de croire que les endroits où il invoque l'éther témoignent nécessairement de cette connaissance. C'est par une autre voie qu'Euripide a été conduit à donner de préférence le nom d'éther au principe suprême.

Il choisit ce nom tout simplement parce qu'il se concilie le mieux avec les idées populaires de son temps. L'analogie du principe spirituel avec l'air se trouve déjà impliquée dans la croyance homérique de la *Psyché* : l'homme meurt lorsqu'il rend le dernier souffle; ce souffle d'essence aérienne est l'âme elle-même qui s'échappe du corps.

Cette conception était également populaire à Athènes. Les τριτοπάτορες qui, comme l'indique leur nom, ne sont que les

[1] Cicéron a traduit ces vers *De nat. deorum*, II, 25, 65. Cf. Ennius dans Ribbeck, *Trag. Rom. fragm.*, p. 58 : *Aspice hoc sublimen candens, quem invocant omnes Jovem.*

âmes des ancêtres, y étaient désignés et invoqués comme des êtres aériens, ἄνεμοι [1]. La doctrine orphique, qui ne fait le plus souvent que donner un sens profond à de vieilles croyances populaires, disait que l'âme entrait dans l'homme avec le vent [2]. Un témoignage de cette croyance tout à fait contemporain d'Euripide nous est fourni par l'inscription des Athéniens morts, dans la première année de la 87e olympiade, sous les murs de Potidée [3] : Αἰθὴρ μὲν ψυχὰς ὑπεδέξατο, σώ[ματα δὲ χθὼν] τῶνδε, « l'éther a reçu leurs âmes, la terre leurs corps ».

Si donc Euripide semble préférer l'éther au *Nous*, ou encore au ξυνὸς λόγος d'Héraclite, ce n'est point pour marquer son adhésion au système d'Anaximène ou de Diogène, c'est tout simplement qu'entre les diverses dénominations philosophiques de l'Être suprême, il veut choisir celle qui est le plus facilement concevable et le mieux en rapport avec les idées populaires. L'éther était d'ailleurs une désignation commode, s'appliquant, par son vague même, à des conceptions différentes. Il est probable qu'Héraclite avait aussi donné ce nom au feu subtil qui était son premier principe [4]. Le terme n'excluait pas même la théorie du νοῦς λεπτότατος καὶ καθαρώτατος : ceci n'est point une pure supposition. A un endroit au moins, Euripide donne formellement le *Nous* comme une des manières possibles de concevoir l'éther ou Zeus. Je cite ce texte qui est extrêmement caractéristique. C'est Hécube qui parle [5].

> Ὦ γῆς ὄγκημα καὶπὶ γῆς ἔχων ἔδραν,
> ὅστις ποτ' εἶ σύ, δυστόπαστος εἰδέναι,
> Ζεύς, εἴτ' ἀνάγκη φύσεος εἴτε νοῦς βροτῶν,
> προσηυξάμην σε· πάντα γὰρ δι' ἀψόφου
> βαίνων κελεύθου κατὰ δίκην τὰ θνήτ' ἄγεις.

Cette prière philosophique est d'un genre tout nouveau, et

[1] Suidas, s. v. τριτοπάτορες.

[2] Lobeck, *Aglaophamus,* 755 ss. Cf. Aristote, *De an.* I, 5, 410, b 27.

[3] Kaibel, *Epigr. gr.*, 21; Cougny, *Anth. Pal.*, t. III, II, 19.

[4] Cf. Zeller, *Philosophie des Grecs,* II, p. 118, n. 3 (traduction française.)

Troyennes, v. 884 ss.

Euripide veut qu'on le remarque. Ce qui le prouve, c'est l'interruption de Ménélas au vers suivant : Τί δ' ἔστιν; εὐχὰς ὡς ἐκαίνισας θεῶν.

Grâce aux fragments cités à la page 69, nous pouvons déterminer ce qu'il faut entendre par le premier vers : Ὦ γῆς ὄχημα κἀπὶ γῆς ἔγων ἔδραν. C'est une périphrase pour ἀήρ ou αἰθήρ ; c'est celui-ci, en effet, qui tient la terre dans ses bras humides (fragm. 941).

M. Diels [1] rapproche ingénieusement un passage d'un traité [2] du pseudo-Hippocrate qui trahit l'influence de Diogène d'Apollonie : ἡ γῆ τούτου (ἀέρος) βάθρον οὗτός τε γῆς ὄχημα. Il est vraisemblable qu'Euripide a eu cette source sous les yeux, mais il avait appris ailleurs cette théorie du rôle de l'air, et Diogène ne faisait que répéter une opinion ancienne. Déjà Anaximène [3] avait dit que la terre était portée par l'air, et Anaxagore l'enseignait d'une façon également formelle : Τὴν δὲ γῆν τῷ σχήματι πλατεῖαν εἶναι καὶ μένειν μετέωρον διὰ τὸ μέγεθος καὶ διὰ τὸ μηδὲν εἶναι κένον· καὶ διὰ τοῦτο τὸν ἀέρα ἰσχυρότατον ὄντα φέρειν ἐποχουμένην τὴν γῆν [4] (*Doxographi*, p. 562, 5), et plus loin encore (p. 563, 7) : τὴν ὀχουμένην γῆν ὑπ' αὐτοῦ (τοῦ ἀέρος). Ainsi, d'après Anaxagore, l'air supporte la terre, et comme rien n'est vide dans l'espace, l'air doit s'étendre également au-dessus de la terre prise comme base.

Les anciens eux-mêmes avaient reconnu la théorie d'Anaxagore dans le passage suivant [5], où Euripide la répétait encore :

> καὶ Γαῖα μῆτερ· Ἑστίαν δέ σ' οἱ σοφοὶ
> βροτῶν καλοῦσιν ἡμένην ἐν αἰθέρι.

[1] Rhein. Mus., 22, p. 14, *Leukippos und Diogenes von Apollonia*.

[2] *De flatibus*, 3.

[3] *Doxographi*, p. 561, 2.

[4] Cf. Platon, *Phaedon*, 99 b : Ὁ δὲ ὥσπερ καρδόπῳ πλατείᾳ βάθρον τὸν ἀέρα ὑπερείδει.

[5] Fragm. 944. *Theol. Arithm.*, p. 7, Ast. (dans Nauck) : Καὶ δὴ Εὐριπίδης ὡς Ἀναξαγόρου γενόμενος μαθητὴς οὕτω τῆς γῆς μέμνηται· Ἑστίαν κτλ. Cette étymologie de ἑστία avait sans doute été adoptée par l'école d'Anaxagore. Je crois qu'elle se trouve également indiquée dans l'hymne homérique XXIX : Ἑστίη... ἕδρην.

Ἑστία, par un jeu de mots étymologique, est rattaché ici à ἕζω et joue le même rôle que ἕδρα dans le premier vers du passage des *Troyennes*.

Je reviens à ce dernier passage. Il présente un exemple complet et très curieux de l'éclectisme particulier à Euripide. Il invoque l'élément éthéré et subtil qui enveloppe la terre, et il semble identifier avec lui Zeus, la puissance qui mène le monde. Mais Éther et Zeus ne sont que des noms qui n'expliquent point à l'esprit l'énigme de la marche de l'univers. Le poète essaye de déterminer de plus près ce qu'est Zeus, et alors il nous apparaît hésitant entre les deux grandes philosophies qu'il avait le plus étudiées.

Est-ce la force de la nécessité qui règne dans la nature physique, selon Héraclite [1] (ἀνάγκη φύσεος)? Est-ce la force de l'intelligence qui est l'attribut de l'homme, selon Anaxagore (νοῦς βροτῶν)? En d'autres termes, est-ce une loi inexorable, ou une substance intelligente? Βροτῶν est ajouté à νοῦς pour correspondre à φύσεος et pour rendre l'expression plus claire. Anaxagore avait dû déterminer le concept du *Nous* d'après l'analogie de l'intelligence humaine.

Ici la théorie du *Nous* est expressément formulée, et si l'on considère combien il était difficile de l'introduire dans une tragédie, ce seul passage est d'une importance capitale [2]. Il est vrai que ce n'est peut-être pas tout à fait le νοῦς χωριστός. Rapproché comme il l'est de l'éther, il n'a pas autant qu'on le

[1] En raison des autres emprunts d'Euripide à Héraclite, il faut penser à celui-ci plutôt qu'aux atomistes. Outre les noms déjà cités, Héraclite donnait encore à sa loi ceux de φύσις (fragm. 10) et de χρεών (fragm. 62); cf. Wilamowitz, *Héraklès*, II, p. 68. Euripide, fragm. 757, considère κατὰ φύσιν et τὰ ἀναγκαῖα comme synonymes. Dans notre passage, Euripide dit que dans l'une et l'autre hypothèse les choses marchent κατὰ δίκην. Nous avons vu plus haut que cette idée était impliquée à la fois dans le système d'Héraclite et dans celui d'Anaxagore.

[2] Les modernes, qui ont tant discuté ces vers, ne rappellent point que le scoliaste en avait déjà donné une explication en général satisfaisante : ὦ γῆς ὄχημα : τὴν γῆν ὀχῶν καὶ ἐπὶ γῆς ὀχούμενος. Λέγει δὲ τὸν ἀέρα... Ὁ διήκων διὰ πάντα νοῦς... Καὶ γὰρ ἔνιοί φασιν, ὁ νοῦς ἡμῶν ὁ θεός· ὁρᾶται δὲ ἐκ τῶν Ἀναξαγορείων λόγων.

voudrait un caractère absolument immatériel. Mais on a déjà vu qu'Anaxagore ne lui avait pas attribué ce caractère avec une conséquence absolue. Lui-même avait prêté à la confusion du principe éthéré et spirituel qui a été faite par ses deux disciples, Euripide et Diogène [1] ; Aristote lui avait reproché de n'avoir pas été assez clair sur ce point.

La même confusion apparaîtra d'une façon plus frappante lorsque nous étudierons les idées anaxagoriques sur l'âme humaine. Le philosophe insistait peu sur le caractère spirituel de son principe, et encore moins sur son caractère personnel. Il n'avait eu recours au *Nous* divin que pour l'œuvre de la création du monde. Tout le reste découlait de ce premier mouvement d'après des lois mécaniques où l'éther jouait le principal rôle. Le *Nous* s'arrêtait, semble-t-il, devant l'univers comme devant une montre remontée pour l'éternité [2].

Lorsque Aristophane [3] fait invoquer par Socrate l'Air et l'Éther comme ses dieux suprêmes, son accusation rentre dans le reproche général d'anaxagorisme dont Platon et Xénophon cherchent tant à disculper leur maître. Euripide, avec la prudence qui lui est ordonnée sur la scène, ne va pas toujours aussi loin que Diogène, et n'identifie point toujours d'une façon absolue et rigoureuse l'intelligence suprême avec l'éther. Témoin ce vers de *Ménalippe la sage* [4] : Ὀμνυμι δ' ἱερὸν αἰθέρ', οἴκησιν Διός. En cela d'ailleurs, il songe moins à rester plus près de la doctrine de son maître qu'à se rapprocher des croyances populaires [5]. Aristophane n'en a pas moins pénétré et incriminé ses intentions dans les *Grenouilles* [6].

Je ne cite qu'avec réserve, parce que leur attribution est aujourd'hui contestée, les beaux vers du *Peirithous* qui sont

[1] Cf. aussi PLATON, *Cratyle*, p. 396 c : (οὐρανός)... ὅθεν δὴ καί φασιν τὸν καθαρὸν νοῦν παραγίγνεσθαι οἱ μετεωρολόγοι.

[2] Cf. PLATON, *Phaedon*, 97 c, ss.

[3] *Nuées*, 264 ss.
Fragm. 487.

[5] *Iliade*, B, 412 : Ζεῦ... αἰθέρι ναίων.

[6] Vers 100 et 311 : αἰθέρα Διὸς δωμάτιον, et *Thesmoph.*, 272 ss. C'est surtout de l'expression οἴκησις qu'Aristophane veut ici se moquer.

un hymne véritable en l'honneur du *Nous* : « l'être qui existe par lui-même, qui, dans le mouvement circulaire de l'éther, a combiné la nature de toutes les choses, autour duquel la sombre nuit bigarrée et la multitude innombrable des étoiles accomplissent en chœur leur révolution éternelle [1] ». Indépendamment de ces vers, il a été possible de citer assez de passages où, sous un nom ou sous un autre, Euripide reconnaît dans le monde un principe ordonnateur et souverain.

Anaxagore admettait dans les êtres vivants la présence de l'intelligence en quantité plus ou moins grande. « Tous les êtres qui ont une âme, les grands et les petits, sont mus par l'intelligence [2]. » Il expliquait par le *nous* la supériorité de l'homme sur les animaux [3]. Cette doctrine de l'intelligence, considérée comme un élément divin de l'être humain, Euripide l'introduit sur la scène lorsqu'il dit [4] : Ὁ νοῦς γὰρ ἡμῶν ἐστιν ἐν ἑκάστῳ θεός. D'après plusieurs témoignages [5], Anaxagore s'était exprimé

[1] Fragm. 593. Clément d'Alexandrie (*Strom.*, V, p. 717) attribue ces vers à Euripide et ajoute : ἐνταῦθα γὰρ τὸν μὲν αὐτοφυῆ τὸν δημιουργὸν νοῦν εἴρηκεν, κτλ. Les mêmes vers sont rapportés à Euripide par les scoliastes d'Euripide, *Oreste*, 982, et d'Apollonius de Rhodes, 4, 143, et par Eustathe, in *Dionys.*, p. 1134. Nauck continue à les donner comme d'Euripide, mais Wilamowitz a rendu très vraisemblable qu'il faut les attribuer à Critias (*Analecta Euripidea*, p. 165). Il en est de même d'un autre fragment (ἀστέρες δ' ἐν οὐρανῷ ποίκιλμα τέκτονος σοφοῦ) qui, sous des formes différentes, était donné comme d'Euripide à la fois par Plutarque (*De placitis philos.*, 1, 6, 7, p. 879 f) et Galien (*Hist. philos.*, c. 8, vol. 19, p. 253). Cf. Diels, *Doxogr.*, p. 59, note 1, et 294 a 19.

[2] Fragm. 7 et 8 : Ὅσα γε ψυχὴν ἔχει, καὶ μείζω καὶ ἐλάττω, πάντων νοῦς κρατεῖ.

[3] Plut., *De fortuna*, 3, p. 98 f. Le passage d'Aétius (*Placita*, V, 20; Diels, 432 a 11) sur la différence entre l'homme et l'animal est malheureusement corrompu.

[4] Fragm. 1018. Voyez, dans Nauck, les citations nombreuses et de sens divers qu'on a faites de ce vers célèbre. Iamblique (*Protr.*, c. 8, p. 138) y avait reconnu l'influence d'Anaxagore. Cf. Sextus, *Math.*, IX, 6 : ... νοῦν, ὅς ἐστι κατ' αὐτὸν (Ἀναξαγόραν) θεός, Stobée, *Ecl.*, I, 56, Themistius, *Orat.*, XXVI, 317; cf. Schaubach, p. 152 ss.

[5] Cf. la note précédente, et la scolie d'Euripide (*Troyennes*, 884) citée à la page 72, n. 2 : Καὶ γὰρ ἔνιοί φασιν, ὁ νοῦς ἡμῶν ὁ θεός· ὁρᾶται δὲ ἐκ τῶν Ἀναξαγορείων λόγων.

dans des termes presque identiques. Diogène d'Apollonie ne faisait également que reproduire, sous une forme plus philosophique, la doctrine du même maître, en affirmant que l'intelligence est en nous une parcelle de la divinité, μικρὸν μόριον τοῦ θεοῦ.

Je reviendrai, lorsqu'il sera question de la mort et de la séparation des substances, sur la façon plus ou moins matérielle dont Euripide concevait cette intelligence. L'essentiel est que, pour lui comme pour Anaxagore, elle était ce qu'il y a au monde de plus subtil : Σοὶ δ' ἔστι μὲν νοῦς λεπτός, fait-il dire à un personnage dont l'intelligence est particulièrement déliée [1].

Je suis porté à croire qu'Euripide avait été très frappé de ce rôle du *nous* compris comme une partie de l'intelligence universelle résidant chez les hommes; il lui avait attribué une importance qu'il ne nous est plus possible de reconnaître suffisamment par ce qui nous reste de ses tragédies. Cette opinion m'est suggérée par l'intervention fréquente du mot *nous* dans les parodies d'Aristophane. Ce railleur impitoyable, à qui nul sous-entendu suspect ne pouvait échapper, prouve bien qu'il y avait de l'affectation et de l'étrangeté dans l'emploi du terme *nous* chez le poète.

Dans les *Acharniens* [2], le *nous* d'Euripide est au dehors, — envolé sans doute dans l'éther subtil, — en train de recueillir des versiculets, tandis que le tragique lui-même se promène à l'intérieur de son palais. Des façons de parler comme celle de Créuse [3] : Οἴκοι δὲ τὸν νοῦν ἔσχον ἐνθάδ' οὖσά περ, expliquent assez de semblables moqueries.

De l'expression proverbiale τὸν ἐμὸν οἰκεῖν οἶκον, dans le sens de « être maître chez soi [4] », Euripide avait tiré la tour-

[1] *Médée*, 529. On a voulu corriger ces termes, comme toujours lorsqu'une expression rend des idées contemporaines et étrangères au drame.

[2] Vers 398.

[3] *Ion*, 251. Il ne faut pas confondre ce langage affecté avec des tournures un peu plus naturelles, comme *Phéniciennes*, 360, 1418, *Chevaliers*, 1121.

[4] *Iphig. Aul.*, 331, *Phéniciennes*, 602.

nure très affectée τὸν ἐμὸν οἰκεῖν νοῦν. Nouvelle parodie d'Aristophane qui prête à un personnage la réplique plaisante : « N'habite pas mon esprit; tu as ta maison [1] ». Il existe beaucoup d'autres passages où Aristophane, toujours avec intention, imagine de faire vivre à part la personne et son *nous* [2]. De même que l'esprit d'Euripide s'en va à la chasse des vers, le *nous* de Philocléon [3] voltige nuitamment autour de la clepsydre.

Nous avons vu que, selon Anaxagore, le *nous* était partagé chez les êtres en quantités diverses. Instruit d'une pareille théorie, un poète qui est misogyne par instants, en viendra aisément à douter que les femmes possèdent l'intelligence. « A quoi sert, dit-il, la beauté chez une femme, si elle n'a pas l'esprit, le *nous* [4]? En revanche, le jour où il s'avisera de faire exposer sur la scène les théories d'Anaxagore par une femme, Ménalippe la philosophe, il devra bien lui attribuer du νοῦς, et même du plus subtil. Aristophane, encore une fois, saisit le caractère suspect d'un pareil langage, et il ne manque pas de le parodier, en faisant émettre à sa fière Lysistrate les mêmes prétentions qu'à la sage Ménalippe [5].

Ἐγὼ γυνὴ μέν εἰμι, νοῦς δ' ἔνεστί μοι·
αὐτὴ δ' ἐμαυτῆς οὐ κακῶς γνώμης ἔχω·
τοὺς δ' ἐκ πατρός τε καὶ γεραιτέρων λόγους
πολλοὺς ἀκούσασ' οὐ μεμούσωμαι κακῶς.

[1] *Grenouilles*, 105. Selon le scoliaste, c'est la parodie d'un vers de l'*Andromaque* : μὴ τὸν ἐμὸν οἴκει νοῦν· ἐγὼ γὰρ ἀρκέσω. Mais ce vers ne se trouve pas dans cette tragédie, et on l'a attribué à l'*Andromède* (Matthiae et Nauck, fragm. 144), ou à l'*Antiope* (Bergk, *Gr. lit.*, 3, p. 542). Le vers 237 de l'*Andromaque* est ainsi conçu : Ὦ νοῦς ὁ σός μοι μὴ ξυνοικοίη, γύναι.

[2] *Chevaliers*, 79, 96, 114, 1119, 1120. Cf. *Acharniens*, 555 (Nauck, fragm. 710 et fragm. 25, vers 4, d'Euripide).

[3] *Guêpes*, 93.

[4] Fragm. 212 de l'*Antiope;* même idée dans le fragm. 548 de l'*OEdipe*.

[5] *Lysistrate*, 1124 ss. (Nauck, fragm. 483). Le scoliaste d'Aristophane signale la parodie.

« Je ne suis qu'une femme, mais il se trouve en moi de l'intelligence; de moi-même, je possède déjà une part non médiocre d'esprit, et les nombreuses leçons d'un père et des vieillards n'ont pas médiocrement développé en moi ces dispositions. »

Anaxagore s'était beaucoup occupé de la faculté de connaître et des perceptions des sens. Théophraste nous a conservé un long résumé de ses opinions sur ce sujet [1]. Contrairement à l'opinion commune, il admettait, avec Héraclite, que la sensation n'était pas produite par le semblable, mais par le contraire : le semblable n'a point d'action sur le semblable, parce qu'il ne produit en lui aucune modification; les choses dissemblables seules ont de l'action l'une sur l'autre. De là son principe : ἅπασαν αἴσθησιν μετὰ λύπης, « toute sensation est accompagnée d'une souffrance ».

Il prouvait sa doctrine par l'examen des différents sens. Il admettait, avec d'autres philosophes, que les sens peuvent nous tromper [2]. Ils sont de simples organes; c'est l'intelligence qui perçoit et qui seule peut nous procurer une connaissance vraie [3]. Une fois émise, cette théorie fut reprise et développée par d'autres philosophes, d'autant plus que l'étude de la connaissance rationnelle était alors l'objet d'un vif intérêt.

Après la mort d'Anaxagore, Diogène d'Apollonie professa à Athènes des doctrines empruntées pour la plupart à celui-ci. Ce fait nous est affirmé par Simplicius (*Phys.*, 25, 1), et la

[1] *De sensibus*, § 27-32 (DIELS, p 507 ss).

[2] DIELS, *Doxographi*, p. 396 b 14. Cf. fragm. 25 (SCHAUBACH), et SEXTUS, *Math.*, VII, 90.

[3] Cf. THÉOPHRASTE, *De sensibus*, 38 (DIELS, p. 510, 9), où il est question de Clidémus. Selon celui-ci, les oreilles ne percevaient pas elles-mêmes les objets, mais transmettaient la sensation au νοῦς : μόνον δὲ τὰς ἀκοὰς αὐτὰς μὲν οὐδὲν κρίνειν, εἰς δὲ τὸν νοῦν διαπέμπειν, οὐχ ὥσπερ Ἀναξαγόρας ἀρχὴν ποιεῖ πάντων τὸν νοῦν. Ce texte implique qu'Anaxagore ayait prêté ce rôle au νοῦς dans toutes les sensations (πάντων). A défaut de ce témoignage, l'ensemble de sa doctrine imposerait encore cette conclusion.

valeur de ce témoignage ne peut plus être récusée depuis que M. Diels a prouvé à l'évidence, dans ses *Doxographi* [1], que Simplicius à cet endroit ne fait que répéter Théophraste. Celui-ci, d'ailleurs, cite Diogène après Anaxagore [2], et l'explication des sensations chez les deux philosophes est conforme, en beaucoup de points [3], avec la différence que Diogène, fidèle à son principe, identifie expressément le νοῦς avec l'air. La philosophie de Diogène était assez populaire à l'époque des *Nuées* pour qu'Aristophane ait pu, dans cette comédie, y faire plusieurs allusions [4]. Mais les questions que l'on discutait alors avaient été mises à l'ordre du jour par le philosophe de Clazomène. L'opinion que la pensée seule nous procure véritablement la connaissance, remontait à lui, et Démocrite, qui partageait ses vues sur ce point, le louait de l'avoir émise [5].

Nous allons rencontrer chez Euripide quelques passages où l'on retrouve les mêmes doctrines sur la connaissance. Je ne veux point affirmer, et je suis même éloigné de croire que le poète en réfère ici directement ou uniquement à Anaxagore. Évidemment, si les théories de celui-ci étaient restées confinées dans son ouvrage, si elles n'avaient été connues que de quelques rares disciples, Euripide n'aurait eu nul motif de les rappeler sur la scène dans des allusions indéchiffrables pour le public. Au contraire, les allusions existantes prouvent que certaines théories, pour une grande part d'origine anaxagorique, étaient examinées et développées à nouveau autour du

[1] Page 477, 5.

[2] *De sensibus*, 39, *H. plant.*, III, 1. 4. Dans la cinquième édition, toute récente, de la *Philosophie der Griechen* (t. I, p. 274 ss.), M. Zeller admet pleinement cette dépendance de Diogène, et il lui enlève beaucoup de l'originalité qu'on avait voulu lui donner dans ces derniers temps.

[3] Comparez Théophraste, *De sensibus*, 39-48 avec 27 ss. (Diels, pp. 507-513). Diogène disait, par exemple (Diels, 512, 27) : Οὐ γὰρ ἐν ἅπασι τοῖς μέρεσιν ὁ νοῦς, οἷον ἐν τοῖς σκέλεσι καὶ τοῖς ποσίν, ἀλλὰ ἐν ὡρισμένοις, δι' ὧν καὶ οἱ ἐν ἡλικίᾳ καὶ μέμνηνται καὶ φρονοῦσιν.

[4] Particulièrement 228 ss.

[5] Sextus, *Math.*, VII, 140.

poète; une partie de la génération nouvelle en était imprégnée ; leur apparition sur la scène indique qu'elles excitaient chez les esprits cultivés un intérêt assez général. Nous avons donc affaire ici à des controverses contemporaines ; mais il importait de rappeler l'influence exercée par Anaxagore sur ce mouvement d'idées et sur ces discussions dont Euripide nous apporte l'écho.

Un premier vers relatif au rôle du νοῦς dans la connaissance, nous est fourni par un fragment [1] qui appartenait probablement à l'*OEdipe* d'Euripide :

Οὐ γὰρ ὀφθαλμὸς τὸ κρίνειν... ἐστὶν ἀλλὰ νοῦς.

« Ce n'est pas à l'œil qu'il appartient de juger, mais à l'intelligence. » Un autre passage est plus caractéristique encore. Il se trouve dans l'*Hélène* qui fut représentée avant 413, date des *Thesmophories* d'Aristophane.

On sait qu'Euripide, après Stésichore, supposait que Pâris n'avait emmené à Troie qu'un vain fantôme, un être aérien formé à la ressemblance d'Hélène par Héra. Teucer et Ménélas, qui ramènent d'Ilion la fausse Hélène, sont jetés, au bout de sept années, sur la côte de l'Égypte, par une tempête. Teucer rencontre la véritable Hélène sur la plage, et celle-ci l'interroge au sujet des événements de la guerre [2].

Hélène. — Avez-vous pris aussi la femme de Sparte?

Teucer. — Ménélas l'a saisie et l'a traînée par la chevelure.

Hélène. — As-tu vu toi-même l'infortunée, ou ne parles-tu que par ouï-dire?

Teucer. — J'en parle pour l'avoir vue de mes yeux, tout comme je te vois.

[1] Fragm. 909, vers 6. Tel est le texte des manuscrits. Le sens est parfaitement clair; on a complété de diverses façons entre lesquelles il est difficile de choisir. La leçon la plus vraisemblable me paraît être : ... τὸ κρῖνον (Sylburg) ἐστὶν ἀλλὰ νοῦς μόνος.

[2] Vers 115 ss.

Hélène. — Prenez garde que vous n'ayez eu qu'une δόκησις (apparence, illusion) envoyée par les dieux.

Teucer. — Parle-moi d'autre chose, et non plus de cette femme.

Hélène. — Ainsi, vous considérez la δόκησις [1] (l'apparence) comme certaine ?

Ici commence l'allusion, et c'est un jeu de mots qui l'introduit : δόκησις, qui plus haut pouvait signifier simplement « une apparence, une illusion », désigne ici le phénomène perçu par les sens.

Teucer répond [2] : Αὐτὸς γὰρ ὄσσοις εἰδόμην, καὶ νοῦς ὁρᾷ, « je l'ai vue moi-même, de mes propres yeux, et c'est l'esprit qui voit ». Ce n'est donc point une simple sensation, une apparence que la réflexion rendrait illusoire.

L'allusion à des discussions étrangères au drame est évidente. Il y a, en même temps, quelque chose de piquant et d'un peu comique à faire invoquer à contretemps par Teucer ses motifs philosophiques de certitude, au moment même où ses sens le trompent doublement : il a reconnu la fausse Hélène, il vient de méconnaître la véritable. Si Anaxagore avait accordé à la partie de l'intelligence qui est dans l'homme une participation à la connaissance, il avait admis que les sens ne nous renseignent qu'imparfaitement sur la vérité des choses. Dans le cas présent, le νοῦς de Teucer, ayant à choisir entre deux sosies tragiques, n'avait point su discerner la vérité à travers les apparences sensibles.

[1] Thucydide aime aussi à distinguer la δόκησις, « l'apparence, ou le jugement fondé sur l'apparence extérieure », de la réalité ou de la vérité, βέβαιος δόκησις : II, 35, 2, III, 43, 1.

[2] Vers 122. Il est intéressant de constater qu'ici encore, faute de comprendre le rapport du texte avec les discussions contemporaines, les éditeurs ont voulu le corriger. Ainsi font Dobree, Reiske, Hermann, Kirchhoff. Nauck va jusqu'à vouloir supprimer les vers 121 et 122. La correction généralement admise : αὐτὸς γὰρ ὄσσοις εἰδόμην καὶ νῦν σ' ὁρῶ, donne un vers plat et enlève au trait tout ce qu'il devait avoir de piquant pour certains spectateurs. La répétition des mêmes discussions plus loin (575 ss), que l'on n'avait point remarquée, achève de protéger contre tout soupçon la leçon des manuscrits.

Cette interprétation est confirmée par un passage parallèle de la même tragédie; ici Hélène regarde à son tour les sens comme le criterium.

Ménélas, stupéfait de rencontrer une seconde Hélène, s'écrie [1] : « Ai-je ma raison, ou mes yeux m'abusent-ils? »

Hélène. — En me voyant, ne juges-tu pas que tu vois ton épouse?

Ménélas. — L'extérieur est semblable, mais la certitude (τὸ σαφές) me manque.

Hélène. — Regarde. Que te faut-il encore [2]? (Quelle certitude plus claire y a-t-il que ma présence?)

Ménélas. — Tu en as l'apparence; je ne saurais le nier.

Hélène. — Qui donc devra t'instruire, si ce n'est tes yeux? Τίς οὖν διδάξει σ' ἄλλος ἢ σά γ' ὄμματα.

Ici encore, la réponse, si elle était exprimée, devrait être νοῦς. Ménélas persiste à refuser d'accepter le criterium d'Hélène, et celle-ci doit essayer de convaincre sa raison, en lui racontant l'histoire de la création du fantôme.

Ces spéculations d'Euripide sur la connaissance n'échap-

[1] Vers 575 ss.

[2] Vers 578. Les manuscrits ont : Σκέψαι· τί σου δεῖ. Τίς ἐστί σου σοφώτερος; vers dont la seconde partie est absolument indéfendable. La faute réside évidemment dans σοφώτερος et la correction est tout indiquée : c'est σαφέστερος qui reprend σαφές du vers précédent. Ce terme rétabli, le sens est clair, bien qu'il y ait diverses façons possibles d'arranger les autres mots. Toutes les corrections que je lis s'éloignent trop du texte transmis. Je propose simplement : Τίς ἐστί μου σαφέστερος; σαφὴς désigne « ce qui se montre aux yeux tel qu'il est ». Il s'applique aussi à des personnes : μάντις σαφής (Sophocle, *OEdipe-Roi*, 390, 1011, *OEd. Col.*, 623), φιλὸς σαφής (Euripide, *Oreste*, 1155), etc. Hélène se considère ici elle-même, par sa présence, comme le τεκμήριον σαφέστατον. Aussi Ménélas, au vers suivant, répond-il à la seconde personne : ἔοικας. La tournure est subtile, comme toute la discussion elle-même. On comprend que des « savants » aient plus tard cru devoir substituer à une expression toute d'actualité et devenue incompréhensible, un σου σοφώτερος qui, par sa banalité même, est partout et nulle part à sa place.

paient point à ses contemporains dont un grand nombre déjà en comprenaient l'intérêt. Elles échappèrent moins encore à l'observation toujours en éveil d'Aristophane ; aussi ne leur épargne-t-il point son persiflage. Les *Thesmophories* sont remplies de parodies de drames d'Euripide, et particulièrement de l'*Hélène*. Le passage intéressant pour nous mérite d'être transcrit ici (vers 1-29).

Mnésiloque. — O Zeus, quand donc l'hirondelle se montrera-t-elle? Cet homme me tuera, à force de me faire courir depuis ce matin. Pourrai-je, avant que ma rate ne crève entièrement, savoir de toi où tu me mènes, Euripide?

Euripide. — Il ne faut pas que tu entendes tout ce que tu verras tout à l'heure de tes yeux.

Mnésiloque. — Comment dis-tu? Répète. Il ne faut pas que j'entende..?

Euripide. — Ce que tu vas voir.

Mnésiloque. — Il ne faut donc pas non plus que je voie..?

Euripide. — Ce qu'il faut que tu entendes.

Mnésiloque. — Quel conseil me donnes-tu? Cependant tu parles à merveille. Tu prétends donc que je ne dois ni entendre ni voir.

Euripide. — Ce sont en effet deux fonctions naturellement distinctes (vers 10).

Mnésiloque. — De ne pas entendre et de ne pas voir?

Euripide. — Sache-le bien.

Mnésiloque. — Comment sont-elles distinctes?

Euripide. — Voici comment cette distinction s'est faite autrefois. Lorsqu'à l'origine l'éther se sépara et engendra les animaux qui se meuvent en lui, pour leur donner la vue, il fit d'abord l'œil rond comme le disque du soleil, puis il creusa les oreilles en forme d'entonnoir.

Mnésiloque. — Et l'entonnoir fait que je n'entends ni ne vois? Par Zeus! Je suis bien aise d'avoir appris cela. La belle chose que l'entretien des sages!

Euripide. — Je pourrais t'en apprendre bien d'autres du même genre.

Mnésiloque. — Que ne puis-je trouver, outre ces belles choses, le moyen de ne plus boiter!

Euripide. — Approche ici et applique bien ton esprit (vers 25).

Mnésiloque. — Me voici.

Euripide. — Vois-tu cette petite porte?

Aristophane fait ici discuter plaisamment Euripide sur la différence des fonctions de la vue et de l'ouïe (vers 10 [1]), sur l'origine du monde (vers 14-15 [2]), sur l'origine des sens (vers 15 ss. [3]), sur l'intervention du νοῦς dans leurs opérations (vers 25).

A force de subtiliser sur ces choses vulgaires, Euripide finit par rendre stupide le pauvre Mnésiloque. Celui-ci dès lors se résigne à accomplir tous les ordres de son gendre, qu'il les comprenne bien ou mal, avec une ponctualité irraisonnée et burlesque. Vers 26 et suivants :

ΕΥΡ. Ὁρᾷς τὸ θύριον τοῦτο. ΜΝΗ. Νὴ τὸν Ἡρακλέα,
οἶμαί γε. ΕΥΡ. Σίγα νυν. ΜΝΗ. Σιωπῶ τὸ θύριον.
ΕΥΡ. Ἄκου'. ΜΝΗ. Ἀκούω καὶ σιωπῶ τὸ θύριον.

Mnésiloque, après l'enseignement qu'il vient de recevoir, ne s'attend plus qu'à des paroles qu'il devra interpréter avec une

[1] Le scoliaste note : ταῦτα τῶν φυσικῶν λόγων.

[2] On verra plus loin que ces vers peuvent se concilier avec la cosmogonie d'Anaxagore; d'après ce philosophe, en effet, du mélange primitif des substances, il s'était d'abord dégagé deux grandes masses, l'une lourde, l'autre subtile. Il donnait à celle-ci le nom d'éther.

[3] Voici le texte grec : ... ὀφθαλμὸν ἀντίμιμον ἡλίου τροχῷ, | ἀκοὴν δὲ χοάνης ὦτα διετετρήνατο. Cf. les textes de Théophraste qui relatent les théories d'Anaxagore sur ces sens (Diels, p. 507 ss.), par exemple : Τὸ δὲ (ἀκούειν) τῷ διικνεῖσθαι τὸν ψόφον ἄχρι τοῦ ἐγκεφάλου. Τὸ γὰρ περιέχον ὀστοῦν εἶναι κοῖλον, εἰς ὃ ἐμπίπτειν τὸν ψόφον (p. 507, 20). Les explications de Diogène étaient analogues : ὅτι δὲ ὁ ἐντὸς ἀὴρ αἰσθάνεται μικρὸν ὢν μόριον τοῦ θεοῦ, σημεῖον εἶναι, διότι πολλάκις πρὸς ἄλλα τὸν νοῦν ἔχοντες οὔθ' ὁρῶμεν οὔτ' ἀκούομεν (p. 511, 12). Le rôle prêté ici au νοῦς est évidemment une reproduction des théories d'Anaxagore. Comparez le πρόσεχε τὸν νοῦν du vers 25 de notre passage d'Aristophane.

grande subtilité. Toutes ses notions sur le rôle des sens sont interverties. Aussi supplée-t-il encore τὸ θύριον avec σίγα, et il répond bonassement : σιωπῶ τὸ θύριον, *taceo ostiolum*. Il commet la même bévue à l'égard d'ἄκουε : *ausculto et taceo ostiolum*, « j'écoute et je tais la porte ». Le plaisant est qu'au début, il a cru sage de corriger sa réponse toute naturelle : « je vois la porte » par une restriction absurde : « je le pense du moins ». Au contraire, il accepte comme toutes simples les suggestions impossibles qu'il s'imagine être indiquées dans les paroles de son gendre. L'enseignement d'Euripide l'a hébété. Je suis sûr qu'il faut absolument supprimer, après les réponses de Mnésiloque, les points d'interrogation que je trouve dans Bergk et dans les autres éditions que j'ai sous les yeux. Si Mnésiloque, tout en se méprenant, s'étonne de sa méprise, le côté burlesque de la situation disparaît entièrement. Pour la même raison, je suis convaincu qu'il faut changer ἀκούσω des manuscrits en ἀκούω [1]. Ἀκούσω est une correction du même « savant » qui, ne comprenant plus *ausculto et taceo ostiolum*, a aussi ajouté les points d'interrogation.

A l'exemple d'Aristophane, Platon [2] se souvient d'Euripide lorsqu'il dit : « Est-ce que la vue et l'ouïe font connaître aux hommes quelque chose de vrai, ou bien faut-il admettre, ce que nous racontent toujours les poètes, que nous n'entendons ni ne voyons aucune chose avec exactitude? »

Je dois rencontrer ici une hypothèse ingénieuse qui a été émise récemment. M. de Wilamowitz-Möllendorff [3] a cru reconnaître chez Euripide des concordances avec certains vers conservés sous le nom d'Épicharme. Il existait en effet dans

[1] Brunck avait indiqué cette correction et on a eu tort de ne point l'admettre. Le scoliaste, qui ne comprenait déjà plus, explique σιωπῶ τὸ θύριον en sous-entendant διὰ, ce qui n'est pas grec.

[2] *Phaedon*, 65 b. Lorenz (*Epicharmos*, p. 256) se trompe, je pense, en voyant ici une allusion particulière à Épicharme. Le pluriel, bien que souvent dans des expressions analogues il désigne une seule personne, montre évidemment qu'ici Platon songe à plusieurs poètes.

[3] *Héraklès*, I, p. 29, note.

l'antiquité un recueil de sentences, γνῶμαι, attribuées à ce poète, et qui aurait été l'œuvre d'un certain Axiopistos [1], d'ailleurs inconnu. Les arguments invoqués pour prouver que ce recueil aurait circulé à Athènes au temps d'Euripide ne me paraissent pas suffisants. M. de Wilamowitz compare, par exemple, au fameux νᾶφε καὶ μέμνασ' ἀπιστεῖν· ἄρθρα ταῦτα τᾶν φρενῶν le vers 1617 de l'*Hélène* : σώφρονος δ' ἀπιστίας οὐκ ἔστιν οὐδὲν χρησιμώτερον βροτοῖς. Mais l'idée exprimée ici par Euripide est si naturelle qu'il est tout à fait inutile de songer à un emprunt. Je ne puis entreprendre la discussion des autres concordances. La seule qui soit ici intéressante est relative au vers d'Épicharme tant de fois cité : Νόος ὁρᾷ καὶ νόος ἀκούει, τἆλλα κωφὰ καὶ τυφλά. M. de Wilamowitz lui compare le vers de l'*Hélène* étudié plus haut :

Αὐτὸς γὰρ ὅσσοις εἰδόμην, καὶ νοῦς ὁρᾷ.

Si l'on admet pour le vers d'Épicharme le sens philosophique que lui prêtent en général les citateurs, l'analogie d'idées est frappante. Mais M. de Wilamowitz pense que ce vers n'appartient point à Épicharme et que le recueil d'où il est tiré était apocryphe. Dès lors, il me paraît que le vers, avec la portée qu'on lui donne, n'a pu être écrit à Athènes que sous l'influence de la philosophie d'Anaxagore. La question de savoir s'il circulait déjà au temps d'Euripide perd ainsi de son importance : le faussaire, loin d'avoir inspiré Euripide, serait lui-même un témoin de la diffusion des idées que le tragique avait contribué à répandre.

Mais est-on absolument autorisé à dénier à Épicharme la paternité de ce vers fameux? Pour ma part, j'hésiterais à l'affirmer avec autant de certitude que M. de Wilamowitz. La seule chose que je nierais, c'est que ce vers ait eu chez Épicharme la portée philosophique que lui ont donnée les temps suivants. Au fond, νόος ὁρᾷ καὶ νόος ἀκούει, τἆλλα κωφὰ καὶ

[1] Athénée, 648 d.

τυφλά pouvait n'être à l'origine qu'une variante de νᾶφε καὶ μέμνασ' ἀπιστεῖν· ἄρθρα ταῦτα τᾶν φρενῶν, un engagement à la circonspection et à la méfiance, une invitation à avoir toujours l'esprit en éveil.

Cette analogie de pensée entre ces deux vers également bien frappés me porte à croire qu'ils ont pu appartenir réellement au grand poète sicilien [1]. Seulement celui-ci, qui connaissait Pythagore et Héraclite, était antérieur à Anaxagore, et il n'a pu prévoir le rôle qu'un nouveau système attribuerait plus tard au *nous* dans l'explication de tous les phénomènes. C'est l'époque postérieure qui, dans une simple maxime de sagesse vulgaire, aura voulu trouver l'expression des théories anaxagoriques; on aura fait ainsi d'Épicharme l'interprète d'idées qui lui étaient, en tant que doctrine, absolument étrangères [2]. Un tel fait n'aurait rien de surprenant : c'est la destinée de presque tous les vers proverbiaux d'être cités dans un sens et avec une portée qu'ils étaient loin d'avoir dans l'esprit de leurs auteurs [3]. Il serait dès lors vraisemblable que cette application nouvelle ait été donnée au vers d'Épicharme du vivant d'Euripide, à l'époque où les doctrines d'Anaxagore étaient le plus en vogue.

En fait, pour les anciens, le sens attaché au νόος ὁρᾷ... rappelait nécessairement à l'esprit la philosophie d'Anaxagore. La première fois que ce vers nous est mentionné, c'est par Aristote, mais sans nom d'auteur, comme je viens de le dire, et dans un chapitre où il n'est guère question que d'Anaxagore et de ses théories [4].

[1] La certitude absolue, d'ailleurs, n'est pas possible. Νᾶφε... κτλ, est cité pour la première fois par Polybe, l'autre vers par Aristote qui n'en indique pas l'auteur.

[2] Comme on faisait d'Épicharme un disciple de Pythagore, on attribua plus tard la théorie du νοῦς à Pythagore lui-même. Porphyr., *De vita Pyth.*, § 46; Jambl., *De vita Pyth.*, c. 32, § 228. Ces témoignages n'ont pas la moindre autorité.

[3] *Sunt lacrymae rerum. Mens sana in corpore sano.* Le style, c'est l'homme.

[4] *Probl.*, XI, 33. Aristote pense probablement aussi à Diogène d'Apollonie, bien qu'il ne soit point cité.

On trouve le même vers cité, également sans nom d'auteur, dans un traité de Plutarque qui porte de nombreuses traces stoïciennes et même anaxagoriques [1] ; l'opinion d'Anaxagore sur le rôle du *nous* dans les opérations des sens y sert à établir la différence entre l'homme et les animaux. Certaines remarques du même philosophe sur la supériorité du génie humain viennent confirmer la thèse postérieure, et plutôt stoïcienne [2], que les animaux ont été créés pour l'homme. En réalité, Anaxagore avait dit simplement que l'homme, grâce à son intelligence et à son industrie, avait su asservir à son usage les animaux les plus vigoureux. C'est la même idée qui est développée par Sophocle dans un chœur fameux de l'*Antigone* (vers 332 ss.).

On a vu que, suivant Anaxagore, la pensée, partant de ce qui est manifeste, arrive à connaître, dans une certaine mesure, ce qui est caché. Outre les passages déjà cités, on trouverait chez Euripide d'autres traces de cette doctrine, par exemple, fragment 811 : τἀφανῆ τεκμηρίοισιν εἰκότως ἁλίσκεται, et 574 : τεκμαιρόμεσθα τοῖς παροῦσι τἀφανῆ.

L'éloge que Démocrite adressait à Anaxagore pour cette théorie est important, car c'est l'indice qu'il en était bien considéré comme le premier auteur. Elle était d'ailleurs courante à l'époque d'Euripide ; les sophistes Protagoras et Prodicus la connaissent également. Mais la sophistique exagéra le scepticisme à l'égard de la certitude des perceptions sensibles. Selon

[1] *De fortuna*, 3, p. 98 c. M. Dümmler (*Akademika*, 211-215) a montré qu'une grande partie de ce traité remontait à l'époque de Théophraste. Nous relevons dans ce chapitre 3 : τὴν ὄψιν καὶ ἀκοὴν καὶ γεῦσιν καὶ ὄσφρησιν, καὶ τὰ λοιπὰ μέρη τοῦ σώματος καὶ τὰς δυνάμεις αὐτῶν ὑπηρεσίαν εὐβουλίας καὶ φρονήσεως, ἡ φύσις ἤνεγκεν ἡμῖν. Καὶ Ἄνους ὁρῇ, κτλ... Et à la fin du même chapitre : Ἐμπειρίᾳ δὲ καὶ μνήμῃ καὶ σοφίᾳ καὶ τέχνῃ, κατ' Ἀναξαγόραν, σφῶν τε αὐτῶν [τῶν θηρίων] χρώμεθα, κτλ.

[2] Cette thèse est stoïcienne, surtout en tant que doctrine philosophique ; car l'idée elle-même s'offre assez naturellement à la réflexion populaire et elle se trouve déjà développée dans les *Mémorables* de Xénophon (IV, 3, 10) qui n'a peut-être pas eu besoin de l'emprunter à Antisthène.

Protagoras, les choses ne sont pour chacun que ce qu'elles lui paraissent. « L'homme est la mesure de toutes choses », et il voit naturellement les objets sous des aspects différents selon l'état où il se trouve. Il n'y a donc point de science valable pour tous.

Il n'est pas admissible qu'Anaxagore ait de même contesté la possibilité de la science, car, semblable aux anciens philosophes, il expose son système avec une conviction entière. Un passage d'Aristote [1] tendrait cependant à faire croire qu'il avait émis sur certains points des idées qui pouvaient être interprétées dans le sens des anciens sophistes. « On cite une sentence où Anaxagore disait à ses disciples que les choses seront pour eux telles qu'ils les supposeront. » Cela veut-il dire que les choses ont réellement la signification qu'il plaît à chacun de leur donner? C'est très invraisemblable, et il vaut mieux expliquer cette maxime comme le fait M. Zeller [2] : « Les choses ont *pour nous* une signification différente selon le point de vue auquel nous les considérons; le cours du monde répond à nos désirs ou y est contraire, selon que nous avons du monde une conception juste ou erronée. »

Je croirais même que la maxime d'Anaxagore pourrait bien avoir une signification plus nettement morale que la traduction de M. Zeller ne le laisse entendre. Le philosophe aurait dit à ses amis : « Si vous n'avez pas d'action sur le monde extérieur, vous restez les maîtres de vos impressions, ou du moins de vos appréciations. Il dépendra de vous de dominer les faits, le destin, par le caractère que vous leur opposerez. » Connaissant les lois fatales de la nature et le pessimisme qu'elles peuvent inspirer, il rappelle à ses disciples qu'ils restent les maîtres de leurs jugements, de leurs impressions intimes, et par conséquent qu'ils seront les arbitres de leur bonheur ou de leur malheur propre. — Il me semble que si

[1] *Métaph.*, III, 5, 1009 b, 25 : Ἀναξαγόρου δὲ καὶ ἀπόφθεγμα μνημονεύεται πρὸς τῶν ἑταίρων τινάς, ὅτι τοιαῦτ' αὐτοῖς ἔσται τὰ ὄντα οἷα ἂν ὑπολάβωσιν.

[2] *La Philosophie des Grecs*, p. 425, note 1 (traduction Boutroux).

notre phrase exprimait simplement une vérité physique, elle nous aurait été transmise avec son verbe au présent, et non avec le futur ἔσται qui lui donne plutôt l'apparence d'une maxime morale, la valeur d'une règle générale de conduite. Même la couleur presque stoïcienne de la pensée ne doit nullement étonner après ce que nous avons déjà dit du caractère et de la vie d'Anaxagore. Ainsi compris, le précepte rapporté par Aristote témoigne à nouveau de cette σεμνότης, de cette fermeté et de cette résignation viriles dont nous avons vu qu'Anaxagore était le type, et que Périclès avait pratiquées après lui. Enfin, l'interprétation de cette maxime confirme une fois de plus l'opinion, déjà émise plus haut, qu'il est nécessaire de reconnaître une haute influence morale à l'enseignement, et surtout à la personne du philosophe de Clazomène. Les grands hommes dont l'action morale est la plus considérable, ne sont point ceux qui écrivent des traités éthiques, ou qui se donnent le rôle de prédicateurs. C'est par la grandeur du caractère et par la dignité de la conduite qu'ils s'imposent à l'admiration et à l'imitation de leur entourage. Consciemment ou non, la personnalité d'Anaxagore a dû exercer une influence éminemment morale. On peut en dire autant de Socrate qui, avant d'être moraliste, était d'abord rationaliste, tout comme Anaxagore était avant tout physicien.

Au surplus, une sentence ainsi détachée est nécessairement obscure et susceptible de plusieurs interprétations. On comprend que les sophistes en aient pu tirer argument en faveur de leurs théories. Euripide a montré une fois au moins jusqu'à quelles conséquences pouvaient conduire les idées de Protagoras. S'il n'y a point de vérité universelle, mais seulement des opinions, ce qui paraît honteux à l'un peut passer pour honorable aux yeux d'un autre. Aussi, lorsque Aiolos reprochait le crime d'inceste à son fils Macareus, celui-ci répondait [1] : « Quelle action honteuse y a-t-il, si leur auteur n'en juge pas ainsi? »

[1] Fragm. 19 (cf. ARISTOPHANE, *Grenouilles*, 1475) : Τί δ' αἰσχρὸν, ἢν μὴ τοῖσι χρωμένοις δοκῇ.

Mais, en général, c'est plutôt la doctrine d'Héraclite qui servait d'appui au scepticisme des sophistes. Déjà ce philosophe avait dit que, pour les dieux, le bien et le mal n'existaient pas [1], et Euripide tire prétexte de là pour se livrer aux attaques les plus violentes contre les dieux : Οὐκέτ' ἀνθρώπους κακοὺς λέγειν δίκαιον, εἰ τὰ τῶν θεῶν καλὰ μιμούμεθα, « il n'est plus juste d'appeler les hommes méchants, s'ils ne font qu'imiter les actes vertueux chez les dieux [2]. »

Le passage d'Aristote cité plus haut n'autorise point à faire d'Anaxagore un précurseur de pareilles doctrines. Ce serait prêter à ses restrictions sur la vérité de la connaissance une portée qu'il n'a point voulu leur donner et qui serait incompatible avec l'esprit de sa doctrine.

En terminant ce chapitre par une courte digression, je voudrais appeler l'attention sur l'importance qu'ont présentée, dans tout le cours de ce travail, les moindres allusions d'Aristophane pour l'intelligence des passages philosophiques d'Euripide. Je suis loin d'avoir épuisé la matière; il y aurait, par exemple, à tenir compte des endroits où, sans pouvoir préciser l'allusion, on devine néanmoins une réminiscence d'Euripide. J'en donne un exemple. Dans les *Nuées*, Aristophane, après une allusion au problème, fort discuté à son époque, de l'origine de la pluie [3], fait émettre à Strepsiade l'affirmation que la mer ne saurait s'accroître, mais qu'elle est toujours la même [4]. L'allure philosophique de cette pensée rappelle néces-

[1] Fragm. 61 : Τῷ θεῷ καλὰ πάντα καὶ δίκαια, ἄνθρωποι δὲ ἃ μὲν ἄδικα ὑπειλήφασιν, ἃ δὲ δίκαια.

[2] *Ion*, 450. Ce rapprochement est une jolie découverte de M. de Wilamowitz (*Heraklès*, II, p. 68). Kirchhoff, van Heerwerden et les autres éditeurs corrigent καλὰ en κακά. C'est encore une fois l'ignorance de l'allusion qui les a trompés.

[3] On disait qu'elle provenait de l'eau attirée dans les airs par le soleil; *Nuées*, 1281. C'était l'explication de Diogène d'Apollonie, *Scol. Apoll. Rh.*, 4, 269, et de Démocrite, *de agricultura*, 2, 4 (Mullach). Anaxagore avait dû les devancer dans cette explication, d'ailleurs facile.

[4] Vers 1292.

sairement l'opinion d'Anaxagore que les choses ne peuvent ni augmenter, ni diminuer [1]. Strepsiade se sert plaisamment de cette doctrine pour dénier à son créancier le droit d'exiger de lui des intérêts : « Si la mer ne grossit point, pourquoi prétendre que l'argent d'une dette augmenterait tous les jours? » Il n'est point croyable qu'Aristophane veuille ici viser directement Anaxagore. Il veut plutôt railler l'habitude, particulière à Euripide, d'établir un parallèle entre les choses de la vie humaine et les phénomènes de l'ordre physique, habitude dont j'ai donné plus haut quelques exemples [2]. La moquerie d'Aristophane se rapporte donc probablement à quelque passage d'Euripide qui est aujourd'hui perdu, et où il avait de nouveau tiré parti d'une doctrine d'Anaxagore pour sa rhétorique de la scène.

IX.

A deux reprises, Euripide avait exprimé son opinion sur la formation du monde et sur l'origine des êtres. Cette opinion fut souvent citée par les anciens, et ainsi nous ont été conservés les deux fragments du *Chrysippe* et de *Ménalippe la Sage* où elle se trouvait. On aimait à y voir les traces de l'enseignement d'Anaxagore.

Dans les anapestes célèbres du *Chrysippe* [3], le poète parlait de « la terre immense et de l'éther de Zeus; l'éther est le père des hommes et des dieux; la terre, fécondée par l'humidité, enfante les mortels, les plantes et les animaux; c'est pourquoi on la considère à bon droit comme la mère de toutes choses. »

[1] Fragment 14 : Τουτέων δὲ οὕτω διακεκριμένων γινώσκειν χρὴ ὅτι πάντα οὐδὲν ἐλάσσω ἐστὶν οὐδὲ πλέω· οὐ γὰρ ἀνυστὸν πάντων πλέω εἶναι, ἀλλὰ πάντα ἴσα αἰεί.

[2] Cf. p. 53.

[3] Fragm. 839. Cf. Pacuvius (dans Ribbeck, *Trag. Rom. fragm.*, p. 87). Vitruve, VIII, *Praef.*, § 1 dit qu'Euripide reproduit ici l'enseignement d'Anaxagore.

Les mêmes idées revenaient dans la *Ménalippe*[1]. La mère de Ménalippe était la fille du centaure Chiron, célèbre par sa sagesse. Euripide lui attribuait la science qu'il avait apprise chez Anaxagore. « Ce récit n'est pas de moi, il vient de ma mère[2]; le ciel et la terre ne formaient qu'un à l'origine; lorsqu'ils furent séparés l'un de l'autre, ils enfantèrent toutes choses et mirent au jour les arbres, les oiseaux, les animaux terrestres et ceux que nourrit la mer, enfin la race des mortels. »

Cette genèse, objectent les modernes, n'est pas celle d'Anaxagore, et ils en donnent pour raison principale qu'Euripide ne parle pas du *nous*, ni de ce qu'Aristote devait appeler plus tard les homéoméries.

J'ai déjà dit qu'Anaxagore, malgré sa théorie du *nous*, avait expliqué la formation du monde par des lois purement physiques. Quant au mélange de toutes les substances primordiales d'où partait sa cosmogonie, on conçoit qu'Euripide, malgré toute son habileté, n'ait pu développer dans une tragédie une théorie aussi étrangère à toutes les conceptions vulgaires.

Le seul terme qui put rappeler la σύμμιξις universelle d'Anaxagore était celui de *chaos*, familier depuis Hésiode. Euripide ne s'est pas fait faute de l'employer ailleurs[3]. Ici, il se

[1] Fragm. 484. Diodore de Sicile (I, 7, 7,) et d'après lui Eusèbe (*Pr. ev.*, I, p. 20 D) disent à propos de ces vers : Εὐριπίδης... μαθητὴς ὢν Ἀναξαγόρου τοῦ φυσίκου κτλ. Cf. le passage d'Aristophane, *Thesmoph.*, 10 ss., étudié p. 83.

[2] Cette formule est devenue célèbre; cf. Platon, *Banquet*, p. 177 a, et beaucoup d'autres allusions anciennes citées par Nauck. Euripide disait aussi, *Hélène*, 513 : λόγος γάρ ἐστιν οὐκ ἐμός, σοφῶν δ' ἔπος. Cf. plus haut, pp. 61, 41.

[3] Fragm. 448 : Οὐρανὸς ὑπὲρ ἡμᾶς καινῶς φοτῶν ἔδος δαιμόνιον | τόδ' ἐν μέσῳ τοῦ οὐρανοῦ τε καὶ χθονός, | οἳ μὲν ὀνομάζουσι χάος. Ce passage est très corrompu, mais le sens général se devine; χάος ici désigne l'air, ce qui montre bien que celui-ci est conçu, à la façon d'Anaxagore (fragm. 1 et 2; Théophraste, *H. plant.*, III, 1, 4), comme un mélange de toutes les substances primordiales. Ceci me paraît très caractéristique. Cf. Aristophane, *Nuées*, 424, 627.

contente de rappeler, dans le premier vers du fragment de la *Ménalippe*, la σύμμιξις ἁπάντων primitive. Il n'avait point à en parler davantage. Son but est d'expliquer, non la formation du monde lui-même, mais celle des êtres animés. Or, ceux-ci, dans le système d'Anaxagore, n'étaient nés qu'après la séparation des substances en deux grandes masses, la première renfermant le chaud, le lumineux, le ténu, la seconde le froid, le sombre et le lourd [1]. Anaxagore avait dû appeler la première masse éther, terme qu'il dérivait, au dire d'Aristote, du verbe αἴθω. Le même Aristote [2] nous dit qu'il nommait le soleil le père, et la terre la mère des plantes. Nous retrouvons la même dénomination appliquée à la terre au vers 7 de notre fragment du *Chrysippe* et dans un autre vers [3] qui appartient probablement à l'*Antiope* :

Αἰθέρα καὶ Γαῖαν πάντων γενέτειραν ἀείδω.

Naturellement, dans le système d'Anaxagore, la terre et l'éther étaient conçus eux-mêmes comme un mélange de toutes les semences possibles.

Anaxagore disait que les plantes et les animaux avaient été produits originairement grâce à la fécondation de la terre par l'éther [4]. Suivant sa doctrine d'ailleurs, rien ne naît et rien ne

[1] Cf. fragm. 1, 2, et 19 : Τὸ μὲν πυκνὸν καὶ διερὸν καὶ ψυχρὸν καὶ ζοφερὸν ἐνθάδε συνεχώρησεν, ἔνθα νῦν ἡ γῆ· τὸ δὲ ἀραιὸν καὶ τὸ θερμὸν καὶ τὸ ξηρὸν ἐξεχώρησεν εἰς τὸ πρόσω τοῦ αἰθέρος. Euripide ne dit pas autre chose.

[2] *De plant.*, c. 2, 817 a, 25.

[3] Fragm. 1023. Cf. fragm. 877, 195.

[4] Hippolyte (Diels, p. 563, 7) : ζῷα δὲ τὴν μὲν ἀρχὴν ἐν ὑγρῷ γενέσθαι, μετὰ ταῦτα δὲ ἐξ ἀλλήλων. Diogène, II, 9 : ζῷα γενέσθαι ἐξ ὑγροῦ καὶ θερμοῦ καὶ γεώδους, ὕστερον δὲ ἐξ ἀλλήλων. Irénée, *Adv. haer.*, II, 14, 2 : *Anaxagoras autem qui et atheus cognominatus est dogmatizavit facta animalia decendentibus e cœlo in terram seminibus*... La même doctrine avait été admise par Anaximandre, Parménide et Empédocle, et elle fut enseignée aussi par Démocrite et Diogène. Le fragment 898 d'Euripide, étudié p. 60, semble combiner les idées d'Empédocle avec celles d'Anaxagore.

périt, à proprement parler. La naissance est due à la combinaison, et la mort à la séparation de substances éternelles et impérissables [1]. Il n'y a donc point de mort, il n'y a que changement de forme.

Euripide répète la théorie de son maître dans la suite du passage du *Chrysippe* que j'ai déjà traduit en partie. La correspondance se retrouve jusque dans le terme de διακρίνεσθαι qui, chez l'un comme chez l'autre, désigne la séparation. « Parmi les éléments des corps, les uns retournent à la terre d'où ils sont issus, les autres, qui ont une origine éthérée, remontent à la voûte céleste. Rien de ce qui existe ne meurt; il n'y a que séparation et changement de forme[2]. »

Ainsi, les principes qui constituent notre être vont de nouveau se réunir aux éléments d'où ils sont tirés, les principes terrestres à la terre, les principes éthérés à l'éther. De là à confondre le principe éthéré avec l'âme, il n'y avait pas loin. On ne peut savoir si Anaxagore avait lui-même fait cette confusion. Des témoignages anciens l'affirment[3], et il me paraît certain qu'il y avait du moins prêté, en n'excluant pas formellement de l'intelligence tous les attributs de la matière. Nous

[1] Cf. fragm. 22 : τὸ δὲ γίνεσθαι καὶ ἀπόλλυσθαι οὐκ ὀρθῶς νομίζουσιν οἱ Ἕλληνες. Οὐδὲν γὰρ χρῆμα γίνεται, οὐδὲ ἀπόλλυται, ἀλλ' ἀπ' ἐόντων χρημάτων συμμίσγεταί τε καὶ διακρίνεται, καὶ οὕτως ἂν ὀρθῶς καλοῖεν τό τε γίνεσθαι συμμίσγεσθαι, καὶ τὸ ἀπόλλυσθαι διακρίνεσθαι, et ARISTOTE, *de gener. et corrupt.*, I, 1, 314 a, 13 : τὸ γίγνεσθαι καὶ ἀπόλλυσθαι ταὐτὸν καθέστηκε τῷ ἀλλοιοῦσθαι. Leucippe et Empédocle avaient la même opinion. Diogène l'emprunte à Anaxagore.

[2] Voyez *Ion*, 1067 (à propos d'une personne qui se suicide) : εἰς ἄλλας βιότου κάτεισι μορφάς, et comparez les termes d'Anaxagore cités dans la note précédente. *Médée*, 1039 : ἐς ἄλλο σχῆμ' ἀποστάντες βίου. *Hippolyte*, 195 : ἄλλος βίοτος.

[3] *Plac.*, IV, 3, 2 (DIELS, p. 387, 16) : Οἱ δ' ἀπ' Ἀναξαγόρου ἀεροειδῆ [τὴν ψυχὴν] ἔλεγον δὲ καὶ σῶμα. Cf. THÉODORET, *Cur. Gr. aff.*, V, 18 : ... Ἀναξαγόρας καὶ Ἀρχέλαος ἀερώδη τῆς ψυχῆς τὴν φύσιν εἰρήκασιν. D'autre part, comme le remarque Aristote, Anaxagore n'avait pas fait de distinction entre l'âme ψυχή et l'intelligence νοῦς (*De anima*, I, 2, 405 a, 13).

avons vu que Diogène rapporta directement à l'éther tout ce qu'Anaxagore avait dit de l'esprit. Archélaos et Euripide font de même. Enfin, chez Aristophane lui-même, nous voyons les oiseaux appuyer sur leur qualité d'êtres éthérés leurs prétentions à l'immortalité [1].

Séparée du corps, l'âme immortelle remonte au principe souverain du monde, le νοῦς, qui se confond lui-même avec l'éther. Cette doctrine était exprimée en termes caractéristiques dans l'*Hélène* (1014) :

Ὁ νοῦς
τῶν κατθανόντων ζῇ μὲν οὔ, γνώμην δ' ἔχει
ἀθάνατον, εἰς ἀθάνατον αἰθέρ' ἐμπέσων.

Ce passage est à rapprocher de celui du *Chrysippe*. Il montre comment Euripide et Anaxagore lui-même entendaient la vie future. Le νοῦς impérissable retourne à l'éther, mais il n'a plus sa personnalité, ζῇ μὲν οὔ, n'est plus un ζῷον individuel. L'individualité spirituelle est aussi transitoire que l'individualité corporelle. Privé de sa personnalité, le νοῦς participe à l'immortalité et à la science universelle qui sont les attributs de son principe. Ce principe lui-même, cette âme du monde dont les parties sont immanentes, en tant qu'âmes, à d'autres êtres, ne peut avoir qu'une personnalité très incertaine. On lui accorde la pensée, d'après l'analogie de l'intelligence humaine. Mais ni le *nous* d'Anaxagore, ni le dieu philosophique d'Euripide ne nous sont montrés comme usant des autres attributs distinctifs de la personnalité. La persistance de la vie individuelle après la mort est une des choses qu'Euripide nie avec le plus de conséquence [2].

[1] *Oiseaux*, 687, 688.

[2] Cf. fragm. 154, 176, 195, 532, 533, 757 v. 5, 971; *Troyennes*, 607, 633, 638 ss.; *Iphig. Aul.*, 1251 ss.; *Suppliantes*, 775, 1040; *Oreste*, 1086. Il fait même exprimer ses doutes dans les *Héraclides* par l'héroïque Macarie (592 ss), à un moment où un pareil langage ne convient guère à la situation.

« Laissez, dit Thésée à Adraste, dans les *Suppliantes* [1], laissez maintenant la terre recouvrir les morts, et chaque chose retourner aux lieux d'où elle est venue dans le corps, l'esprit à l'éther et le corps dans la terre; car nous ne possédons pas notre corps en propre, si ce n'est pour l'habiter pendant la vie, et ensuite la terre qui l'a nourri doit le reprendre [2] ».

L'idée populaire qui impose l'obligation d'ensevelir les morts, avait un tout autre fondement : elle reposait précisément sur la croyance à la vie individuelle après la mort; la sépulture avait pour but religieux d'apaiser l'âme du mort et de se la rendre favorable. Euripide, suivant son habitude, introduit les idées de sa propre philosophie dans une vieille légende dont il méconnaît ainsi volontairement le sens. C'est la loi anaxagorique du retour de chaque élément à son principe qu'il fait invoquer par Thésée devant Adraste. Un Sophocle aurait allégué des raisons toutes différentes.

On trouve également exprimée pour la première fois dans ce passage des *Suppliantes*, une idée qui revient ensuite fréquemment dans toutes les littératures : c'est que nous devons nous considérer sur la terre comme des hôtes ou des locataires, toujours prêts à rendre les biens qui nous sont prêtés. On sait que cette pensée est devenue peu à peu un lieu commun de la philosophie populaire.

Je voudrais qu'à cet âge
On sortît de la vie ainsi que d'un banquet,
Remerciant son hôte, et qu'on fît son paquet.

[1] Vers 531 ss. Ce passage a été, à tort, marqué d'athétèse, comme tant d'autres intéressants pour la philosophie contemporaine.

[2] Même idée encore, fragment 52, dont le sens fondamental est que la terre forme les corps et que la divinité leur donne l'intelligence. — On a rapproché un fragment attribué à Épicharme (Plutarque, *Cons. ad Apoll.*, 110 a) : Συνεκρίθη καὶ διεκρίθη κἀπῆλθεν ὅθεν ἦλθεν πάλιν, | γᾶ μὲν εἰς γᾶν, πνεῦμα δ' ἄνω. Cette γνώμη du pseudo-Épicharme n'a pu être écrit que sous les influences que subissait Euripide, si elle n'a pas été inspirée par Euripide lui-même. L'opinion que l'auteur des γνῶμαι a puisé chez Euripide me paraît infiniment plus vraisemblable que l'hypothèse inverse.

Euripide avait, le premier, exprimé ce précepte : « Qu'est-ce que l'abondance? dit-il dans les *Phéniciennes* [1]. Un nom, et rien de plus. Le nécessaire suffit aux sages ; les humains ne possèdent point en propre leurs richesses ; elles appartiennent aux dieux, et nous n'en sommes que les dépositaires. Quand ils le veulent, ils les reprennent ». Voilà à quelle conception de la vie et de ses biens conduisait naturellement la philosophie d'Anaxagore. Celui-ci, par son désintéressement et son mépris pour les richesses, avait montré le premier qu'il savait tirer ces conséquences de sa doctrine.

Euripide se sert encore de la théorie de l'identité de l'âme avec l'éther pour expliquer le rôle joué par la fausse Hélène ; formée de l'éther par Héra [2], c'est aussi dans l'éther qu'elle s'évanouit, lorsqu'elle s'envole dans le Ciel, son père. J'ai déjà montré [3] que cette conception de la nature de l'âme avait, pour le poète tragique, l'avantage d'être conforme à des idées anciennes et populaires. Chez Euripide, ἀναπτῆναι est même devenu simplement synonyme de « périr », et il semble que la métaphore n'y était presque plus sentie [4].

Anaxagore pensait que les animaux avaient été produits originairement de la même manière que l'homme. Mais celui-ci possédait l'intelligence en plus grande quantité, et il devait, en outre, sa supériorité à l'usage qu'il avait su faire de ses mains [5].

[1] Vers 553 et suivants.

[2] Vers 585. Il y a là un souvenir de quelque explication allégorique du nom d'Héra.

[3] Pages 69, 70.

[4] *Héraklès*, 69 : θανόντ' ἀνέπτατο; *ibid.*, 510. De là aussi, à chaque instant, chez les personnages d'Euripide, le vœu de pouvoir s'envoler dans les airs, et les moqueries d'Aristophane à ce sujet, par exemple *Grenouilles*, 1352.

[5] ARISTOTE, *Part. anim.*, IV, 10, 687 a, 7 : Ἀναξαγόρας μὲν οὖν φησι διὰ τὸ χεῖρας ἔχειν φρονιμώτατον εἶναι τῶν ζῴων ἄνθρωπον. Voici sur le même sujet l'opinion d'Archélaos, un disciple d'Anaxagore, dont Euripide a certainement connu les théories (HIPPOLYTE, dans DIELS, p. 564, 6) : Καὶ διεκρίθησαν ἄνθρωποι ἀπὸ τῶν ἄλλων καὶ ἡγεμόνας καὶ νόμους καὶ τέχνας καὶ πόλεις καὶ τὰ ἄλλα συνέστησαν. Νοῦν δὲ λέγει

Euripide avait de même affirmé la parenté de l'homme avec les animaux [1].

Dans un curieux passage des *Suppliantes* [2], il indique que le don de la raison est la cause principale de la supériorité humaine. Il aime à invoquer l'analogie du règne animal pour établir la légitimité de certaines lois par leur caractère universel. « Une seule loi, dit-il [3], est commune aux hommes, aux dieux et à tous les animaux : l'amour des pères pour leurs enfants. » Dans les *Troyennes* [4], le devoir de la fidélité conjugale est démontré par les exemples de constance qu'offrent les animaux, bien qu'inférieurs à notre nature. Aristophane a raillé ces assimilations, et il en a montré le danger, avec beaucoup de justesse. Dans les *Nuées* [5], Phidippide invoque plaisamment l'exemple des coqs pour se permettre de battre son père.

J'ai déjà insisté sur ce point qu'Euripide tient compte des diverses études du même problème [6], et qu'il ne se laisse jamais entièrement dominer par une seule théorie. Ses idées sur la vie et la mort en sont un nouvel exemple. Nous venons de le

πᾶσιν ἐμφύεσθαι ζῴοις ὁμοίως. Χρῆσθαι γὰρ ἕκαστον καὶ τῶν ζῴων τῷ νῷ τὸ μὲν βραδυτέρως, τὸ δὲ ταχυτέρως.

[1] Porphyr., *De abst.*, 3, 25, p. 222, 2 (Nauck, 1004) : συγγενὲς ἡμῖν τὸ τῶν λοιπῶν ζῴων γένος· καὶ γὰρ τροφαὶ αἱ αὐταὶ πᾶσιν αὐτοῖς καὶ πνεύματα ὡς Εὐριπίδης καὶ φοινίους ἔχει ῥοὰς τὰ ζῷα πάντα καὶ κοινοὺς ἁπάντων δείκνυσι γονεῖς οὐρανὸν καὶ γῆν.

[2] Vers 200 ss. Ce passage offre une grande analogie d'idées avec le texte d'Archélaos cité page 97, note 5. Duemmler (*Akademica*, p. 279) rapproche Platon, *Protagoras*, 322 a, à cause de l'importance attribuée au langage.

[3] Fragm. 346 du *Dictys*, joué en 431.

[4] Vers 671 ss.

[5] Vers 1427.

[6] Dans un brillant article paru en 1857 dans la Revue trimestrielle (15e volume, pp. 138-176), et intitulé « *Euripide révolutionnaire* », M. J. Stecher, le savant professeur de l'université de Liége, a mis parfaitement en lumière les principales tendances nouvelles qui caractérisent le théâtre d'Euripide.

voir adhérer pleinement à la solution d'Anaxagore, qui était aussi celle de la plupart des philosophes contemporains. En une foule d'endroits, il admet la séparation des substances et l'anéantissement de la personnalité, comme une loi cosmologique et fatale.

Mais Euripide n'est pas seulement un Athénien curieux des réponses qu'une science froide peut donner aux grandes questions de l'existence : il est, avant tout, un poète que ces questions tourmentent sans cesse; il a étudié les hommes en psychologue; il a compris leurs passions et leurs souffrances; l'observation de la vie l'a rendu pessimiste; tout n'est que malheur sur cette terre. Aussi, quelquefois, ne parvient-il plus à se résigner à l'explication impitoyable de la vie qu'il avait trouvée chez les philosophes et même dans la mythologie.

Ce sentiment se fait jour dans une tirade de l'*Hippolyte* [1], où le poète parle évidemment en son propre nom et avec intention, car elle ne convient ni à la situation, ni au personnage dramatique :

« Il est peut-être une autre vie plus heureuse, mais l'obscurité l'enveloppe et la cache dans ses ténèbres. Maintenant nous montrons un vain amour pour ce qui brille sur la terre par ignorance d'une autre vie, et parce que ce qui est derrière la tombe ne nous est pas révélé; nous nous laissons égarer par des fables. » Ici, on le voit, Euripide voudrait ne plus considérer la cessation de la vie comme une simple διάλυσις. Notre existence misérable est suivie d'une vie heureuse après la mort.

Lorsqu'on réfléchit anxieusement sur de pareils problèmes, on arrive bientôt à découvrir que la vie elle-même est une énigme non moins impénétrable que la mort. C'est Euripide qui, le premier, a posé l'éternelle question d'Hamlet : « Qui sait si la vie n'est pas une mort, et si ce que nous appelons mourir ne

[1] Vers 190 ss. Même idée dans le fragment 816 du *Phénix*, vers 10 : Τὸ ζῆν γὰρ ἴσμεν, τοῦ θανεῖν δ' ἀπειρίᾳ | πᾶς τις φοβεῖται φῶς λιπεῖν τόδ' ἡλίου.

s'appelle pas vivre dans l'autre monde[1] ? » On a remarqué avec raison qu'Héraclite avait exprimé des idées analogues[2]. Mais il faut se garder de croire qu'Euripide ne fait ici que le répéter. Ses paroles expriment l'angoisse d'une sagesse découragée; comme il arrive lorsqu'on a considéré trop longtemps les mêmes objets, la vue du poète se trouble; la lumière et les ténèbres semblent échanger leur place, et il ne lui reste plus au cœur qu'une immense incertitude. Faust, au terme des études de sa vie entière, aboutit à un doute aussi douloureux, et Héraclite avait déjà dit : Πολυμαθίη νόον οὐ διδάσκει.

Je m'arrête un instant à la parodie d'Aristophane, parce qu'elle me semble avoir donné lieu à une méprise. Dans les *Grenouilles*[3], Dionysos dit plaisamment à Euripide qui est mort et se trouve aux enfers :

> Τίς οἶδεν εἰ τὸ ζῆν μέν ἐστι κατθανεῖν,
> Τὸ πνεῖν δὲ δειπνεῖν, τὸ δὲ καθεύδειν κώδιον;

« Qui sait si la vie n'est pas une mort, le souffle un souper, et le sommeil une toison? » On n'a pas compris le second vers. Πνεῖν, dit Kock dans son commentaire, ne forme pas un contraste juste avec δειπνεῖν, et la raillerie est sans pointe. C'est pourquoi il préfère πονεῖν, et il traduit : « *Wer weiss ob nicht das Leben hier ein Sterben ist, die Arbeit Mahlzeit, und der Schlaf ein Unterbett?* »

J'avoue qu'avec cette substitution de πονεῖν à πνεῖν, je ne parviens plus à goûter le sel de la plaisanterie. La vraie leçon est certainement πνεῖν. Au vers 892 de la même comédie, Euripide, invoquant ses dieux particuliers, s'écrie : Αἰθήρ, ἐμὸν βόσκημα, ... καὶ ξύνεσι... Selon les commentateurs, Aristo-

[1] Fragm. 638 du *Polyidos* et 833 du *Phrixos*. — Le sentiment n'est pas le même dans le *Théétète*, p. 158 b, ss., où Platon raisonne simplement sur la difficulté de démontrer que l'état de veille est différent de l'état de rêve.

[2] Fragm. 64, 66, 67.

[3] Vers 1477. Cf. vers 1082.

phane fait ici allusion à la trop grande subtilité des pensées d'Euripide. Je crois que le comique veut faire entendre ses paroles dans un sens plus littéral. Il connaît la doctrine qui identifie l'éther avec l'intelligence, νοῦς ou ξύνεσις. L'éther est donc bien, au sens propre, la nourriture de l'âme d'Euripide. Aristophane rappelle à cette âme, maintenant aux enfers, que le souffle est son véritable aliment. Je n'insiste pas sur le dernier trait (τὸ δὲ καθεύδειν κώδιον) qui n'est sans doute qu'une énorme bouffonnerie.

La même mélancolie qui amenait Euripide à se poser les questions que nous venons de rapporter, le conduisait à un paradoxe non moins étrange lorsqu'il disait dans le *Cresphonte*[1] : « Nous devrions nous réunir pour pleurer les nouveau-nés et fêter les morts par des réjouissances ». On a prétendu qu'Euripide rappelait ici quelque coutume barbare et qu'il s'inspirait probablement d'Hérodote[2]. Mais rien n'indique que le poète songe à une coutume réelle. L'opinion qu'il exprime est la conséquence de ses vues personnelles sur la vie humaine, telles que nous les avons exposées.

Je me suis arrêté avec quelque complaisance à ces derniers détails. Ils viennent à l'appui d'un point de vue dont j'ai essayé de tenir compte dans toute cette étude. Chez Euripide, l'érudition philosophique apparaît rarement comme étant cultivée pour elle-même; il la recherche surtout pour la lumière qu'elle peut projeter sur les problèmes de l'existence humaine.

Ceux-ci l'intéressent avant toute chose. Les façons diverses de les envisager sont exposées par les personnages tragiques; c'est la mission de l'auteur dramatique. Il est naturel que les opinions du poète apparaissent fréquemment comme étant en rapport avec une conception générale du monde. En pareil cas, celle-ci, nous l'avons vu, présente le plus souvent une

[1] Fragm. 449. Cf. fragm. 908.

[2] Hérodote, V, 4. On aurait pu tout aussi bien songer aux Locriens dont il est dit : παρὰ τοῖς Λόκροις ὀδύρεσθαι οὐκ ἔστιν ἐπὶ τοῖς τελευτήσασιν, ἀλλ' ἐπειδὰν ἐκκομίσωσιν, εὐωχοῦνται (Héracl. Pont., *polit.*, 30. 2.)

conformité frappante avec la théorie d'Anaxagore. La même conformité se montre lorsqu'il arrive au poète d'exprimer pour elles-mêmes des théories cosmogoniques ou des explications scientifiques. Tous ces indices de relations étroites entre le poète et le philosophe acquièrent une valeur irrécusable lorsqu'on tient compte des allusions personnelles que j'ai indiquées au commencement de ce travail.

Il m'eût été facile d'augmenter l'étendue de cet opuscule, en multipliant les rapprochements avec d'autres littératures dramatiques. Quelquefois ces rapprochements auraient suffi à détruire certaines objections que l'on a faites contre ma thèse. On a récusé, par exemple, les réminiscences anaxagoriques que présente *Ménalippe la Sage,* parce que cette pièce n'a peut-être pas été représentée longtemps avant l'année 411. A supposer que cette date soit vraie, l'objection n'est que spécieuse. La plus janséniste des pièces de Racine, *Athalie,* est la plus éloignée par sa date de l'époque où le poète sortit de Port-Royal. Je ne sais qui a fait remarquer aussi que, jusqu'à la fin de sa carrière, Racine a appliqué dans les discours de ses personnages, les procédés de la logique de Nicole.

Si j'ai été sobre de rapprochements, c'est de crainte que l'on ne se méprît sur leur portée. Il eût d'abord fallu montrer la différence de conditions entre le théâtre d'Athènes au cinquième siècle et celui de notre époque; ce serait la matière de tout un livre. Nous n'avons plus de poètes dramatiques, dans notre siècle principalement, qui comprennent leur tâche à la façon des tragiques athéniens. Notre public surtout ne va plus chercher au théâtre le même genre de plaisir et d'instruction que les contemporains d'Euripide. C'est pourquoi, si, par exemple, on vient me dire que tel ou tel grand système philosophique de notre siècle n'a point exercé sur notre théâtre l'influence de l'anaxagorisme sur celui d'Euripide, cette objection ne me touche guère. Chez nous, la science véritable est en quelque sorte devenue ésotérique. Au cinquième siècle d'Athènes, la philosophie, à son premier épanouissement, ne s'était point encore confinée dans les chambres de quelques

savants : elle circulait sur la place publique avec Socrate; elle s'offrait aux jeunes gens avec les sophistes; un Callias dépensait pour elle toute sa fortune; elle se faisait applaudir au théâtre par une élite éclairée. Cette élite, j'en ai la conviction profonde, était, toutes proportions gardées, infiniment mieux instruite, plus curieuse du mouvement philosophique contemporain que le public réputé éclairé de nos théâtres actuels. Le plus souvent, l'intérêt du public moderne pour les études philosophiques est à peu près nul, même chez les rares personnes qui s'en sont quelque peu imprégnées. Que l'on songe au jeune homme d'aujourd'hui qui, après une journée consacrée sans enthousiasme à des études imposées, s'en va chercher un délassement dans un de nos théâtres, et qu'on lui compare un jeune Athénien du cinquième siècle, par exemple cet Hippocrate qui nous est si admirablement dépeint au début du *Protagoras* de Platon. Qu'on relise le portrait de ce jeune ami de Socrate, qui n'a point dormi de toute une nuit à la pensée d'entendre le lendemain les entretiens de Protagoras. Qu'on se représente ce jeune homme, avec quelques-uns de ses amis, en train d'écouter une tragédie nouvelle d'Euripide. On comprendra la place que le poète devait accorder à ces questions philosophiques dont j'ai essayé de faire revivre en partie l'intérêt.

INDEX.

Pages.

ALCIDAMAS 12, 23, 41
ALEXANDRE D'ÉTOLIE 3, 33
ANAXAGORE, *fragm.*, 1, 2 . . . . . 65, 92, 93
— — 7, 8 . . . . . 66, 74
— — 14 91
— — 19 93
— — 22 94
— — 25 77
ANAXIMANDRE 93
ANAXIMÈNE 9, 52, 69, 70, 71
ANTIPHON 58
ANTISTHÈNE 87
ARCHÉLAOS 6, 58, 94, 95, 97, 98
ARISTÉAS 30
ARISTON 62
ARISTOPHANE, *Acharniens*, 398 75
— — 555 76
— *Chevaliers*, 79, 96, 114, 1119, 1120 76
— — 1121 75
— *Nuées*, 47 19
— — 228 78
— — 264 73
— — 424, 627 92
— — 1281, 1292 90
— — 1378 10
— — 1427 98
— *Guêpes*, 93 76
— — 380 11
— — 447 20
— — 1174 19
— *Paix*, 44 24
— — 108 11

Pages.

ARISTOPHANE, *Oiseaux*, 179 (avec scol.). 49
— — 687, 688. 95
— — 988. 11
— *Lysistrata*, 1124 ss. (avec scol.) 76
— *Thesmophories*, 1-29 (avec scol.) 82-84, 92
— — 272. 73
— — 704. 21
— — 855 ss. 42
— — 1130 14
— *Grenouilles*, 100 73
— — 105 76
— — 117 53
— — 311 73
— — 776 10
— — 892 100
— — 1020 21
— — 1082. 100
— — 1244. 68
— — 1328. 47
— — 1352. 97
— — 1413. 10
— — 1475. 89
— — 1477. 100
— *Assemblée des femmes*, 201. 22
ARISTOTE *de anima*, I, 2, 405 a, 13. 94
— — I, 5, 410 b, 27. 70
— *de anim. gener.*, IV, 1, 763 b, 31. 43
— *Eth. Eudem.*, I, 5, 1216 a, 10 32
— — II, 3, 1221 a, 8. 21
— *Eth. Nicom.*, 1179 a, 13. 32
— *de gener. et corr.*, I, 1, 314 a, 13 94
— *Metaphys.*, I, 3, 984 a, 11 60
— — I, 3, 984 b, 15 65
— — III, 5, 1009 b, 25. 88
— *de part. anim.*, IV, 10, 687 a, 7 97
— *de plant.*, 2, 817 a, 25. 93
— *Poétic.*, 15, 1454 a, 29, 31; 25, 1461 b, 21 31
— *Probl.*, XI, 33, 903 86
— *rhetor.*, I, 9, 1367 a, 37 21
— — II, 23, 1398 b, 15. 12
ATHÉNÉE, 164 ss. 42

Pages.

Athénée, 413 c 60
— 648 d 35
Aulu-Gelle, XV, 20, 4, 8 . . . . . 3, 7
Ciceron *de natura deor.*, II, 25, 65 69
— *de orat.*, III, 15 32
— *Tuscul.*, I, 43, 104. 35
— — III, 14, 30. . . . . 3, 38, 39
Clément, *stromat.*, II, 416 32
— — II, 505 44
— — V, 604 68
— — V, 667 49
— — V, 717 74
Clidémus 77
Démocrite 6, 12, 65, 78, 87, 90, 93
Diodore, I, 7 . . . . . 3, 92
— I, 38, 4 42
— XII, 38. 11
Diogène d'Apollonie. 6, 9, 11, 52, 65-78, 83, 86, 90, 93-95
Diogène de Laerte, II, 6. . . . . 35, 65
— II, 7. . . . . 9, 10, 32, 35
— II, 9 . . . . . 49, 93
— II, 10 . . . . . 3, 32, 45
— II, 11 . . . . . 35, 47, 59
— II, 14 12
II, 16 58
— II, 22 . . . . . 62, 63
— II, 45 3
— VIII, 56 . . . . . 23, 41
— IX, 1 68
— IX, 11. . . . . 62, 63
— IX, 51 59
— IX, 55 24
Dion Chrysostome, *Orat.*, 52, 59 . . . . . 26, 27
Diopeithès 11
Elien, *Hist. var.*, VIII, 13 7
— — VIII, 19 12
Empédocle 6, 41, 60, 93, 94
Ennius 25, 69
Epicharme 84-86, 96
Eschyle, *Agamemnon*, 817. 48
— *Euménides*, 660 ss. 43

Pages.

ESCHYLE, *Suppliantes*, 554 43
— *Perses*. 30
— *Prométhée*. 21, 30
— *Sept*, 754 43
— *Fragm.*, 44 61
— — 300. 43
EURIPIDE, *Alceste*, 903 ss. 38
— — 967. 61
— *Andromaque*, 237. 76
— — 637. 44
— *Hécube*, 592 ss.. . . . . 53, 57
— — 807 10
— — 864 ss.. 32
— — 1100-1101 48
— — 1107. 40
— *Hélène*, 1-3 42
— — 115-122 . . . . . 79 ss., 85
— — 286 59
— — 341 47
— — 513 92
— — 514 61
— — 575-580 81
— — 585 97
— — 1014 ss. 95
— — 1490 48
— — 1617. 85
— *Electre*, 367 ss.. 57
— — 726 ss.. 51
— — 736 ss.. 50
— *Héraclides*, 592 ss. 95
— — 900. 67
— *Héraclès*, 69 97
— — 102 53
— — 104 62
— — 134 20
— — 347 22
— — 510 97
— — 667 ss. 49
— — 671 63
— — 674 55
— — 1248. 40

Pages.

EURIPIDE, *Héraclès*, 1263 68
— — 1340 ss. 60
— *Suppliantes*, 200 ss. 58, 98
— — 531 ss. 96
— — 650 47
— — 775 95
— — 787 67
— — 891 19
— — 913 57
— — 992 ss. 49
— — 1040 95
— *Hippolyte*, 93-99 19
— — 190 ss. 99
— — 195 94
— — 377 ss. 39, 57
— — 601 (scolie) 46
— — 616-624 44
— — 951 22
— — 952 ss. 61
— — 1059 45
— *Iphigénie en Aulide*, 6 ss. 48
— — 196. 63
— — 331. 75
— — 558 ss. 57
— — 1251 ss. 95
— *Iphigénie en Tauride*, 386 22
— *Ion*, 82 ss. 49
— — 190-218 10
— — 251. 75
— — 374. 21
— — 450. 90
— — 597 ss 33
— — 600. 22
— — 673 ss. 19
— — 916 21
— — 1067 94
— — 1141 10
— — 1146 ss. 49
— *Cyclope*, 213 48
— *Médée*, 214-224. . . . . 15 ss.
— — 292-305. . . . . 14, 18, 19

Pages.

EURIPIDE, *Médée*, 529 75
— — 573 ss. 44
— — 824 64
— — 1039 94
— — 1088 11
— *Oreste*, 5 ss 46
— — 234. 63
— — 415. 40
— — 552 ss. (avec scol.). 44
— — 982 ss. (avec scol.). 46, 74
— — 1000 ss. 50
— — 1005 48
— — 1086 95
— — 1155 81
— *Troyennes*, 607, 633, 638 ss. 95
— — 671 ss 98
— — 884 ss. (avec scol.). 70-74
— — 972. 22
— *Phéniciennes*, 18 44
— — 360 75
— — 391 19
— — 531 ss. 35
— — 543 ss. 54
— — 553 ss. 97
— — 602, 1418. 75
— *fragm.*, 7 37
— — 19. 89
— — 20 37
— — 25. 76
— — 37. 38
— — 52. 96
— — 54. 37
— — 98 38
— — 114 49
— — 142 37
— — 144 76
— — 151 62
— — 154 95
— — 163, 172 22
— — 175 38
— — 176 95

Pages.

EURIPIDE, *fragm.*, 187 36
— — 188 37
— — 189 39
— — 194 34
— — 195 . . . . . 93, 95
— — 200 22
— — 212 76
— — 220 57
— — 228 42
— — 255 62
— — 257 22
— — 282 60
— — 295 23
— — 300 38
— — 316 60
— — 324, 325 37
— — 330 53
— — 332 . . . . . 27, 38
— — 334 27
— — 346 98
— — 392 38
— — 415 53
— — 448 92
— — 449 101
— — 453 35
— — 454 . . . . . 35, 38
— — 457 20
— — 472 61
— — 480 68
— — 483 76
— — 484 92
— — 487 73
— — 506 62
— — 532, 533 95
— — 548 76
— — 552, 553 22
— — 572 38
— — 574 87
— — 576 34
— — 593 74
— — 594 49

Pages.

EURIPIDE, *fragm.*, 638 100
— — 651 38
— — 710 76
— — 732, 735 22
— — 736 20
— — 755 47
— — 757 . . . . . 72, 95
— — 771 46
— — 779 52
— — 787, 788 34
— — 796, 797 27
— — 811 87
— — 816 99
— — 833 100
— — 835 62
— — 839 . . . . . 91, 93, 94
— — 861 50
— — 877 . . . . . 69, 93
— — 898 . . . . . 60, 93
— — 902 35
— — 908 101
— — 909 . . . . . 20. 79
— — 910 32
— — 913 54
— — 919 69
— — 941 . . . . . 69, 71
— — 944 71
— — 964 39
— — 971 . . . . . 49, 95
— — 979 62
— — 981 64
— — 1004 98
— — 1018 74
— — 1023 93
— — 1047 35
— — 1064 44
— — 1068 57
— — 1070 40
— — 1075, 1076 38
EUSÈBE, *Praep evang.*, VIII, 14, 53 64
— — — X, 14 12

Pages.

GORGIAS 33
HÉRACLIDE PONTIQUE, *Polit.*, 30, 2. 101
HÉRACLITE 14, 15, 59, 61-68, 70, 71, 77, 86, 90, 100
HÉRODOTE II, 20-23 42
— V, 4 101
HÉSIODE 34, 59, 62, 92
HIPPIAS. 58
HIPPOCRATE, *De flatibus*, 3 71
HIPPON 11
HOMÈRE B, 412 73
— O, 361 63
— λ, 582 46
— *hymne* XXIX 71
ISOCRATE, 17, 47. 22
— περὶ ἀντιδόσ., 235 7
JAMBLIQUE, *Vita Pythag.*, 31, 196 39
— — 32, 228 86
— *Protrept.*, 8, 138 74
— — 9, 51. 32
KAIBEL, *Epigrammata graeca*, 21 70
LAMPON 45
LUCIEN, *Hist. ver.*, II, 17 26
— *Jov. trag.*, 41 68
— *Vit. auct.*, 14 63
MÉTRODORE 6, 59
ORPHIQUES 61, 62, 67, 70
PACUVIUS 91
PARMÉNIDE 93
PERICLÈS 7, 11, 12, 23, 27, 33, 36, 38, 45, 89
PINDARE, *Olymp.*, I, 91 (avec scol.); *Isthm.*, VIII, 21; *Pyth.*, II, 40 . . 46, 47
PLATON, *Alcibiade*, I, 118 c 7
— *Apologie*, 23 d. 11
— — 26 d. 6, 45
— *Banquet*, 177 a 92
— *Cratyle*, 396 c. 73
— — 412 c 62
— *Gorgias*, 485 34
— *Hippias Maj.*, 283 a 35
— *Lettres*, II, 311 a. 7
— *Lois*, IV, 716 a 62

Pages.

PLATON, *Phaedon*, 62 b 40
— — 65 b 84
— — 97 c 73
— — 99 b 71
— *Phèdre*, 270 a 7
— *Politique*, 268-269. 50
— — 294 c 21
— *Protagoras*, 322 a. 98
— *République*, 620 c. 34
— *Sophiste*, 242 e. 60
— *Théétète*, 149 e. 43
— — 158 b 100
— — 173 d. 33
— *Timée*, 24 c. 64
PLUTARQUE, *Amator.*, 13, 4, 756 c 68
— *de contrib. ira*, 16, 463 d 37
— — 16, 878 f 74
— *Consol. ad. Apol.*, 33, 118 e 37
— — 110, a 96
— *de exilio*, 11, 604 a 62
— *de fortuna*, 3, 98. . . . . 74, 87
— *Périclès*, 4, 5, 6 7
— — 6, 35. 45
— — 16 . . . . . 7, 35, 36
— — 32 11
PORPHYRE, *De vita Pythag* , 46 86
— *De abst.*, 3, 25 98
POSEIDONIOS. 41
PRODICUS 11, 24, 33, 58, 59, 87
PROTAGORAS. 24, 33, 58, 59, 87-89, 103
PYTHAGORE 40, 41, 86
SCOLIASTE D'APOLLONIUS DE RHODES, I, 498 46
— — IV, 143 74
— — IV, 269 . . . . . 42, 43, 90
SIMPLICIUS, *Phys.*, 25, 1. 77
SOCRATE 6, 15, 21, 26, 29, 33, 39, 55, 57, 58, 73, 89, 103
SOLON 38, 62
SOPHOCLE, *Antigone*, 332 ss. 87
— — 1028. 22
— *OEdipe à Colonne*, 623 81
— *OEdipe-Roi*, 390, 1011 81

Pages.

Sophocle, *OEdipe-Roi*, 1211, 1257 43
— *Trachiniennes*, 130 49
Stésichore 79
Strabon, I, p. 23 50
— XIV, p. 645 3
Suidas. 3, 70
Tatien, 3. 63
Térence, *Phormion*, 241 ss. 39
Thémistius, *Orat.*, II, 30 c. 37
— — XXVI, 317 74
Thémistocle. 6
Théophraste 6, 42, 47, 58, 77, 78, 83, 87, 92
Thrasymaque 58, 65
Thucydide, II, 35, 2 80
— II, 40, 2 19
— III, 42, 2. 22
— III, 43, 1 80
— VI, 39, 2 22
Xénophane 60
Xénophon, *Mémorables*, I, 6, 14. 55
— — IV, 2, 33 26
— — IV, 3, 10 87
— — IV, 5. 32
— — IV, 7, 6. . . . . 6, 45

L'ORGANISATION

DE

LA CITÉ ATHÉNIENNE

ET

LA RÉFORME DE CLISTHÈNES

Se periculosae plenum opus aleae tractare vix quisquam majore jure dixerit quam qui de phratriis atticis exponere animum induxit.

H. SAUPPE.

PAR

Henri FRANCOTTE.

(Présenté à la Classe des lettres le 10 octobre 1892.)

L'ORGANISATION

DE

LA CITÉ ATHÉNIENNE

ET

LA RÉFORME DE CLISTHÈNES

Le sujet que j'aborde a fait l'objet de travaux très nombreux : cette multiplicité d'efforts suffit à montrer l'intérêt et la difficulté de la question.

Deux documents récemment découverts, l'inscription de Décélie [1] et la Politeia des Athéniens d'Aristote, sont venus augmenter les moyens et les chances de résoudre le problème : il y a donc lieu d'en reprendre l'examen.

[1] Le texte que j'ai suivi est celui que Pantazides a donné dans l'*Ephemeris archaiol.*, année 1888. Pour la *Politeia*, j'ai suivi la deuxième édition de Kenyon et l'édition de Kaibel et Wilamowitz. L'inscription de Décélie a paru également dans Lolling, Ἀρχαιολ Δελτίον, 1888, et Tarbell, *Papers of the american school of class. studies*, Ath., 1889. Voir aussi *C. I. A.*, II, 841 *b* (ne contient que le premier décret, 1-58).

J'ai essayé d'établir les résultats de cette étude directement sur les textes anciens. Cependant je n'ai pas omis de confronter mes conclusions avec celles de mes devanciers : j'ai soigneusement indiqué en note les endroits où leurs ouvrages me sont venus en aide. De même, sur les points où ils ont fait la lumière, j'ai cru inutile de revenir à mon tour, et, tout en leur empruntant leurs conclusions et les grandes lignes de leur argumentation, je me suis borné, pour les développements, à renvoyer aux travaux antérieurs.

Pour les autres indications bibliographiques, je m'en suis montré aussi sobre que possible. On trouvera tout ce qu'on peut désirer à cet égard dans divers livres, tels que Philippi, *Beiträge zur einer Geschichte des attischen Bürgerrechts*, Berlin, 1870; Busolt, *Griechische Geschichte*, Gotha, 1885, et *Griechische Staatsalterthümer*, Nördlingen, 1885; Gilbert, *Handbuch der Griechischen Staatsalterthümer*, Leipzig, 1881.

OBSERVATIONS PRÉLIMINAIRES.

Clisthènes est le véritable fondateur de la démocratie athénienne : son nom était peut-être moins connu de la foule que ceux de Dracon ou de Solon ; mais l'importance d'une œuvre ne se mesure pas à la popularité de son auteur, et, plus justes que le peuple, les historiens [1] d'Athènes saluaient dans les réformes de Clisthènes le début d'une ère nouvelle. Et n'eussions-nous pas leurs témoignages, il nous suffirait d'un coup d'œil jeté sur la succession des faits pour reconnaître dans l'époque de Clisthènes l'un de ces « tournants de l'histoire », l'un de ces moments décisifs où un peuple, s'écartant des voies traditionnelles, s'engage dans de nouveaux chemins. Les luttes politiques changent de nature : auparavant, le pouvoir était la proie offerte aux ambitions des familles, et l'aristocratie, sûre de régner, ne s'inquiétait pas d'autre chose que de savoir lequel de ses membres régnerait.

Après Clisthènes, un nouvel acteur entre en scène. Jusque-là, on l'y a bien vu, mais dans les rôles secondaires, et au dénouement, il a disparu : le drame s'achève sans lui et pour le profit d'autres. Mais cette fois, sa redoutable personnalité attire toute l'attention, sa voix puissante retentit au loin. Le peuple est là, debout, agissant, et renverse, les uns après les autres, les derniers privilèges de la classe supérieure. A partir de Clisthènes, la démocratie, qui jusque-là passe inaperçue, qu'il faut chercher si on veut la voir, monte, grandit, absorbe tout. Où s'arrêtera-t-elle? S'arrêtera-t-elle? C'est la question que se pose l'historien.

Certes, cette impulsion ne vient pas de Clisthènes seul ; l'histoire a lentement, dans l'ombre, préparé l'avènement de

[1] Arist., *Ath. Pol.*, c. 22 et 28.

la démocratie. Les contemporains ne l'ont pas vu s'accomplir; nous-mêmes nous sommes placés trop loin pour pouvoir mesurer le mouvement. Tout ce que nous pouvons faire, c'est de signaler dans quelques grands faits de l'époque antérieure à Clisthènes, la préparation, l'annonce des temps nouveaux. C'est ainsi que la réforme de Solon, dont les résultats ne sont pas immédiatement perceptibles, aplanit les voies par lesquelles la démocratie passera. De même la tyrannie des Pisistratides tourne au profit des classes populaires. La situation matérielle du peuple s'améliore et le prestige de l'aristocratie s'affaiblit sous un régime qui cherche son point d'appui dans les couches inférieures de la nation. Les Pisistratides révèlent au peuple sa véritable force, et à l'aristocratie ambitieuse enseignent, par la catastrophe qui termine leur règne, que l'ère du gouvernement personnel est close.

Quand Hippias fut chassé et qu'Isagoras et Clisthènes se trouvèrent en présence l'un de l'autre, il s'agissait de savoir si, pour quelque temps encore, l'aristocratie reprendrait son rôle de guide, de pasteur du peuple, ou si elle reconnaîtrait en lui le maître conscient de ses droits qu'il fallait servir. Tôt ou tard il en eût été ainsi ; mais Clisthènes eut la gloire de précipiter la marche des événements. Il n'attendit pas que la porte fût forcée : il l'ouvrit.

Sa réforme marque la fin du régime aristocratique et inaugure le règne de la démocratie.

Par quels moyens obtint-il ces grands résultats? Par quels artifices fit-il ainsi produire tout d'un coup aux réformes antérieures tous leurs fruits? Où puisa-t-il la force nécessaire pour pousser, d'une main ferme et décidée, la politique athénienne dans la direction qu'elle gardera pendant des siècles ?

Son moyen principal, ce fut la réorganisation de la Cité.

C'est bien ainsi que l'a compris Aristote, aussi bien dans sa Politique que dans la Politeia des Athéniens. Je ne m'arrête, pour le moment, qu'au sens général des passages qu'il consacre à Clisthènes dans ces deux traités.

Pour Aristote, la réforme de Clisthènes, dans ce qu'elle eut

d'essentiel, dans ce qu'elle eut d'efficace au point de vue des progrès de la démocratie, est tout entière dans la création de nouveaux cadres pour la Cité.

Il semblerait qu'une réforme dont nous apercevons si nettement les résultats, devrait nous être connue avec la même netteté dans tous ses détails. Il n'en est rien : nous nous rendons un compte exact des effets; mais nous éprouvons quelque peine à retrouver et à remettre en action les causes qui les ont produits. Il importe cependant, pour la connaissance précise des fondements mêmes de la Cité athénienne, de les rechercher.

L'étude de cette question nous oblige à pénétrer dans la constitution intime de la Cité, pour y découvrir, s'il est possible, les principes de son organisation; elle nous force à remonter jusqu'aux origines de l'État, pour redescendre ensuite jusqu'à la réforme de Clisthènes.

Il y a entre la Cité antique et l'État moderne une différence profonde : la Cité antique, on l'a dit cent fois, n'est pas, comme l'État moderne, une association d'individus. Nos lois autorisent les citoyens à se grouper dans un intérêt moral ou matériel; mais l'État, qui permet à ces associations de vivre, ne les connaît pas elles-mêmes; il ne connaît que les individus et ne traite avec eux que comme s'ils étaient parfaitement indépendants, isolés même les uns des autres.

Tel est le principe fondamental de « l'État moderne ». Après avoir régné d'une façon presque incontestée pendant un demi-siècle, trois quarts de siècle même, il semble qu'il rencontre aujourd'hui quelque défaveur. Les uns réclament le groupement des intérêts, les autres, l'autonomie provinciale ou communale : autant d'adversaires du régime individualiste et autant d'affirmations d'une tendance à ne plus mettre l'État en contact direct et immédiat avec les individus, mais à placer entre eux des corporations, des groupes, des associations, à composer l'État d'un certain nombre de petits États.

La Cité athénienne a toujours possédé dans la grande enceinte de l'État, qui renfermait tous les citoyens, de petites

enceintes où ces mêmes citoyens se retrouvaient groupés. La Cité se composait d'un certain nombre de cadres superposés dans toute une hiérarchie, et le cadre placé au degré le plus bas comprenait les individus.

A la constitution de ces cadres, deux principes ont été appliqués : ce sont le principe gentilice et le principe territorial.

Tâchons de dire d'une façon précise ce que nous entendons par ces deux principes[1]. L'un organise l'État en divisant le sol, l'autre, en groupant les familles : d'un côté le domicile, de l'autre la naissance. Ce n'est pas à dire que le droit de cité puisse jamais dépendre du seul domicile, en ce sens qu'il serait acquis, par exemple, en vertu du domicile. Le droit de cité ne s'acquiert que par la naissance, j'entends la filiation[2] : pour être citoyen, il faut être né de deux Athéniens. Plus rigoureuses que nos lois, les lois athéniennes ne donnent, même aux étrangers nés en Attique, aucune facilité spéciale pour obtenir le droit de cité.

Mais c'est l'*exercice* du droit politique qui est réglé soit par la naissance, soit par le domicile. Où suis-je électeur? Dans la commune où je suis domicilié, si nous suivons le principe territorial, et l'État moderne l'adopte : les circonscriptions militaires, judiciaires, électorales, toutes, dans leur composition, dépendent du principe territorial ou du domicile.

Dans l'État primitif, un autre principe prévaut : la peuplade encore errante ne connaît que le principe gentilice. Elle a pour éléments constitutifs les familles, et longtemps encore après qu'elle s'est fixée sur le sol, qu'elle est devenue « la Cité », on aperçoit en elle, toujours subsistants, les genê, les gentes, c'est-à-dire les familles agrandies. La Cité, à cette période de

[1] Schöll, *Die kleistenischen Phratrien. Sitzungsber. der k. bayer. Akad. der Wissenschaft.*, 1889, vol. II, I : « Geschlechtsangehörigkeit » et « Bodenansässigkeit ».

[2] Ce point est bien mis en lumière par Hug, *Stud. aus dem klass. Alterthum*. Fribourg, I. B., 1886, p. 34.

son histoire, est sous le règne du principe gentilice ou familial.

A Athènes, fait digne de remarque, aussi haut que nous puissions remonter, aucun de ces deux principes ne prévaut pur de tout mélange.

Le premier fait qui se place au début de l'histoire de l'État athénien, antérieurement à la naissance de la Cité, c'est l'établissement du genos sur le sol ; ensuite il s'approprie ce sol, il se crée son domaine possédé collectivement par tous ses membres ; mais si étroite que soit devenue son attache avec le sol, le genos ne le divise pas au point de vue politique. L'exercice du droit politique ne dépend encore en aucune façon du domicile ; il dépend uniquement de la naissance. Plus tard, quand la Cité est constituée, le principe territorial fait une timide apparition : le sol est divisé en naucraries ; mais, comme nous le verrons, les conséquences du principe territorial ne sont pas poussées bien loin, et le principe gentilice règle encore l'exercice du droit politique ; le principe territorial lui demeure subordonné ; ils ont, malgré la différence de leur nature, contracté une alliance où le principe gentilice a tous les avantages.

Les groupes fondés sur la naissance subsistent donc ; par leur association, ils ont constitué la Cité, ils subsistent en elle ; mais l'État va entrer en lutte avec eux. Il va tâcher de réduire à un rôle plus humble le principe gentilice, et d'obtenir une fusion plus complète des éléments qui le composent lui-même.

Le moyen que le législateur emploie n'est pas un moyen radical, comme le serait la suppression de toute association corporative ; mais à un principe gênant, le principe gentilice, il en substitue, comme principe fondamental de l'organisation de la Cité, un autre plus souple, le principe territorial. D'après ce principe, il crée de nouveaux groupements.

Mais encore une fois, le principe territorial, pas plus que le principe gentilice auparavant, n'est appliqué dans toute sa rigueur. Il est obligé de faire une place à son ancien maître.

Dans quelles conditions se concluent ces compromis, sur quelles bases s'opère cet échange de concessions, telle est la grande difficulté du sujet, mais là aussi est la source de l'intérêt spécial qu'il présente.

A ces considérations générales, qui ont pour but de nous donner une rapide orientation, ajoutons-en une dernière : quel que soit le mode adopté de groupement, son efficacité est bien plus rapide et plus complète qu'elle ne le serait dans l'État moderne. Nous connaissons bien l'esprit de clocher, qui naît de l'habitude, l'esprit particulariste engendré soit par des différences de race ou de langue, soit par des divergences d'intérêt; mais nous n'avons pas l'idée de groupes aussi compacts et aussi prompts à se former que ceux dont nous retrouvons les traces dans l'histoire d'Athènes. L'esprit d'association paraît bien plus vivace que chez nous; les relations de parenté, de voisinage lui fournissent de multiples occasions de s'exercer. Ses créations ne sont pas éphémères; l'idée religieuse les consacre. Toute association a pour point central un autel, et le culte qui s'y pratique devient un lien que le temps ne cesse de fortifier. L'idée religieuse assure la perpétuité des associations, et elle se rencontre, pour accomplir cette œuvre, avec le sentiment, avec l'idée de l'hérédité.

Rien à Athènes, pour ainsi dire, ne se crée pour une génération; les hommes ont cette vue, propre à toutes les époques encore primitives, des hommes qui doivent sortir d'eux; ils conçoivent leur descendance comme une unité déjà vivante et pour laquelle ils acquièrent nécessairement en acquérant pour eux-mêmes.

Telle est, résumée en deux mots, l'histoire de toutes les associations qui naissent dans la Cité, qui la constituent : le culte les consacre, l'hérédité les perpétue.

PREMIÈRE PARTIE.

L'ORGANISATION DE LA CITÉ ATHÉNIENNE AVANT CLISTHÈNES.

Comme je l'ai déjà indiqué, pour comprendre la réforme de Clisthènes, il est nécessaire de remonter jusqu'aux origines mêmes de la Cité.

Gilbert a raison de dire que l'étude de l'organisation gentilice à Athènes est pleine de difficultés et d'obscurités : les éléments dont nous disposons pour reconstruire le passé sont trop rares, certains sont trop défigurés pour que l'on puisse, en cette matière, se flatter d'arriver à une pleine certitude. J'ajoute que les anciens se faisaient à cet égard, autant que l'on en peut juger, des idées incomplètes et parfois contradictoires.

Le champ est donc tout large ouvert pour les hypothèses. Il s'agit, pour reprendre un mot de C. Schaefer, de retrouver le dessin d'une mosaïque dont nous ne possédons que quelques minces débris [1] : aussi les projets de restitution abondent-ils, les uns tracés de main de maître et très séduisants, les autres trahissant l'inexpérience de ceux qui les ont imaginés ; chacun contient sa part d'erreur, de probabilité, de vraisemblance. Les exposer tous serait fastidieux, plus fastidieux encore d'en grossir le nombre.

La seule tâche qui puisse offrir quelque utilité me paraît être de décrire exactement les quelques vestiges qui subsistent de l'organisation primitive, de les débarrasser de la poussière et des souillures qui les défigurent, pour les montrer tels qu'ils sont. Pour cela, il faut nous tenir de près aux témoignages des anciens, et, par une analyse attentive, leur faire dire

[1] *Altes und neues über die att. Phratrien.* Naumbourg, 1888.

tout ce qu'ils ont à dire, sans craindre les contradictions ni les difficultés qui surgiront; bien loin de là, il faut s'efforcer de les mettre en pleine lumière. Ainsi s'établira le double compte de ce que nous savons et de ce que nous ne savons pas.

Quelque grandes que soient les lacunes de nos connaissances, nous pourrons cependant, j'en ai l'espoir, établir quelques points essentiels, suffisants pour nous donner une idée juste de la Cité primitive et des changements qu'y apporta Clisthènes.

I. — *Les géorgoi-démiurges et les eupatrides.*

Le premier coup d'œil que nous jetons sur la situation primitive d'Athènes nous révèle l'existence de deux classes bien tranchées : ce sont, d'une part, les géorgoi [1] et les démiurges, d'autre part, les eupatrides, rappelant l'opposition qui éclate à Rome, dès le début, entre les patriciens et les plébéiens.

A Athènes, il est vrai, la classe inférieure se scindait en deux groupes, les géorgoi et les démiurges. Je reviendrai sur ce point et je tâcherai de montrer quelle était au juste la valeur de cette distinction; mais, pour le moment, je ne relève que la distinction essentielle entre les nobles et les non-nobles. Si je les oppose les uns aux autres, je constate, d'une part, le droit politique complet, d'autre part, un droit restreint. Les eupatrides sont seuls citoyens dans toute l'étendue du mot; les non-nobles sont plutôt à côté de la Cité que dans la Cité; une double barrière politique et religieuse leur en ferme les portes. Les eupatrides ont fondé l'État, et ils en gardent la direction et comme la propriété; il est leur chose. Mais leur prédominance n'est pas seulement établie sur l'ancienneté de leur droit, fortifiée par une sorte de prescription : la Cité antique, comme l'a si bien montré Fustel de Coulanges,

[1] Γεωργοί, d'après Aristote, fr. cité infra., p. 9. — Γεωμόροι, PLUT., *Thés.*, p. 25. — ἄγροικοι, *Ath. Pol.*, chap. 13; éd. KENYON, p. 34, note.

repose sur l'idée religieuse; les nobles sont les ministres du culte; ils ont la science des choses religieuses [1]; ils sont les favoris des dieux qui, d'eux seuls, acceptent les sacrifices faits au nom de l'État. Il n'y a pas seulement, entre les eupatrides et les non-eupatrides, une infériorité politique, il y a une infériorité religieuse qui frappe ces derniers et que, pendant tout un temps, ils reconnaissent. De là la lenteur et les difficultés de leur émancipation.

Par là même qu'à l'origine les eupatrides sont l'État, ils possèdent seuls une organisation régulière : l'État, c'est-à-dire les eupatrides, se divise en tribus, phratries, genê. Pour être pleinement citoyen, il faut être dans ces cadres à la fois politiques et religieux. Les non-nobles forment une masse non organisée : c'est la foule, la multitude (πλῆθος — *plebs*), et elle ne peut acquérir de droits que dans la mesure où elle obtient accès dans ces cadres. Ces idées générales vont se préciser dans ce qui suit.

II. — *Bases sur lesquelles les eupatrides sont organisés : tribus, phratries, genê des eupatrides.*

Parmi toutes les questions relatives à la Cité athénienne des temps primitifs, celle-ci n'est pas la moins obscure; ce que nous connaissons de plus solide et de plus sérieux, à son sujet, provient de la Politeia des Athéniens par Aristote dans les premiers chapitres (que ne contient pas le papyrus de Londres). L'essentiel est donc d'étudier son texte, afin de ressaisir l'expression exacte de son opinion. Malheureusement le texte [2] ne nous est pas transmis d'une façon absolument sûre pour tous les détails.

[1] Plut., *Thes.*, p. 25. — Autres témoignages : Busolt, *G. G.*, p. 399, n. 2.

[2] Nous le trouvons dans *Schol. Plat. Axioch.*, 465 (Muller, F. H. G., 2, 106; Rose, *Aristot. pseudepigr.*, 408, 5; Moiris, γεννῆται) sous la forme suivante : Ἀριστοτέλης φησὶ, τοῦ ὅλου πλήθους διηρημένου Ἀθήνησιν, (la plupart des auteurs proposent d'intercaler ici εἵς τε τοὺς

Tâchons de le compléter et de l'éclairer par les renseignements que nous fournit le papyrus de Londres, et cherchons à nous former une vue d'ensemble sur la façon dont Aristote concevait la formation de la cité et l'établissement de ses subdivisions.

Nous recueillons dans le papyrus de Londres les indications suivantes :

Ce fut Ion qui créa les quatre tribus; « alors les Athéniens furent répartis dans les quatre tribus et ils établirent les phylobasileis; ce fut πρώτη ..... ἡ κατάστασις τῶν ἐξ ἀρχῆς. Le deuxième changement et la première Politeia fut celle de Thésée, qui s'écarta un peu de la pure monarchie ».

C'est tout ce que le papyrus de Londres dit de Thésée et d'Ion : il n'y est pas question du législateur qui aurait institué les classes, les phratries, les genê.

Ce législateur n'aurait-il pas été nommé dans les chapitres perdus du commencement et ne serait-il pas Thésée? Je ne le pense pas.

εὐπατρίδας) εἵς τε τοὺς γεωργοὺς καὶ δημιουργοὺς, φυλὰς αὐτῶν εἶναι τέσσαρας, τῶν δὲ φυλῶν ἑκάστης μοίρας εἶναι τρεῖς, ἃς τε τριττύας τε καλοῦσι καὶ φρατρίας, ἑκάστης δὲ τούτων τριάκοντα εἶναι γένη, τὸ δὲ γένος ἐκ τριάκοντα ἕκαστον ἀνδρῶν συνεστάναι, τούτους δὲ τοὺς εἰς τὰ γένη τεταγμένους γεννήτας καλοῦσιν.

Lex. Demosth., Patm., p. 152, éd. Sakkelion (Kenyon, *Ath. Pol.* p. 173), donne une version un peu différente : γεννῆται πάλαι τὸ τῶν Ἀθηναίων πλῆθος, πρὶν ἢ Κλεισθένη διοικήσασθαι τὰ περὶ τὰς φυλάς, διηρεῖτο εἰς γεωργοὺς καὶ δημιουργούς. καὶ φυλαὶ τούτων ἦσαν δ', τῶν δὲ φυλῶν ἑκάστη μοίρας εἶχε γ' ἃς φρατρίας καὶ τριττύας ἐκάλουν. τούτων δ'ἑκάστη συνειστήκει ἐκ τριάκοντα γενῶν καὶ γένος ἕκαστον ἄνδρας εἶχε τριάκοντα τοὺς εἰς τὰ γένη τετάγμενους, οἵτινες γεννῆται ἐκαλοῦντο, ὧν αἱ ἱερωσύναι ἑκάστοις προσήκουσαι ἐκληροῦντο, οἷον Εὐμολπίδαι, καὶ Κήρυκες καί Ἐτεοβουτάδαι, ὡς ἱστορεῖ ἐν τῇ Ἀθηναίων πολιτείᾳ Ἀριστοτέλης λέγων οὕτως. φυλὰς δὲ αὐτῶν συννενεμῆσθαι δ'ἀπομιμησαμένων τὰς ἐν τοῖς ἐνιαυτοῖς ὥρας. ἕκαστην δὲ διηρῆσθαι εἰς τρία μέρη τῶν φυλῶν, ὅπως γένηται τὰ πάντα δώδεκα μέρη, καθάπερ οἱ μῆνες εἰς τὸν ἐνιαυτόν, καλεῖσθαι δὲ αὐτὰ τριττῦς καὶ φρατρίας, εἰς δὲ τὴν φρατρίαν τριάκοντα γένη διακεκοσμῆσθαι καθάπερ αἱ ἡμέραι εἰς τὸν μῆνα, τὸ δὲ γένος εἶναι τριάκοντα ἀνδρῶν.

Les anciens nous ont gardé le fragment du début de la Politeia, qui vient d'être cité en note. Où ce fragment était-il placé? Il venait, je pense, après la réforme de Thésée et sans qu'Aristote eût l'intention d'attribuer à ce monarque les institutions dont il était question dans ce passage.

Il me semble qu'Aristote devait suivre dans l'ensemble la même tradition que Thucydide (I, 3; II, 15) : autochtonie des Athéniens, arrivée d'émigrés d'autres parties de la Grèce, l'Attique encore occupée par des dèmes indépendants, ayant chacun leur sénat et leur chef; Thésée « réunit tous les citoyens dans la ville actuelle, où il institue un seul conseil et un seul prytanée ». Aristote suivait-il cette tradition? Je ne vois pas de raison d'en douter [1]. C'était, réduite à ces traits fort généraux, la tradition ordinaire, unanime; moins sage que Thucydide, Aristote voulut être plus précis sur quelques points : il le fut tout particulièrement sur le nom et le rôle des émigrants (ainsi Ion, d'après lui, établit les quatre tribus [2]). Il ne pouvait supprimer le synoecisme de Thésée; il notait certainement le grand rôle que la tradition attribuait à ce héros; mais comment le synoecisme de Thésée s'harmonise-t-il avec la réforme d'Ion? Du jour où Ion crée les quatre tribus communes à tous les habitants de l'Attique, le synoecisme est fait et l'on n'aperçoit plus trop ce qui peut rester pour Thésée.

Il est probable qu'Aristote exposait les choses sans tenir compte de cette difficulté : il parlait de l'autochthonie des Athéniens, des quatre tribus d'Ion, du synoecisme de Thésée, puis il commençait le passage cité plus haut, page 9, note 1 : τοῦ ὅλου πλήθους διῃρημένου ..... Ce passage arrivait un peu brusquement, comme fait celui où il est question des trittyes et des naucraries (infra). Aristote ne se prononçait pas d'une façon expresse sur l'origine de toute cette organisation.

La rédaction qui nous a été conservée confirme cette opinion : elle ne contient aucune mention d'un législateur

[1] V. *Politique*, Bekker I, 2.

[2] Cfr. Harpocr., Ἀπόλλων πατρῷος.

déterminé, et je m'imagine que les lexicographes auraient recueilli soigneusement cette mention si elle avait existé.

On pourrait objecter un passage de Plutarque et en déduire la preuve que l'exposé d'Aristote était plus détaillé.

Nous lisons (Thésée, 25, trad. Talbot) : « Thésée ne permit pas cependant que cette foule indistincte et affluente composât une démocratie confuse et désordonnée; il commença par séparer les nobles, les laboureurs et les artisans. Il donna aux nobles la connaissance des choses divines, le privilège des magistratures, l'explication des lois et l'interprétation publique des rites sacrés et des cérémonies, de sorte qu'il y eut égalité parfaite, les nobles ayant les honneurs, les laboureurs l'utilité et les artisans le nombre. Ce que dit Aristote, que Thésée inclina le premier vers le gouvernement de la multitude et se démit de la monarchie, semble confirmé par le témoignage d'Homère... »

Mais Aristote n'est cité comme source que pour la phrase finale, presque textuellement empruntée à la Politeia, chapitre 41, et rien ne montre que le commencement du texte de Plutarque vienne de la même source.

Ainsi Ion a institué les quatre tribus; il y avait à Athènes trois classes d'habitants, quatre tribus, douze phratries, trois cent soixante genê : telle me paraît être, en résumé, la pensée d'Aristote, lequel ne se prononçait pas d'une façon expresse sur l'origine des classes, des tribus, des phratries, des genê.

Mais n'avait-il pas une opinion sur cette origine et sur la nature de ces divisions, et quelle était-elle? Voyons s'il est possible de la déduire de son texte, si elle y est contenue tout au moins implicitement?

Et d'abord les classes. Plutarque ne dit pas précisément qu'elles furent créées par Thésée; mais au moment de faire le synoecisme, ce législateur n'établit pas l'égalité absolue : il reconnaît trois classes et délimite leurs droits; c'est dire qu'elles existaient auparavant dans les dèmes. Aristote s'expliquait-il sur ce point? Nous l'ignorons. Mais il est probable, comme je l'ai déjà dit, qu'il ne faisait pas mention de Thésée,

à propos des trois classes et qu'il se bornait à citer celles-ci, sans se prononcer sur leur caractère.

Quant aux genê, il y voyait des créations factices, des groupes artificiels de trente hommes. Il ne semble pas avoir tenu compte ici de ce que, tout au moins à un moment, il y eut des genê que la nature avait créés, ni s'être inquiété de la façon dont ces genê entrèrent dans l'organisation symétrique. Le caractère factice de tous les genê résulte, dans la première version de son texte, des mots συνεστάναι et τοὺς εἰς τὰ γένη τεταγμένους. La seconde version n'est pas moins expressive. Mais qui ces genê factices comprenaient-ils?

La question a une telle importance pour toute la suite de cette étude, qu'il faut bien la traiter avec quelque détail.

Relevons le début du texte (page 9, note 1); j'ai déjà fait remarquer qu'Aristote n'y parle pas des eupatrides. Gilbert veut intercaler avant εἵς τε τοὺς γεωργοὺς καὶ δημιουργοὺς, les mots εἵς τε τοὺς εὐπατρίδας, et prouver ainsi que l'organisation était commune à tous les Athéniens. Mais d'abord le texte nous est transmis par plusieurs auteurs, sans cette addition.

Admettons cependant pour un moment que le mot eupatrides manque; où faut-il le placer? Si je le mets *après* εἵς τε, etc., je ferai dire [1] au texte : tout le peuple était divisé en géorgoi, démiurges et eupatrides; ceux-ci avaient quatre tribus, etc., de telle sorte que les géorgoi et les démiurges seront exclus des tribus. Il faut en convenir, toute opinion qui recourt à un remaniement toujours incertain du texte, est bien fragile.

Mais il y a d'autres preuves à invoquer pour montrer que l'organisation symétrique de la cité était propre aux eupatrides.

En voici une qui paraît décisive : Aristote cite comme cadres inférieurs de l'État, les genê, dont les membres s'appellent gennêtai. Les gennêtai sont des eupatrides; l'exemple qu'il

[1] C. Schaefer, *Altes und neues über die att. Phratrien.* Naumbourg, 1888, p. 26.

donne le montre : les Eumolpides, les Étéobutades, les Kérykes appartiennent aux genê les plus illustres d'Athènes, et il n'y a pas de doute que le passage où ils sont cités se trouvait dans la Politeia; ὧν αἱ ἱερωσύναι ἑκάστοις προσήκουσαι ἐκληροῦντο, est-il dit dans le fragment; et dans le papyrus de Londres, à propos de la réforme de Clisthènes, on lit une mention de ces sacerdoces, ἱερωσύναι, qui se rapporte au début de la Politeia; « Clisthènes les laissa à ceux qui les possédaient, suivant la tradition de leurs ancêtres ».

Aristote ne connaît dans les genê que des gennêtai; si les non-nobles sont gennêtes comme les eupatrides, il n'y a plus aucune différence entre ces deux classes. Mais les non-nobles ne peuvent être gennêtai, car c'est là un terme technique qui ne s'applique qu'aux membres des anciens genê aristocratiques [1]. Aristote, s'il avait voulu introduire les géorgoi et les démiurges dans les genê, ne leur aurait pas donné ce nom; il ne leur en a pas donné d'autre, car il ne semble pas qu'il ait parlé des orgéons, nom sous lequel il aurait pu les désigner; les grammairiens ne citent jamais Aristote à propos des orgéons. Donc il n'y a place dans les genê que pour les gennêtai, c'est-à-dire les nobles, et s'il en est ainsi des genê, il en est de même des phratries et des tribus.

Une autre preuve que telle est bien l'interprétation à donner au fragment de la Politeia, peut être tirée de la Politique : Aristote, on le sait, y sépare soigneusement l'homme et le citoyen; tout homme n'a pas la capacité voulue pour être pleinement citoyen. Il y a lieu de distinguer entre les fonctions nécessaires et les fonctions nobles; parmi les premières rentrent l'agriculture, l'industrie; les autres sont exercées par les individus, qui peuvent se consacrer entièrement à la fin de l'État.

[1] Busolt, *G. G.*, p. 396, n. 2. — Dittenberger, *Hermès*, 20, p. 4, n. 1, remarque que γένος est souvent employé sans aucune signification technique, tandis que γεννῆται : « nie anders als in der bestimmten staatsrechtlichen Bedeutung vorkommt ».

La relation de la classe qui exerce les fonctions nécessaires à la classe qui exerce les fonctions nobles ne peut être qu'une relation de dépendance; la dernière remplit la fin de l'État, donc ses membres sont l'État; la première existe seulement dans l'État [1]. Il en résulte une inégalité considérable dans la possession des droits politiques.

Cette doctrine éclaire, ce me semble, le fragment de la Politeia : Aristote n'a pas pu comprendre dans une même énumération des éléments aussi dissemblables que les géorgoi, les démiurges et les eupatrides, c'est-à-dire les véritables citoyens. Dans l'État primitif devait exister quelque chose de cette séparation profonde des classes qu'Aristote admet dans son État idéal.

Et cette distinction des classes n'était-elle pas indiquée dans la Politeia par l'emploi du mot πλῆθος, dans le sens de « la foule, la multitude [2] »? Si πλῆθος a son sens ordinaire, tout le passage s'explique. Il signifie ceci : il faut d'abord distinguer entre la multitude, les classes inférieures, et les citoyens proprement dits, les πολῖται; ensuite les classes inférieures se divisent simplement en géorgoi et en démiurges; les πολῖται, au contraire, en quatre tribus, etc. La pensée d'Aristote s'exprime donc par l'opposition des mots πλῆθος et πολῖται, et c'est cette opposition que les lexicographes n'ont pas saisie. De là les altérations qu'ils ont fait subir au texte.

[1] Newman, *The Politics of Aristotle*, Oxford, 1887, t. I, pp. 97-120, expose parfaitement la doctrine d'Aristote.

[2] Voici quelques exemples : πλῆθος dans le sens de la foule, les classes inférieures, *Ath. Pol.* (Kaibel), p. 9, 2; p. 17, 5; p. 24, 4; p. 31, 15. *Politique* (Bekker), III, 13, p. 81; *ibidem*, VII, 4, p. 184. *Ibidem*, II, 8, p. 41, δῆμος dans le sens que l'on donne généralement à πλῆθος dans le fragment, c'est-à-dire non pas la foule, mais le peuple, l'ensemble de la nation; il s'agit de la constitution d'Hippodamos. Celui-ci divise la population en trois groupes : μέρη ... τεχνίτας ... γεωργούς ... τὸ προπολεμοῦν ... δῆμον δ'ἐποίει τὰ τρία μέρη τῆς πόλεως. Cfr. *Ath. Pol.* (Kaibel) : δῆμος opposé à οἱ ἐπιεικεῖς, à οἱ γνώριμοι, etc., signifie les classes inférieures, dans p. 4, 15; p. 10, 5; p. 30, 20; etc.

En interprétant ainsi le texte d'Aristote, je me heurte à de vives contradictions : Gilbert [1], pour ne citer que celui-là, soutient énergiquement que les tribus, etc., renfermaient les non-nobles et les eupatrides, et je conviens que son système a l'avantage d'écarter de multiples difficultés; mais ce n'est pas là une raison pour l'admettre, car il en soulève, à son tour, de nombreuses, et d'ailleurs il a le malheur d'être en contradiction avec l'ensemble du texte d'Aristote, et c'est là un défaut originel, une cause de faiblesse irrémédiable. Voyons cependant ce que valent les autres arguments que l'on invoque en sa faveur.

Pollux [2] a écrit (VIII, 111) : οἱ δὲ φυλοβασιλεῖς ἐξ εὐπατριδῶν ὄντες μάλιστα τῶν ἱερῶν ἐπεμελοῦντο ..... si les chefs des tribus doivent être eupatrides, les tribus contiennent donc des non-eupatrides, qui, Pollux a voulu le noter, ne peuvent être élus φυλοβασιλεῖς.

Ce raisonnement est-il si fort qu'il le paraît? Pollux, partant du fait (sous-entendu) que les eupatrides étaient seuls dans les tribus, n'a-t-il pas tout simplement voulu constater, sans y ajouter d'importance, que les phylobasileis étaient eupatrides? Mais admettons les conclusions de Busolt et de Gilbert : encore faudrait-il savoir à quelle époque s'applique le texte. Il y eut un moment, nous le verrons, où les quatre tribus comprirent les non-eupatrides. Le témoignage décisif d'Aristote n'oblige-t-il pas, à moins qu'on ne veuille rejeter les dires de Pollux, à les rapporter à ce moment?

On invoque encore le texte d'une loi de Dracon [3], pour prouver que l'organisation gentilice s'applique à toute la population. D'après cette loi, les 51 éphètes choisissent dix phratères, ἀριστίνδην.

On a beaucoup discuté sur le sens d'ἀριστίνδην : Gilbert

[1] *Handbuch* et aussi Busolt, *Gr. G.* et *Gr. st.*

[2] Schaefer. *Altes und neues über die att. Phratrien.*, p. 27.

[3] *C. I. A.*, I, p. 61 : ἐσέσθ(ω)ν δέ(κα οἱ φρατόρες ἐαν ἐθελώσιν τούτους δ)ὲ οἱ πεντήκο(ν)τ(α καὶ) εἰς ἀριστίνδην αἱρείσθων). Cfr. Dem , *C. Makart.* 57, p. 1069. — Pollux, VIII, p. 125.

(*Handb.* I, 112, n° 1) comprend que c'est parmi les seuls *eupatrides* que les 51 éphètes doivent choisir 10 phratères pour la poursuite du meurtre (dans certains cas). Ed. Meyer [1] a traduit ἀριστίνδην par κατ'ἀρετήν. Je crois que sur ce point Gilbert a raison, et j'ajoute aux preuves auxquelles il renvoie ce passage de la Politeia (chapitre 3) où ἀριστίνδην signifie certainement parmi les eupatrides, il s'agit de l'époque antérieure à Dracon : τὰς μὲν ἀρχὰς ἴστασαν ἀριστίνδην καὶ πλουτίνδην. Si donc les dix phratères doivent être eupatrides, il y a dans les phratries des non-eupatrides. Mais la loi citée est une loi de Dracon, et on ne peut l'invoquer que pour l'époque de Dracon.

Ainsi les eupatrides étaient répartis en quatre tribus ; chaque tribu comprenait 3 phratries ; chaque phratrie, 30 genê ; chaque genos, 30 hommes ou chefs de famille ἄνδρες : donc 4 tribus, 12 phratries, 360 genê, 10,800 chefs de famille.

Aristote appelle encore les phratries, trittyes. D'après Harpocration [2], il les aurait encore appelées ἔθνη, Pollux [3] nous donne le même renseignement.

Nous apprenons donc que chaque tribu comprend trois phratries *ou* trittyes *ou* ἔθνη (Harpocration et Pollux), et que chaque ἔθνος (ce sont les eupatrides, les géorgoi et les démiurges) comprend trente genê (Pollux). Il suffit de souligner ces résultats auxquels nos deux lexicographes sont arrivés, pour que la confusion dans laquelle ils sont tombés saute aux yeux. Ils ont trouvé deux divisions en trois : la

[1] *Rhein., Mus.*, 41, 586. — Schaefer, *Altes und neues über die att. Phratrien*, p. 27.

[2] Harpocr., τριττύς · τριττύς ἐστι τὸ τρίτον μέρος τῆς φυλῆς · αὕτη γὰρ διήρηται εἰς τρία μέρη, τριττῦς καὶ ἔθνη καὶ φρατρίας, ὡς φησιν Ἀριστοτέλης, ἐν τῇ Ἀθηναίων πολιτείᾳ.

[3] Pollux, VIII, IX, 31, Ὅτε μέντοι τέτταρες ἦσαν αἱ φυλαὶ εἰς τρία μέρη ἑκάστη διήρητο, καὶ τὸ μέρος τοῦτο ἐκαλεῖτο τριττὺς καὶ ἔθνος καὶ φρατρία· ἑκάστου δὲ ἔθνους γένη τριάκοντα, ἐξ ἀνδρῶν τοσούτων, αἳ ἐκαλεῖτο τριακάδες. καὶ οἱ μετέχοντες τοῦ γένους, γενῆται, καὶ ὁμογάλακτες, γένει μὲν οὐ προσήκοντες, ἐκ δὲ τῆς συνόδου οὕτω προσαγορευόμενοι. Τρία δὲ ἦν τὰ ἔθνη πάλαι εὐπατρίδαι, γεωμόροι, δημιουργοί.

première, celle des eupatrides, géorgoi, démiurges ; la seconde, celle de la tribu en trois phratries ou trittyes, et, à tort, ils les ont combinées. Gilbert cherche à tirer parti du passage de Pollux (113, n° 2); il ne peut, assure-t-il, être compris que dans ce sens : à savoir que la tribu se divisait en trois phratries appelées également trittyes, et que dans chaque phratrie, les trois ἔθνη étaient représentés. Mais le texte ne se prête pas à cette interprétation : Pollux [1] dit nettement que chaque ἔθνος comprend trente genê, ce qui enlève tout sens au passage, car si chaque ἔθνος comprend trente genê, comme il y a 360 genê, il doit y avoir douze ἔθνη et non plus trois, comme Pollux l'a d'abord avancé.

III. — *Origine et caractère des cadres de la Cité,* LE GENOS.

La Cité antique se présente avec la régularité symétrique d'un édifice créé de toutes pièces; on dirait d'une œuvre tout artificielle de l'homme sur un terrain vierge et à l'aide de matériaux façonnés à sa guise.

Parmi ces matériaux, il en est cependant qu'il a trouvés tout formés.

Dans l'histoire obscure de la formation de la cité, trois faits apparaissent dans une pleine lumière : tout d'abord l'existence des communautés villageoises ; ensuite leur réunion qui forme la cité, la πόλις (synoecisme). Mais la communauté villageoise ne se compose pas d'habitants venus de partout : une parenté plus ou moins rapprochée les unit, ou, du moins, dans les villages existent des groupes dont les membres sont parents les uns des autres : c'est la gens, le genos.

Ainsi les genê, les communautés villageoises, les cités

[1] Dans ce passage, Pollux a commis une confusion; ce n'est pas la seule dans laquelle il est tombé. — Voir STOJENTIN, *De J. Pollucis ..... auctoritate.* Breslau, 1875. — Cfr. SAUPPE, *Comm. de phratriis atticis.* Göttingue, 1887, p. 8,

constituées par synoecisme, voilà les premiers faits certains que nous puissions ressaisir [1]. Quand la cité est constituée, elle apparaît composée de genê; mais ceux-ci se révèlent en groupes : la phratrie est un groupe de trente genê ; à leur tour trois phratries forment une tribu.

Phratrie, tribu, sont-ce là des institutions propres au genos, créées naturellement par le développement du genos? Sont-ce, au contraire, des institutions propres à la cité, des cadres qu'elle impose aux genê après sa formation? En entrant dans cette classification, les genê n'ont-ils pas changé de nature? La phratrie, la tribu sont-elles de nouvelles applications du principe gentilice ou familial, ou bien sont-elles de toute autre nature et marquent-elles l'apparition d'un nouveau principe d'organisation, le principe territorial? On le voit, les questions se présentent en foule et les difficultés surgissent de toutes parts. Pour tâcher de les résoudre, reprenons successivement les éléments de la cité, genos, phratrie, tribu.

Et d'abord le genos.

Le genos est une institution qui a une origine naturelle.

Quand les genê sont dans la cité au nombre de 360, ils sont, dans une mesure quelconque, l'œuvre du législateur qui a fixé leur nombre et leur effectif. Ils sont donc, à certains égards tout au moins, factices; mais, d'autre part, comme je vais le montrer, le genos, considéré en lui-même, est une institution naturelle, antérieure à la Cité.

La force des choses avait créé à Athènes, comme à Rome, pour la noblesse, une organisation qui reposait sur la nais-

[1] C'est la doctrine d'Aristote : *Pol.*, BEKKER, I, 2, ἡ δ'ἐκ πλειόνων οἰκιῶν κοινωνία πρώτη χρήσεως ἕνεκεν μὴ ἐφημέρου κώμη· μάλιστα δὲ κατὰ φύσιν ἔοικεν ἡ κώμη ἀποικία οἰκίας εἶναι· οὕς καλοῦσί τινες ὁμογάλακτας παῖδάς τε καὶ παίδων παῖδας ..... ἡ δ'ἐκ πλειόνων κωμῶν κοινωνία τέλειος πόλις. Ainsi deux termes, la famille et la κώμη (*Geschlechtsdorf*, GILBERT, II, p. 302), puis la πόλις. Kuhn a mis cette doctrine en une pleine lumière dans : *Die Enstehung der Staedte der Alten. Komenverfassung und Synoikismos*. Leipzig, 1878. — Voir encore LEIST, *Graeco-italische Rechtsgeschichte*. Iena, 1884, p. 103 s.

sance. La communauté d'origine, la parenté, tel était le principe du genos.

Le genos, comme la gens, est l'œuvre de la nature. Il y a donc eu à Athènes des genê proprement dits : le nom seul le prouve. Comment, ainsi que l'a fait observer Mommsen, comment admettre que la parenté, la naissance aient été étrangères à la formation d'une institution dont le nom éveille nécessairement l'idée de parenté, de naissance?

A Athènes, cette idée est particulièrement marquée par la désignation d'homogalaktes qui s'applique aux membres des anciens genê et par les titres des divinités propres aux genê, Zeus Herkeios, Apollon Patrôos.

Je ne crois pas devoir insister sur ce point : il paraît aujourd'hui acquis à l'histoire.

Comment le genos s'est-il constitué?

Dans sa forme rigoureuse, le genos est et reste le privilège, la marque caractéristique de l'aristocratie. Comment expliquer ce fait? L'explication la plus commode serait celle qui serait tirée de la conquête : les envahisseurs apportent avec eux leur organisation, ou ils la créent sous l'empire de la nécessité, pour se distinguer des vaincus. Mais l'Attique ne fut jamais le théâtre d'invasions semblables à celles de la Laconie : la classe noble et la classe non-noble y sont le produit de l'évolution naturelle des choses comme dans la cité homérique.

Les nobles d'Athènes croyaient à leur origine supérieure : mais cette croyance elle-même était un résultat. La noblesse a des commencements plus humbles [1]. Dans toute société humaine, si primitive qu'elle soit, se font sentir les effets des inégalités entre les hommes. L'une des inégalités qui se font le plus tôt sentir est celle des fortunes. Certains hommes sont assez heureux ou assez habiles pour acquérir de grosses parts de butin, ils deviennent riches ; ils se sont créé des domaines

[1] Cfr. spécialement : Sumner-Maine, *L'ancien Droit considéré dans ses rapports avec l'histoire de la société primitive...*, trad. Courcelle-Seneuil, 1874.

sur le sol qui a été primitivement la propriété commune de tous. Ce sont les grands propriétaires de troupeaux, les grands propriétaires de terres, les capitalistes du temps.

La richesse ne circule guère, elle se crée difficilement par l'agriculture, plus difficilement encore par l'industrie et le commerce encore rudimentaires.

La fortune, qui se transmet héréditairement, devient de génération en génération la marque distinctive de certaines familles. Mais nous sommes à une époque guerrière : ces riches ne sont pas des oisifs. Les luttes, les aventures, une existence active, pleine de péripéties, d'imprévu, de mouvement sont leur idéal. Ils acquièrent dans les combats la gloire militaire. Leurs enfants continuent à s'illustrer sur les champs de bataille. Mais, dans toutes les sociétés primitives, les liens du sang sont bien plus étroits, le souvenir de la parenté se garde bien plus longtemps que dans les sociétés modernes. Dans les classes inférieures, ce souvenir s'affaiblit, se perd par l'effet des années ; dans la noblesse, l'action des années qui s'écoulent s'exerce dans un sens tout différent. Les nobles conservent pieusement la mémoire de leurs ancêtres; les degrés de la parenté qui les unit ne se comptent plus, mais ils savent qu'ils ont une origine commune. Pendant longtemps, le domaine de chaque genos noble reste en commun, et, enfin, tous ensemble les gennêtes sacrifient à Zeus, protecteur des foyers, et à Apollon, auteur de leur race. Ces cultes sont le privilège des familles nobles qui les ont établis. Les nobles se groupent ainsi, en dehors du reste de la population, en un certain nombre d'unités familiales et religieuses. De tous les titres qu'ils ont à faire valoir pour établir leur supériorité, les plus décisifs sont tirés de l'ordre religieux ; la barrière qui s'élève entre les nobles et les non-nobles, et que les efforts de plusieurs siècles auront à renverser, est une idée religieuse.

IV. — *Les genê nobles, en s'associant pour former la cité, restent intacts.*

On peut admettre certains remaniements, mais à condi-

tion qu'ils aient été peu importants. L'aristocratie n'eût pas permis qu'un législateur vînt détruire ses associations, rompît les liens familiaux, politiques, religieux qui unissaient leurs membres.

Clisthènes lui-même recula devant cette révolution; à plus forte raison ne se produisit-elle pas aux débuts de l'histoire.

Nous avons vu comment sont nés les genê; à un moment donné, un législateur vient et régularise ce qui existe, crée un ensemble symétrique, par diverses opérations, divisant, diminuant, ajoutant. Il arrive à ce résultat : 360 genê × 30 = 10,800 chefs de famille.

L'existence de cette organisation numérique est hors de doute : considérée dans son principe même, elle n'est point particulière à Athènes; sans parler de Rome, elle apparaît en Grèce même, à Samos [1] et à Byzance [2].

Si on l'envisage dans ses détails, elle soulève une difficulté qu'il importe de signaler.

Ces chiffres ne s'appliquent qu'aux eupatrides : il y aurait donc 10,800 familles nobles. Ce nombre n'est-il pas excessif? Plus d'un auteur [3] l'a considéré comme tel et a conclu qu'il devait comprendre la population tout entière, nobles et non-nobles. Je ne puis admettre cette conclusion : remarquons que

[1] Voici un extrait d'un décret de Samos : C. CURTIUS, *Urkunden z. Gesch. d. Samos*, 1877, pp. 23, 28, 31, δεδόσθαι αὐτοῖς πολιτείαν ἐπ' ἴσῃ καὶ ὁμοίῃ καὶ αὐτοῖς καὶ ἐκγόνοις, καὶ ἐπικληρῶσαι αὐτοὺς ἐπὶ φυλὴν καὶ χιλιαστὺν καὶ ἑκατοστὺν καὶ γένος, καὶ ἀναγράψαι εἰς τὸ γένος ὅ ἄν λάχωσιν, καθότι καὶ τοὺς ἄλλους Σαμίους (SCHOELL, *Satura phil. H. Sauppio*. Berlin, 1878, p. 175). — TOEPFFER, *Attische Genealogie*, Berlin, 1889, p. 4, n. 3, écrit à tort que le système numérique des anciennes institutions d'Athènes n'a « selbsverständlich keinen weiteren Werth als den eines abstracten Zahlenspieles ».

[2] *C. I. G.*, p. 2060 — Voir BURCKHARDT, *De Graecorum civitatum divisionibus*. Bâle, 1873, p. 31.

[3] Par exemple DROYSEN, *Attische communalverfassung. Schmidt's Zeitschrift*, 1847, p. 315. — MEIER, *De gentil*, pp. 22-26. — Voir encore PHILIPPI, p. 216, et CURTIUS, *G. G.*, I, pp. 251, 544 (1re éd.).

le chiffre des familles athéniennes se rapproche sensiblement du chiffre des familles spartiates (9,000); mais, en toute hypothèse, Aristote, je pense l'avoir prouvé, n'entend les 10,800 ἄνδρες que des eupatrides; les genê sont propres à l'aristocratie, telle est la notion fondamentale qu'il faut nécessairement accepter. Les difficultés que font naître les détails du système numérique ne sauraient nous amener à le rejeter. Mais s'il en est ainsi, un certain doute ne plane-t-il pas sur les nombres eux-mêmes? S'il existe, reconnaissons que nous sommes hors d'état de le faire disparaître. Les nombres peuvent paraître exagérés; dans l'état actuel de nos connaissances, rien ne nous autorise à les contester. Il faut bien les accepter tels qu'ils nous sont transmis [1].

Demandons-nous maintenant pourquoi et comment cette organisation numérique a été établie, quel est le but final de toute cette organisation. Il s'agit, en dernière analyse, de régler l'augmentation de la population, de fixer une fois pour toutes à celle-ci une limite dont il lui sera interdit de s'éloigner.

Tentative chimérique, s'écriera-t-on, dont l'absurdité éclatera dès demain dans la pratique, car la nature n'attendra pas un jour pour déranger tous ces calculs et bouleverser ce fragile échafaudage.

Mais comment, par quels procédés a-t-on pu obtenir ces quantités toujours égales? Remarquez surtout que l'on n'opérait pas sur des unités individuelles, mais sur des touts préexistants, composés d'individus.

Par quelle suite d'opérations multiples a-t-il fallu passer pour donner à ces touts des grandeurs égales et les introduire dans des cases de même dimension?

[1] Les chiffres se trouvent notamment chez ARISTOTE fr. cité; POLLUX, III, 51, VIII, 111; HARPOCR., SUID., γεννῆται. — Les 360 genê, PROCLUS. *Hésiode, o. et j.*, p. 492. — Voir aussi SCHOL., PLAT., PHILEBOS, 30 *d*. — Cfr. KUHN, p. 70, n. 107, et BURCKHARDT, *De Graecorum civitatum divisionibus*, Bâle, 1873, p. 2.

Les Athéniens ont-ils donc voulu se procurer l'illusion d'une œuvre parfaitement régulière ?

Dans la réalité, elle n'a peut-être existé qu'un jour, mais théoriquement elle se perpétuait, et cette belle harmonie numérique passait pour intacte dans tous ses termes. Certes, l'amour de la symétrie, l'importance accordée à certaines combinaisons de chiffres ont pu agir sur l'esprit des Athéniens : ils ont été sensibles à la satisfaction esthétique qu'ils trouvaient dans la construction de leur édifice politique ; mais ils n'auraient pas pris toute cette peine pour une œuvre destinée à vivre quelques instants, ils ont dû vouloir bâtir quelque chose de durable.

Rangeons encore parmi leurs mobiles la préoccupation de régler l'augmentation de la population, l'accroissement du nombre des familles. Cette préoccupation leur était imposée par des considérations économiques vraies pour la Grèce plus que pour tout autre pays : le sol cultivable est d'une étendue limitée ; on n'aperçoit pas d'autre moyen de sustenter une population que l'agriculture ; il faut donc proportionner mathématiquement la population au sol. Les idées religieuses[1] conduisent encore au même résultat : « le foyer » n'est pas seulement une belle expression poétique. La maison, consacrée par les ancêtres, où brille la flamme, est comme un temple dont le père est le prêtre. Les fils, en fondant de nouvelles familles, ne fondent pas nécessairement, à l'origine du moins, de nouveaux foyers ; les familles issues les unes des autres se rattachent toujours au foyer de la famille-souche. Et enfin des raisons politiques viennent encore appuyer ces raisons économiques et religieuses, car les États fort peuplés sont difficiles à gouverner.

Toutes ces raisons poussaient les Athéniens à poser des limites précises à l'augmentation du nombre des familles ; mais ce phénomène dira-t-on, échappe par sa nature à toute réglementation ; il est impossible de le soumettre à des lois

[1] Leist, *Graeco-italische Rechtsgeschichte*. Iena, 1884, p. 123 s.

numériques. Les Athéniens cependant l'y ont soumis ; dans quelles limites ?

Je crois que l'explication de ces nombres fixes doit être recherchée dans le régime de la propriété foncière [1], je n'indique pour le moment que l'idée générale : à Sparte, partout où l'inaliénabilité du κλῆρος, de l'heredium, du lot de terre se présente, on peut établir la statistique exacte des lots de terre, des maisons et, partant, des familles ; le mot « famille » est pris ici dans un sens très large, il vaudrait mieux dire « des ensembles de familles » (les familles des cadets avec celle de l'aîné) ou, plus simplement, reprendre l'expression athénienne, des ἄνδρες, les chefs de famille.

A Sparte, il n'existait qu'un certain nombre de familles, nombre que le législateur avait voulu invariable ; ces familles pouvaient se développer, s'embrancher, mais il ne s'en inquiétait pas. Pour lui, il ne comptait que 9,000 familles réelles, si 9,000 fut le nombre des lots de terre, et toujours subsistantes. De même, à Athènes, il y aurait eu 10,800 lots de terre ou 10,800 familles ou maisons, chiffre qui pas plus qu'à Sparte n'indiquait le total vrai de la population ; c'était le chiffre de la population normale, le chiffre que le législateur voulait

[1] Cette idée est indiquée par PHILIPPI, *ouv. cité.* — « Die Alten, dit KUHN, p. 6, fassten als die Substanz des Staates die Gesammtheit der Grundeigenthümer auf. » — HUG., *ouv. cité,* p. 3, explique les nombres fixes comme des nombres moyens et approximatifs fixés pour quelque raison militaire ou politique, peut-être pour assurer la représentation des genê dans un corps politique.

Je retrouve encore cette idée complètement développée dans DROYSEN, *Die attische Communalverfassung. Schmidt's Zeitschrift*, 1847. Seulement, en rangeant parmi les 10,800 ἄνδρες les non-nobles, Droysen commet, ce me semble, une erreur, car il aboutit à une égalité générale des propriétés foncières, fait en contradiction avec la suite de l'histoire.

L'armée est primitivement organisée à l'image de la cité, d'après les tribus, les phratries, les genê : LEIST, *ouv. cité,* p. 145 s.

Cfr. ce que dit Aristote, *Politique* (BEKKER) II, 6, p. 35, de Pheidon de Corinthe.

maintenir et que, par le régime successoral, il pouvait maintenir intact. Ces chiffres n'indiquent donc pas tant la division dont la population a été l'objet que le partage du sol. S'il en est ainsi, on comprend la fixité de tout ce système numérique.

Est-il possible d'aller plus loin et de déterminer avec quelque précision le rapport de l'organisation athénienne avec le régime de la propriété foncière? Ce que j'ai dit rend compte de la *fixité* des nombres; mais on n'aperçoit pas encore le pourquoi de la division *régulière* de ces nombres (le total de 10,800 lots est divisé entre 360 genê, lesquels à leur tour sont répartis en 12 groupes de 30). Notre sujet nous oblige à remonter jusqu'aux époques toutes primitives, et c'est d'après les faibles traces qui en étaient restées à l'époque historique qu'il nous faut nous diriger.

Généralement, le passage de la propriété collective à la propriété individuelle s'est fait progressivement et en plusieurs étapes : à la propriété collective de la communauté villageoise, de la peuplade ou du clan a succédé d'abord la propriété du genos noble; la véritable propriété n'existe pas encore pour l'ensemble des non-nobles qui font partie de la communauté villageoise; ils cultivent les terres des nobles, à titre de locataires ou de précaristes; ce n'est que plus tard qu'ils arrivent à la propriété. Peut-être, dès l'origine, jouissent-ils aussi en commun de terrains qui sont restés la propriété du dème.

Le domaine du genos se divise entre ses membres. C'est le régime de la propriété familiale, reconnaissable à l'absence du droit de tester, et, enfin, l'introduction de ce droit transforme la propriété familiale en propriété individuelle. En même temps, ou plus tard, le droit de jouissance des non-nobles se transforme en droit de propriété, et le premier objet de ce droit, c'est l'οἶκος, la maison avec son enclos, l'heredium.

A Athènes, le régime de la propriété a passé, je le crois, par toutes ces phases.

Le partage des terres dans les genê est donc antérieur à

l'apparition de la propriété même familiale pour les non-nobles [1].

Cette opération se fait d'une façon régulière et avec une précision mathématique; il faut d'abord établir 360 groupes de propriétés et par conséquent 360 genê. Ce dernier nombre est évidemment très voisin de celui que donne la statistique; il suffit de l'arrondir en divisant, par exemple, quelques genê très nombreux et qui déjà tendent à se fractionner.

Maintenant il faut obtenir 30 hommes par genos : comment les genê nobles ont-ils pu être ramenés à ce chiffre fatal? Il faudrait supposer toute une série d'additions et de soustractions dont le résultat dernier aurait été d'altérer profondément le caractère familial du genos. Peut-être ce chiffre n'est-il qu'une moyenne; il y a en tout 10,800 familles et généralement 30 par genos.

Mais cette explication n'est guère admissible : telle est la régularité générale du système qu'il y a lieu de croire qu'elle a été poussée jusqu'au bout. Peut-être pourrait-on imaginer un partage de terres jusque-là inoccupées et dans lequel chaque genos obtient 30 lots.

[1] Hésychius nous a laissé deux textes où l'on peut apercevoir quelques traces des anciens rapports du genos avec la propriété foncière :

ἀτριάκαστοι· οἱ μὴ μετέχοντες τριακάδος;

ἔξω τριακάδος· οἱ μὴ μεταλαμβάνοντες παῖδες ἢ ἀγχιστεῖς (Meier, *De Gentil*, p. 21, lit : τὴς ἀγχιστείας) κλήρου, τελευτήσαντος πατρός).

Hésychius explique l'expression ἔξω τριακάδος (τριακάς = γένος, Pollux, VIII, p. 111), et il entend par là les enfants qui n'ont pas part au κλῆρος, après la mort de leur père. — Kuhn écrit à propos de ce texte (p. 72) : « ἔξω τριάκαδος seien solche, welche keine erbberechtigten Söhne empfingen. Denn ursprünglig scheint ebenso, wie Abstammung und Beschäftigung auch der Besitz in dem Geschlecht fortgeerbt zu haben ». — Voir encore Plut., *Sol.*, p. 21 : avant Solon, défense de tester : les biens doivent rester dans le genos ou revenir au genos. C'est ainsi que Kuhn comprend le passage. — Voir aussi Philippi, p. 215. — Paton, *Classical rewiew*, 1891, rapporte le texte d'Hésychius au passage d'Aristote cité p. 13, et comprend sous le mot κλῆρος les sacerdoces tirés au sort entre les membres des familles.

Quoi qu'il en soit de ce point, sur lequel il vaut mieux s'abstenir d'établir des hypothèses, si l'explication proposée de l'organisation numérique est vraie, il faut concevoir 360 groupes de lots répondant à 360 groupes de familles et comprenant chacun 30 lots, comme ceux-ci comprennent 30 familles. Tout cela pouvait-il durer? Oui, et cela dura aussi longtemps que le κλήρος fut inaliénable et que la succession testamentaire n'exista pas : aussi longtemps que ce régime, propre au κλήρος, subsista, il y eut 10,800 lots, répartis en 360 groupes, et aussi longtemps 10,800 familles réparties en 360 genê.

Ces chiffres n'avaient pas été choisis au hasard. Ils avaient certainement une valeur symbolique qui nous échappe. D'après certains auteurs [1], l'organisation de la cité avait pour prétention de reproduire dans l'ordre politique, la division de l'année : 12 mois, 30 jours, 12 phratries, 30 genê. Peut-être y eut-il quelque chose de semblable. Remarquons seulement combien le nombre douze revient souvent dans les combinaisons des Grecs : par exemple douze cités ioniennes en Asie, douze cités ioniennes autrefois en Achaïe, etc.

Ainsi donc le genos est une unité familiale reliée par la communauté du culte, rattachée au sol par la propriété. Ce n'est pas une division administrative du territoire; le sol est bien divisé, mais au point de vue du droit privé; tout le sol même n'est pas divisé, il ne s'agit que du sol cultivé. Le lien du genos avec le sol peut se relâcher; il se relâchera quand, plus tard, la propriété privée changera de maîtres; mais son siège sera toujours en ce point du sol où furent les propriétés de ses membres, où les ancêtres ont édifié leurs autels, où les tombeaux du genos ou des familles du genos sont établis. Il ne perdra donc jamais toute relation avec le sol.

[1] Voir le fr. d'Aristote cité p. 9, et SUIDAS γεννῆται. — KUHN, p. 71, n. 108. — DROYSEN, *Die attische Communalverfassung. Schmidt's Zeitschrift*, 1847, p. 298, remarque que l'ancienne division de l'année à Athènes ne comprenait ni quatre saisons, ni trois cent soixante jours. — SAUPPE, *Comment. de phratriis atticis*. Göttingue, 1886/7.

V. — *Origine et caractère des cadres de la cité,*

LA PHRATRIE.

Je trouve une opinion très en faveur : la phratrie n'est qu'un grand genos. De même que celui-ci est sorti de la famille agrandie, de même celle-là provient du genos agrandi. C'était l'idée que s'en faisait Dicéarche [1] : le genos repose sur la parenté par les frères, la phratrie sur la parenté par les sœurs; mais de graves objections s'élèvent contre cette façon de voir. D'abord, dans la société primitive, le mariage était interdit en dehors du genos, et en tout cas la femme sortie par mariage de son genos d'origine, perdait toute parenté avec celui-ci. Quant au mariage des fils, il ne pouvait produire aucun autre rapport que celui de la parenté dans le genos et celui de la gentilité.

La parenté réelle n'a pu constituer la phratrie; celle-ci est le produit des relations de voisinage. Les phratries sont douze

[1] Dicéarche, f. 9 *b*. — Muller, F. G. H., II, p. 238. — Voir, pour l'interprétation, Gilbert, II, p. 302. — Steph., πάτρα; πάτρα ἓν τῶν τριῶν τῶν παρ' Ἕλλησι κοινωνίας εἰδῶν, ὡς Δικαίαρχος, ἃ δὴ καλοῦμεν πάτραν, φρατρίαν, φυλήν. ἐκλήθη δὲ πάτρα μὲν εἰς τὴν δευτέραν μετάβασιν ἐλθόντων ἡ κατὰ μόνας ἑκάστῳ πρότερον οὖσα συγγένεια ἀπὸ τοῦ πρεσβυτάτου τε καὶ μάλιστα ἰσχύσαντος ἐν τῷ γένει τὴν ἐπωνυμιάν ἔχουσα ὅν ἂν τρόπον Αἰακίδας ἢ Πελοπίδας εἴποι τις ἄν. — Dicéarche entend par πάτρα, le γένος — φατρίαν δὲ συνέβη λέγεσθαι καὶ φρατρίαν, ἐπειδή τινες εἰς ἑτέραν πάτραν ἐδίδοσαν θυγατέρας ἑαυτῶν. οὐ γὰρ ἔτι τῶν πατριωτικῶν ἱερῶν εἶχε κοινωνίαν ἡ δοθεῖσα, ἀλλ' εἰς τὴν τοῦ λαβόντος αὐτὴν συνετέλει πάτραν. ὥστε πρότερον πόθῳ τῆς συνόδου γιγνομένης ἀδελφαῖς σὺν ἀδελφῷ, ἑτέρα τις ἱερῶν ἐτέθη κοινωνικὴ σύνοδος, ἣν δὴ φρατρίαν ὠνόμαζον· καὶ πάλιν ὥστε πάτρα μὲν ὅνπερ εἴπομεν ἐκ τῆς συγγενείας τρόπον ἐγένετο μάλιστα τῆς γονέων σὺν τέκνοις καὶ τέκνων σὺν γονεῦσι, φρατρία δὲ ἐκ τῆς τῶν ἀδελφῶν. φυλὴ δὲ καὶ φυλέται πρότερον ὠνομάσθησαν ἐκ τῆς εἰς τὰς πόλεις καὶ τὰ καλούμενα ἔθνη συνόδου γενομένης· ἕκαστον γὰρ τῶν συνελθόντων φῦλον ἐλέγετο εἶναι.

groupes de genê voisins : envisagés à quel point de vue? Certainement au point de vue du culte d'abord, car la phratrie est une grande confrérie religieuse.

Probablement aussi au point de vue de la propriété : les douze phratries répondent à douze grandes régions des propriétés des familles.

C'est dire que dans les conditions où les phratries se trouvent dans l'organisation symétrique de la cité, elles sont l'œuvre du législateur; mais dans leur origine, elles sont bien probablement un produit spontané des relations de voisinage entre les genê nobles : la phratrie a été originairement une institution purement aristocratique, qui peu à peu est devenue commune à tous, ainsi que nous le verrons.

En parlant tout à l'heure de l'origine des genê nobles, j'ai déjà indiqué le caractère religieux de ces corporations. Il faut ajouter quelques compléments.

Quelles étaient les divinités qu'honorait la phratrie? La formule de la dokimasie [1] nous montre, avec d'autres textes [2], que le culte de Zeus Herkeios et d'Apollon Patrôos était commun à tous les Athéniens.

Avant d'être vénérées par tous les citoyens, ces divinités ne l'avaient été que par les membres des genê nobles. Plusieurs genê voisins, unis pour célébrer les cérémonies de ces cultes, telle fut la première forme de la phratrie. A la longue les non-nobles avaient été associés à ces cultes; pour y prendre part, ils avaient constitué des thiases sur le type des genê nobles et ainsi préparé leur émancipation politique.

Peu à peu, à ces antiques divinités vinrent s'en adjoindre d'autres [3], comme Zeus Phratrios, Athènê Phratria, et il arriva même que, dans certaines phratries tout au moins, ces

[1] ARIST., *Ath. Pol.*, chap. 55 : εἰ ἔστιν αὐτῷ Ἀπόλλων πατρῷος καὶ Ζεὺς ἑρκεῖος, καὶ ποῦ ταῦτα τὰ ἱερά ἐστιν, εἶτα ἡρία εἰ ἔστιν καὶ ποῦ ταῦτα.

[2] Voir SAUPPE, *Comm. de phratriis*. Göttingue, 1886/7. — Voir notamment HARPOCR., Ἑρκεῖος Ζεύς.

[3] Voir encore le texte d'Eschine cité infra.

cultes nouveaux eurent plus d'importance que les anciens [1].

La phratrie est donc le cadre qui renferme les genê, le principe de classification des genê, et elle est dans les mêmes rapports que ceux-ci avec le sol, au point de vue de la propriété. Mais la phratrie n'est-elle pas dans un rapport plus étroit encore avec le sol et ne le divise-t-elle pas tout entier, au point de vue administratif ?

[1] Cet exposé général appelle quelques observations.

Quelles étaient les divinités propres aux phratries ? Étaient-ce Apollon Patrôos et Zeus Herkeios ? La formule de la dokimasie nous montre clairement que ces divinités étaient communes à tous les Athéniens. Mais elles ne l'avaient pas toujours été : il y eut certainement un temps où elles furent particulières aux nobles. Comment leur culte se généralisa-t-il ? D'après Schoell (*Satura philol. H. Sauppio*, Berlin, 1878), Apollon Patrôos et Zeus Herkeios devinrent les divinités de toutes les phratries; en outre, chacune d'elles possédait des cultes spéciaux. Sauppe (*Comm. de phratriis atticis*, 1886/7) et Töppfer (*Attische Genealogie*, 1889, p. 6, n. 2, et p. 15, n. 3) n'ont pas accepté cette opinion : Töppfer voit dans ces cultes un privilège de l'ancienne noblesse, lequel n'a pas passé aux phratries; Sauppe croit que ces divinités étaient l'objet du culte *domestique* de tous les Athéniens.

L'inscription de Décélie (infra) ne nous fait connaître comme divinité que Zeus phratrios. D'un autre côté, une inscription publiée par Koehler, *Mitth. des deutschen arch. Inst.*, II, page 186, nous montre Apollon Patrôos comme dieu de la phratrie des Therrikiades (?). — Voir encore l'inscription reproduite par Sauppe, *Comm. altera*, 1890/1, laquelle donne aussi Apollon Patrôos. Platon, *Euthyd.*, page 302, D, cite Athênê Phratria et Zeus Phratrios. En présence de tous ces témoignages, il est naturel d'hésiter à prendre parti. Cependant, voici, ce me semble, quelques points qui peuvent être mis hors de contestation : Zeus Herkeios et Apollon Patrôos ont été les divinités propres aux genê nobles et ont continué à recevoir leur culte; preuve : les Ἀπόλλωνος πατρῴου καὶ Διὸς ἑρκείου γεννῆται, dans Dém., *C. Eubul.* Chaque genos a pu avoir, en outre, des divinités qui lui étaient particulières. Quand l'inégalité qui existait entre les membres des genê nobles et le reste du peuple s'est effacée, Zeus Herkeios et Apollon Patrôos sont devenus les divinités de tous les Athéniens : ceux-ci les honoraient-ils dans les phratries ou simplement dans leurs demeures ? Si je réponds : dans les phratries, comment expliquer que la phratrie des Démotionides à Décélie n'honore que Zeus

En d'autres termes, la phratrie n'est-elle pas tout à la fois un principe de classification des genê et un principe de division du territoire, au point de vue politique, le cadre des genê et une circonscription administrative?

J'indique par ces mots une opinion qui a été présentée particulièrement sous la forme suivante : on [1] rapproche les douze phratries des douze dèmes qui auraient existé en Attique avant

Phratrios? D'autre part, l'argument suivant paraît bien fort. Parmi les preuves de la qualité de citoyen (formule de la dokimasie), nous trouvons la participation au culte de ces deux divinités; or, pour être citoyen, il faut être démote et phratère, et la question εἰ ἔστιν αὐτῷ Ἀπόλλων πατρῷος καὶ Ζεὺς ἑρκεῖος, καὶ ποῦ ταῦτα τὰ ἱερὰ ἐστιν... n'est-elle pas l'exact équivalent de celle-ci : quelle est votre phratrie? Si on le nie, il y aura à expliquer comment la dokimasie des archontes peut passer sous silence la phratrie.

Nos connaissances épigraphiques sont encore trop peu étendues pour autoriser des solutions précises et définitives : jusqu'ici elles nous donnent des renseignements différents sinon contradictoires : dans une phratrie, Zeus Phratrios, dans d'autres, Apollon Patrôos. Comment expliquer ces différences? Voici une hypothèse qui me paraît hautement vraisemblable : il y eut anciennement douze phratries aristocratiques; leur culte était le même que celui des genê (Zeus Herkeios et Apollon Patrôos); les non-nobles entrent dans ces phratries et par là sont admis à ces cultes (preuve, la formule de la dokimasie). Les phratries se multiplient au fur et à mesure que la population augmente; cette multiplication est favorisée par la réforme de Clisthènes. Les phratries nouvelles ne contiennent pas toujours de genos noble; pour elles, les anciens cultes ont moins de prix que pour les phratries qui contiennent un ou plusieurs genê nobles; elles les adoptent, car sans cela leurs membres ne pourraient pas répondre qu'ils participent au culte de Zeus Herkeios et d'Apollon Patrôos; mais elles adoptent aussi d'autres cultes, équivalents à ceux-là, de même nature. Ici, comme en beaucoup d'autres choses, c'est plutôt par fiction qu'en réalité que tous les Athéniens vénèrent Zeus Herkeios et Apollon Patrôos : en fait, beaucoup d'Athéniens, dans leurs phratries, honorent les uns Zeus Phratrios, les autres Apollon Patrôos, d'autres même Athênê Phratria (Cfr. Sauppe. *Commentatio de phratriis atticis altera*. Göttingue, 1890/1).

[1] Les auteurs qui ont défendu cette opinion dans Philippi, p. 254.

le synoecisme de Thésée; les douze phratries répondraient à douze régions de l'Attique, qui, autrefois indépendantes, se seraient associées pour former l'État athénien.

Si même l'existence de ces douze dèmes était certaine [1], ce qu'elle n'est pas, il n'y aurait pas encore lieu d'identifier avec eux les phratries; il se pourrait qu'il y eût douze phratries, parce qu'il y avait douze dèmes, chaque dème étant le siège d'une phratrie; mais le dème et la phratrie sont de natures différentes : le premier divise le sol, a des frontières nettement délimitées, occupe une région déterminée et continue toujours à l'occuper. La phratrie a son siège dans le dème, ses membres sont en même temps les membres du dème, leurs propriétés sont groupées dans le dème, mais elle ne forme pas une circonscription administrative, une unité politique dont les limites pouvaient être tracées sur une carte, comme on le ferait pour nos communes et nos cantons.

VI. — *Origine et caractères des cadres de la Cité,*

LA TRIBU.

Il nous faut maintenant franchir la dernière étape, *la tribu*. Si nombreuses ont été les hypothèses émises, qu'il faut renoncer à en grossir encore le nombre. En outre, il n'y a qu'un seul point qui importe à l'objet de ce travail : établir et préciser le double caractère des tribus primitives à la fois principes de classification des genê et des phratries et circonscrip-

[1] Cette tradition n'a rien d'historique, PHILIPPI, p. 265 s. (particulièrement p. 268, note). — KUHN, p. 51, n'admet pas l'identification des douze cités et des douze phratries. — Voir encore HAASE, *Die athenische Stammverfassung*, Breslau, 1875, p. 67.

Ce que je dis dans le texte laisse évidemment debout ce qui a été exposé sur la formation de la cité. Celle-ci s'est constituée par le synoecisme d'un certain nombre de dèmes; mais notre connaissance certaine, en ce qui regarde Athènes, ne va pas plus loin; spécialement nous ne savons ni le nombre ni les noms de ces dèmes (PHILOCHORE, *Strabon*, IX, p. 397).

tions locales, administratives. Mais cette question ne saurait être indépendante de celle de l'*origine* des tribus primitives.

Et sans vouloir reprendre l'examen complet de ce dernier problème, il faut voir si tout au moins les principales solutions proposées cadrent avec ce que je viens de dire du double caractère des tribus.

L'aristocratie athénienne tout entière est comprise dans les quatre tribus, les Géléontes, Argadeis, Aigikoreis, Hoplètes, Αἰγικορεῖς, Ἀργαδῆς, Ὁπλῆτες, Γελέοντες. Quelle est l'origine de ces quatre tribus ?

A. Faut-il écarter toute analogie avec les trois tribus primitives de Rome ? On voit généralement dans celles-ci trois peuplades, trois cités, qui s'associent sans se fondre, pour constituer l'État romain. Cette analogie, si elle était justifiée, nous rendrait clairement compte du caractère géographique des tribus [1].

Le souvenir du synoecisme qui avait donné naissance à la Cité était vivant à Athènes; mais quels étaient les éléments, objets de cette réunion ? Étaient-ce les tribus ? Étaient-ce les douze villes ou dèmes dont il vient d'être question ? Étaient-ce à la fois les quatre tribus et les douze villes ?

Schömann et autres (Philippi, p. 235) se sont prononcés pour l'existence indépendante des quatre tribus avant le synoecisme [2]. D'autres ont adopté douze cités autrefois autonomes. D'autres enfin ont voulu combiner les quatre tribus avec les douze cités, mais leur système, extrêmement compliqué, ne réussit pas à concilier ces deux institutions. Pour moi, le plus sage me paraît être de s'en tenir à Thucydide II, 15, ἡ Ἀττικὴ κατὰ πόλεις ᾠκεῖτο, sans chercher à faire violence au texte, à lui faire dire que sous le mot πόλεις se cachent

[1] Philippi, p. 235, en a fait l'inventaire complet et détaillé : je relèverai dans les notes suivantes quelques opinions émises postérieurement à la publication de son livre.

[2] Ce système est particulièrement bien exposé par Koutorga, *Essai sur l'organisation de la tribu dans l'antiquité*. Paris, Didot, 1839.

les tribus ou les cités. Et toujours en restant avec Thucydide et Aristote dans ces termes généraux, il y a lieu de se représenter la formation de la cité, comme nous l'avons fait : genê et communautés villageoises, voilà les éléments premiers et certains de la Cité.

Les tribus, il est vrai, ainsi que nous le verrons, occupent des parties différentes du territoire, mais je ne pense pas que de ce fait, il soit permis de déduire leur indépendance originaire. Nous ne les connaissons d'une façon un peu précise que *dans* la Cité, et rien ne semble nous autoriser à les placer sous cette même forme *avant* la Cité et à en faire les éléments du synoecisme [1].

B. L'histoire de Sparte ne nous fournirait-elle pas quelque lumière ? Là les trois tribus seraient trois subdivisions de la race dorienne [2], existant antérieurement à la Cité. De même à Athènes, les quatre tribus seraient les quatre subdivisions, quatre groupes, quatre peuplades de la race ionienne [3], ou plutôt, comme dit Busolt, de la noblesse ionienne.

Le fait que nous avons devant nous est celui-ci : les tribus spartiates comme les tribus athéniennes ne sont localisées ni à Sparte ni à Athènes. Nous trouvons les tribus spartiates (Hylléens, Pamphyliens, Dymanes) à Argos, Sycione, etc. [4] ; les tribus athéniennes à Cyzique, Teos, Tomos [5].

Voilà, dans sa simplicité, le fait qu'il faut expliquer. Pour

[1] Gilbert, *Die altattische Komenverfassung. Jahrb. f. kl. Philol. Suppl.* VI, démontre parfaitement qu'il n'en peut être ainsi.

[2] Cfr. une étude de J. Beloch sur les invasions doriennes, *Rh. Mus.*, 1890.

[3] Telle est l'opinion que Gilbert a défendue (*Altatt. Komenverfassung. Jarhb. f. kl. Philol. Suppl.* VI) : « Die vier attischen Phylen sind nach Attika übertragen ». — Sur les invasions ioniennes en Attique, il faut remonter à O. Müller, *Die Dorier*, I, p. 250. — Hammarstrand, *Attikasverfassung z. Zeit d. Königsthum. Jahrb. f. kl. Philol. Suppl.* VI.

[4] Busolt, *Gr. St.*, p. 72.

[5] Gilbert, *Handb.*, I, p. 109, n. 1. — Voir encore Burckhardt, *De Graecorum civitatum divisionibus*. Bâle, 1873, p. 9.

l'expliquer, on nous demande de remonter jusqu'aux débuts mêmes de la race hellénique, jusqu'aux temps obscurs et ignorés où il n'existait pas encore de Cité ; on veut ensuite qu'à cette époque reculée nous admettions déjà l'existence de deux races bien caractérisées, comme les Doriens et les Ioniens, chacune comprenant certains groupes, certaines subdivisions que ces races transportent partout avec elles.

Mais à quel moment, dans la race hellénique, une dans la barbarie, se créent ces distinctions de race ? Est-ce avant l'existence des Cités, avant même la colonisation de l'Asie-Mineure ? Homère, remarquons-le, semble n'avoir pas l'idée de groupes bien délimités ; c'est qu'ils ne le sont pas encore. Les dialectes principaux sont en voie de formation ; leurs caractères distinctifs s'élaborent peu à peu. De même les dissemblances d'usages, de mœurs, auxquelles plus tard se reconnaîtront les races, commencent seulement à se dessiner.

Donc première hypothèse à démontrer.

Il y en a une seconde : à quel moment cette subdivision a-t-elle été transportée à Athènes ? Les Athéniens ne sont pas Ioniens de naissance ; c'est sur le tard qu'ils acceptent cette qualification [1]. On prétend retrouver dans leurs légendes quelques traces de leur « ionisation ». On y voit, dit-on, qu'ils se prétendent autochthones ; après bien des siècles de vie paisible, arrive un groupe d'Ioniens [2] qui prend pied sur la côte de l'Attique, gagne de plus en plus de terrain et finit par conquérir le dessus sur la population ancienne, autochthone [3].

[1] Hérodote, I, 143.

[2] Aristote (*Ath. Pol.*) admettait l'arrivée d'Ion en Attique. — Hérodote, V, 69, remarque que ces tribus étaient communes aux Ioniens et aux Athéniens.

[3] Busolt, *Gr. Staatsalt.*, voit dans les quatre tribus : « gleichberechtigte Stämme des ionischen Adels, dessen Äste und Zweige die Phratrien und Geschlechter bildeten ». Les non-nobles s'unirent aux nobles dont ils devinrent les protégés, et furent associés à leur culte. Il

Je ne doute pas que les légendes athéniennes ne se prêtent à ces combinaisons ; seulement elles se discréditent, au point de vue historique, par la docilité avec laquelle elles se plient à toutes les interprétations, à toutes les fantaisies. Elles disent tout ce qu'on veut leur faire dire, et cette extrême souplesse n'est pas pour inspirer confiance en leur véracité et en leur sérieux [1].

Ainsi il faut entasser hypothèses sur hypothèses pour expliquer l'extension du nom des tribus ; n'y a-t-il pas quelque explication plus simple ? Admettons que les tribus sont des institutions purement athéniennes ; elles se rencontrent ailleurs qu'à Athènes. N'y sont-elles pas venues d'Athènes même ? Non pas qu'il faille nécessairement admettre que toute la population de Cyzique, etc., soit d'origine athénienne [2] ; il suffit de dire qu'une partie importante des colons était d'Athènes et lui emprunta ses tribus.

Ainsi les tribus ne sont pas des institutions de la *race*, du

admet aussi qu'à leur entrée en Attique les tribus (peuplades) restèrent groupées à part et ainsi s'établirent sur des points différents du sol.

Outre les auteurs déjà cités, Kuhn, *ouv. cité*, pp. 48 s., et Haase, *Die athenische Stammverfassung* (Breslau, 1857), ont particulièrement approfondi toutes les questions relatives aux quatre tribus.

[1] Gilbert, *Handb.*, p. 110, après avoir rejeté l'opinion d'après laquelle les quatre tribus auraient existé avec le caractère de castes, dans chaque cité, avant le synoecisme opéré par Thésée, s'élève contre l'idée que les quatre tribus proviendraient d'une antique division du pays et tiendraient leur nom du caractère et de l'occupation principale des habitants de chaque région. Il conclut que la seule hypothèse admissible est que « die vier Phylen von einer Oertlichkeit, wo ihre Namen nach dem Charakter und der Beschäftigung ihrer Mitglieder enstsprachen, nach Attika übertragen sind » (sur ce point, voir Philippi, p. 290). Mais s'il en est ainsi, nous pouvons dire que chaque tribu a dû occuper une portion déterminée du territoire. Il serait inadmissible que ces quatre groupes de population, en passant en Attique, se fussent dissous aussitôt. Cela est d'autant plus inadmissible qu'il faut reconnaître aux genê et phratries, éléments de la tribu, un rapport avec le sol.

[2] Busolt, *Gr. G.*, I, p. 393.

moins rien ne le prouve; tout semble même indiquer que la race ionienne, comme tout distinct, est postérieure à la Cité athénienne.

Cet exposé, je le répète, était nécessaire; parmi les hypothèses que j'ai relevées, aucune ne s'impose; quelques-unes sont certainement erronées, les autres sont toutes ou à peu près admissibles au même titre. Parmi celles-ci toutes cadrent avec ce que je vais dire du *caractère,* de la nature des tribus. Il importait de le constater.

Nous ne connaissons d'une façon certaine les tribus que comme institutions de la Cité : c'est sous cette forme qu'elles nous apparaissent tout d'abord, et peut-être même n'ont-elles jamais eu d'existence en dehors de la Cité [1].

Quoi qu'il en soit, étudions-les à ce moment de leur histoire, telles qu'elles se montrent à nous, comme éléments de la Cité. Quels sont, à ce moment, je le répète, leurs caractères?

La tribu est-elle un principe de classification des genê et des phratries? Est-elle une division du sol au point de vue administratif? Est-elle une caste?

De castes proprement dites, il est difficile qu'il en puisse être question. Le synoecisme qui a donné naissance à l'État athénien ne se comprend plus si l'on admet des castes fermées; supposons qu'il ait consisté à grouper quatre peuplades qui sont devenues les quatre tribus de la Cité; supposons que le synoe-

[1] On peut en effet se demander si la tribu n'est pas une institution propre à la cité : la création des tribus serait alors la forme même sous laquelle se réalise le synoecisme. Quand la πόλις se constitue, les institutions précédentes (genê, phratries) sont régularisées et encadrées dans les tribus qui, en même temps, divisent le territoire de l'État et sont ses circonscriptions administratives. — Meier, *De Gent. att.,* p. 9, écrit : « antequam haec oppida in unam civitatem conjungerentur ne potuisse quidem divisionem institui quae sive Atticae totius sive incolarum omnium esset ». C'est l'idée que j'ai voulu exprimer en la modifiant quelque peu : les quatre tribus apparaîtraient avec le synoecisme; les genê et phratries lui seraient antérieurs; elles seraient régularisées et portées à des nombres fixes lors du synoecisme.

cisme ait porté sur les Cités ou dèmes autrefois indépendants : dans les deux hypothèses, la présence de ces quatre castes crée des difficultés inextricables.

Mais rien n'empêcherait d'admettre que le nom de chaque tribu a été emprunté à la profession principale exercée par ses membres : dans ces termes mêmes, la question reste obscure et incertaine [1].

Un principe de classification des genê et des phratries, Aristote l'affirme de la façon la plus positive, nous l'avons vu dans le passage où il pose quatre tribus comprenant chacune trois phratries, douze phratries comprenant chacune trente genê.

Une subdivision locale et une circonscription administrative, Aristote encore l'affirme. Voici ce qu'il écrit au sujet de Solon dans la Politeia des Athéniens, chapitre 8 : « Il y avait quatre tribus, comme auparavant, et quatre phylobasileis : chaque tribu avait été divisée en trois trittyes et comprenait douze naucraries. L'autorité établie à la tête des naucraries, c'étaient les naucrares, chargés d'opérer la rentrée des impôts et de payer les dépenses. C'est ainsi qu'il est dit dans les lois de Solon, aujourd'hui abrogées, puisqu'il n'y a plus de naucraries, que les naucrares doivent faire rentrer les impôts et payer avec les fonds des naucraries ».

Plus loin, à propos de la réforme de Clisthènes, Aristote nous apprend que ce législateur institua les démarques chargés des mêmes fonctions que les naucrares, car « il établit les dèmes à la place des naucraries, κατέστησε δὲ καὶ δημάρχους τὴν αὐτὴν ἔχοντας ἐπιμέλειαν τοῖς πρότερον ναυκράροις καὶ γὰρ τοὺς δήμους ἀντὶ τῶν ναυκραριῶν ἐποίησεν ». Or, les dèmes étaient

[1] Bonne réfutation de l'opinion qui voit des castes dans les quatre tribus, dans Koutorga, *ouv. cité.* — Voir Gilbert, *Handb.*, II, p. 100 et p. 109, n. 2 et 3. — Busolt, *Gr. St.*, p. 104 : « die ... Ansicht dass die vier Phylen Stände oder Berufskasten gewesen wären hat sich als unhaltbar erwiesen ». — Sur la signification douteuse des noms des tribus, Wilamovitz, *Phil. Unters.*, I, p. 122, n. 39.

des subdivisions géographiques du territoire et des circonscriptions administratives, donc les naucraries l'étaient aussi.

Avant de chercher à expliquer comment la tribu peut être à la fois un principe de classification des phratries et des genê, et, d'autre part, une division territoriale [1], une circonscription administratrive et, comme telle, comprendre les naucraries, attachons-nous au passage auquel je viens de faire allusion et tâchons d'en marquer toute la portée. Voici le texte : φυλαὶ δ' ἦσαν δ' καθάπερ πρότερον καὶ φυλοβασιλεῖς τέσσαρες. ἐκ δὲ τῆς φυλῆς ἑκάστης ἦσαν νενεμημέναι τριττύες μὲν τρεῖς, ναυκραρίαι δὲ δώδεκα καθ' ἑκάστην. ἦν δὲ τῶν ναυκραριῶν ἀρχὴ καθεστηκυῖα ναύκραροι, τεταγμένη πρὸς τε τὰς εἰσφορὰς καὶ τὰς δαπάνας τὰς γινομένας. διὸ καὶ ἐν τοῖς νόμοις τοῖς Σόλωνος οἷς οὐκέτι χρῶνται (οἷον εἰκὸς) γέγραπται τοὺς ναυκράρους εἰσπράττειν καὶ ἀναλίσκειν ἐκ τοῦ ναυκραρικοῦ ἀργυρίου.

Ce texte annonce-t-il une réforme de Solon? Non! il s'agit d'une institution antérieure, sur l'origine de laquelle Aristote ne se prononce pas; nous savons par Hérodote, V, 71, que les prytanes des naucraries existaient à l'époque du massacre des Cylonides. Il est constant cependant que Solon légiféra au suget des naucraries (loi citée par Aristote [2]).

[1] Cette idée est bien indiquée par Hug., *ouv. cité*, p. 6.

[2] Gilbert, *Die att. Naucrarienverf. Jahrb. f. kl. Philol.*, 1875, a cherché à prouver que Solon avait institué les naucraries. Il s'est surtout appuyé sur le texte de Photius. L'*Ath. Pol.* montre que certains éléments de ce texte ne viennent pas, comme le pensait Gilbert, d'Aristote. C'est cependant là un point qui appelle une nouvelle étude; mais elle n'entre pas dans le cadre de ce travail.

Photius, ναυκραρία — ναυκραρία μὲν ὁποῖόν τι ἡ συμμορία καὶ ὁ δῆμος, ναύκραρος δὲ ὁποῖόν τι ὁ δήμαρχος, Σόλωνος οὕτως ὀνομάσαντος, ὡς καὶ Ἀριστοτέλης φησί· καὶ ἐν τοῖς νόμοις λέγει, ἐάν τις ναυκραρίας ἀμφισβητῇ καὶ τοὺς ναυκράρους τοὺς κατὰ ναυκραρίαν· ὕστερον δὲ ἀπὸ Κλεισθένους δῆμοί εἰσι καὶ δήμαρχοι ἐκλήθησαν· ἐκ τῆς Ἀριστοτέλους πολιτείας ὃν τρόπον διέταξε τὴν πόλιν ὁ Σόλων· φυλαὶ δὲ ἦσαν τέσσαρες καθάπερ πρότερον καὶ φυλοβασιλεῖς τέσσαρες· ἐκ δὲ τῆς φυλῆς ἑκάστης ἦσαν νενεμημέναι τριττύες μὲν τρεῖς, ναυκραρίαι δὲ δώδεκα καθ' ἑκάστην. ὁ Κλείδημος ἐν τῇ τρίτῃ φησιν ὅτι Κλεισθένους δέκα φυλὰς ποιήσαντος ἀντὶ τῶν τεσσάρων

Les naucraries sont des subdivisions du territoire instituées pour des raisons d'ordre militaire et financier; elles avaient aussi le caractère communal qu'eurent plus tard les dèmes de Clisthènes. Les naucraries, qui comprenaient-elles [1] ? Comme elles étaient des circonscriptions administratives, elles comprenaient toute la population, mais avec des obligations et des charges différentes.

Notons en passant le grand progrès que viennent d'accomplir les laoi, les non-nobles ; ils sont entrés dans les tribus, tout au moins en tant que celles-ci sont des circonscriptions administratives.

Qu'est-ce que la trittye ? Deux opinions peuvent être proposées : la trittye dont il est ici question est la même que celle dont il s'agit dans le fragment déjà cité du début de la Politeia ; écrivez donc tout simplement phratrie au lieu de trittye [2]. Ou bien il s'agit d'une autre espèce de trittye, semblable à celle qu'institua Clisthènes. Dans la première opinion, Aristote, en posant une nouvelle division de la tribu (en naucraries), a voulu rappeler l'ancienne (en phratries). Dans la seconde opinion, il a voulu énumérer les subdivisions nouvelles de la tribu en trittyes et en naucraries, et n'a pas songé à rappeler les anciennes. Qu'est-ce que la trittye ? Remarquez qu'Aristote ne dit pas que

συνέβη καὶ εἰς πεντήκοντα μέρη διασαγῆναι· αὐτοὺς δὲ ἐκαλοῦν ναυκράρια, ὥσπερ νῦν εἰς τὰ ἑκατὸν μέρη διαιρεθέντα καλοῦσι συμμορίας. — POLLUX, VIII, p. 108 : ναυκραρία δ' ἦν τέως φυλῆς δωδέκατον μέρος καὶ ναύκραροι ἦσαν δώδεκα, τέτταρες κατὰ τριττὺν ἑκάστην· τὰς δὲ εἰσφορὰς τὰς κατὰ δήμους διεχειροτόνουν οὗτοι καὶ τὰ ἐξ αὐτῶν ἀναλώματα... — Voir HESYCHIUS, *s. v.*, ναύκλαροι. — BEKKER, *Anecd.*, 283, 20. — HARPOCR., *s. v.*, ναυκραρία.

[1] BUSOLT, *Gr. St.*, pp. 111 et 112, leur reconnaît ces caractères : elles constituaient une circonscription locale déterminée, mais elles ne comprenaient, ajoute-t-il, que les citoyens aisés (Verbände vermögender Bürger).

[2] Le mot *trittye* ne s'est-il pas glissé à tort dans ce passage? C'est possible. Harpocration et Pollux ont commis une erreur de ce genre au sujet des ἔθνη.

la naucrarie est une subdivision de la trittye ; on peut comprendre tout le contraire et lire le passage comme si d'*une part* la tribu se divisait en trois trittyes (ou phratries) et d'*autre part* en douze naucraries. Mais si Aristote a voulu rappeler l'ancienne division en phratries, pourquoi ne dit-il rien des genê ? S'il a voulu dire que la tribu a été soumise à de nouveaux principes de division, territoriaux, la trittye contient les naucraries [1] et Aristote ne l'a pas dit.

S'il s'était agi d'une nouvelle espèce de trittyes, pourrait-on croire, Aristote, afin de prévenir toute équivoque, s'en serait expliqué nettement. Il suffit d'avoir lu la Politeia pour renoncer à cet argument : avec sa rapide concision, la Politeia a laissé plus d'un point dans le vague, et j'avoue que je ne vois jusqu'ici aucune raison décisive pour se prononcer en l'un ou l'autre sens. Il semble cependant que le chapitre 21 (*Réforme de Clisthènes*) nous offre un argument en faveur de l'opinion qui voit dans les trittyes du chapitre 8 des institutions nouvelles ; nous y lisons que Clisthènes a créé dix tribus et non pas douze, afin de ne pas retomber dans les anciennes divisions ; en effet, il y avait dans les quatre tribus primitives douze trittyes. Les trittyes ne peuvent être une seule et même chose que les phratries ; car la division dont Aristote rapproche les tribus *locales* de Clisthènes, doit être locale. Si Clisthènes n'a pas divisé le territoire en douze cantons, c'est qu'il le trouvait déjà partagé de cette façon ; mais ce passage offre quelque chose de bizarre ; Ruhl [2] y voit une allusion aux douze tribus instituées postérieurement à Aristote, et en profite pour nier l'authenticité de la Politeia. Sans aller aussi loin, on peut se demander si l'on n'est pas en présence d'une note explicative, ajoutée après coup et qui s'est glissée dans le texte, car la raison donnée est singulière, si l'on songe que, quelques lignes plus bas, Aristote explique que le territoire de chaque

[1] C'est l'opinion de Photius et de Pollux.

[2] *Rh. Mus.*, 1891, p. 451.

tribu de Clisthènes ne formait pas un ensemble ; par conséquent les douze tribus locales nouvelles n'auraient pu coïncider avec les douze trittyes locales anciennes.

La question ne présente d'ailleurs que peu d'intérêt ; ce qui est avéré, c'est que la tribu se divise à un double point de vue : selon le principe gentilice en phratries, et selon le principe territorial en naucraries, qu'il faille ou non encadrer les naucraries dans de nouvelles trittyes (les trittyes proprement dites) ; ce qui est certain, c'est que les naucraries ne sont pas dans les phratries, qu'Aristote aurait également appelées trittyes (fr. du début de la Politeia). Donc la tribu est à la fois un principe de classification des genê et un principe de division territoriale.

Ces deux qualités ne s'excluent-elles pas ? Non ! La tribu les a-t-elle toujours possédées ensemble ? Oui évidemment. Mais bien que locale dès le commencement, la tribu n'a été subdivisée sous ce rapport qu'à une époque relativement tardive.

La naucrarie est une division territoriale : c'est le sol qui est partagé en naucraries. Si la tribu comprend les naucraries, c'est qu'elle-même est une division territoriale [1] ; elle comprend la naucrarie comme l'arrondissement comprend le canton ; mais si la tribu est territoriale, comment peut-elle comprendre la phratrie, à moins que celle-ci ne soit territoriale ? Si la phratrie est territoriale, le genos l'est donc aussi. Telle est la conséquence que l'on pourrait vouloir tirer : est-il besoin de

[1] Zelle, *Beiträge zur ältern Verfassungsgesch. Athens*, avait déjà fait valoir cet argument (de même Schoemann, *Verfassungsgesch.*, p. 13) pour montrer que les tribus devaient former des circonscriptions locales, puisqu'elles comprenaient les naucraries. Mais ils n'en avaient pas tiré, ce me semble, toutes les conséquences. De même Hammarstrand, *Jahrb. f. kl. Philol. Suppl.* VI, soutient que les douze phratries comme les quatre tribus étaient locales ; plus tard, les limites des phratries s'étant effacées, on substitua aux phratries douze trittyes ; mais la création même de ces trittyes locales, subdivisées en naucraries, montre que les phratries n'étaient pas locales, tandis que les tribus l'étaient.

dire qu'elle est inadmissible? Elle est contraire à tout ce que nous savons de positif du genos.

Certes, personne n'admettra un partage du sol en 360 petits cantons administratifs. Jamais ils n'ont existé. Il y a bien eu 360 régions de la propriété privée, mais elles n'ont pas été reprises par l'État au point de vue politique et administratif. La phratrie non plus n'est pas une circonscription administrative; la seule circonscription de cette nature a été originairement la tribu; plus tard, dans la tribu, la naucrarie et peut-être la trittye.

Nous restons devant ce fait : la tribu est à la fois un principe de classification des genê et une circonscription territoriale; nous voici devant un compromis du principe gentilice et du principe territorial. Arriverons-nous à voir clairement comment il fut conclu?

Le genos n'est pas totalement indépendant du sol : une carte de l'ancienne Attique n'aurait pas présenté un damier divisé en 360 petits carrés, mais elle aurait porté 360 points montrant les lieux où les genê étaient situés, où ils avaient leur siège. On n'est pas gennète, on ne le fut jamais, parce qu'on était domicilié sur un point du territoire. L'appartenance aux genê est réglée par la naissance, par le principe gentilice dans toute sa rigueur. Un moment vient où il y a douze phratries : ce ne sont pas encore des cantons qui divisent le sol, mais on peut remarquer sur la carte douze points indiquant le siège des douze phratries : c'est encore, et dès l'origine, la naissance qui détermine l'appartenance à ces corporations.

La tribu, elle, divise le sol; mais elle ne tient pas compte des individus que porte le sol; elle tient compte des phratries qui ont leur siège dans les différentes parties de l'Attique. La qualité de membre d'une tribu ne s'acquiert pas par le domicile de l'individu : c'est encore le principe gentilice qui prévaut, mais plus dans toute sa rigueur; il a conclu une alliance avec le principe territorial. A un moment, il est nécessaire de développer l'administration; pour cela, il faut diviser le sol. Apparaît la naucrarie, elle divise la tribu, en tant qu'elle relève du

principe territorial, la laisse intacte en tant qu'elle relève du principe gentilice.

La qualité de membre d'une naucrarie se gagne-t-elle et se perd-elle par le domicile? S'il en est ainsi, le même homme peut appartenir à deux tribus : une fois par sa naissance, par la phratrie, une fois par son domicile, par la naucrarie. Il faut dire que sont membres de telle naucrarie déterminée, les membres des genê qui ont leur siège sur la partie du territoire attribuée à cette naucrarie. Celle-ci offre donc la même combinaison que la tribu entre le principe gentilice et le principe territorial.

Pour les non-nobles qui entrent dans la naucrarie, c'est probablement le domicile qui prévaut, tout au moins pour la première génération.

Le sol de l'État athénien s'est primitivement divisé en quatre tribus : existe-t-il dans la tradition quelque trace certaine de cette ancienne division? Les modernes ont cru en discerner l'une ou l'autre; mais il faut reconnaître qu'elles sont bien douteuses, qu'aucun souvenir précis des limites de chaque tribu ne s'était conservé. Pourquoi? Remarquez qu'il ne s'agit pas ici d'un fait antérieur à l'histoire; ces quatre circonscriptions existaient encore à l'époque de Clisthènes. La raison pourrait être le peu d'importance de ces quatre tribus au point de vue politique et administratif, et le rôle plus considérable des naucraries; mais remarquez que le souvenir des limites des naucraries se perdit tout aussi vite.

Il y a donc une différence entre le rapport des tribus, d'une part, et celui des phratries et des genê, d'autre part, avec le sol. Cette différence consiste en ce que la tribu est une circonscription administrative, divise le sol au point de vue politique, tandis que la phratrie et le genos ont bien une attache avec le sol, mais ne le divisent qu'au point de vue de la propriété privée.

Mais on pourrait faire une objection : pourquoi cette théorie ne s'appliquerait-elle pas à la phratrie? S'il en était ainsi, il y

aurait dans les quatre arrondissements (tribus) qui se partagent le territoire, douze cantons (phratries), et chacun de ces cantons comprendrait, grouperait les genê qui y possèdent leur siège : cette façon de concevoir la phratrie paraît inconciliable avec ce que nous savons de la réforme de Clisthènes. Clisthènes supprime toutes les anciennes circonscriptions administratives et politiques : c'est là le trait essentiel de sa législation. Si la phratrie avait été une circonscription de cette nature, il eût dû la supprimer, car la laisser subsister, c'eût été se condamner à un échec certain.

Sur ce point, l'opinion qu'on se fait de la trittye, telle qu'elle apparaît avant Clisthènes, peut avoir une grande importance. Si Aristote, en parlant de la trittye, à propos des naucraries, a voulu indiquer une division nouvelle, distincte de la phratrie, nous avons la preuve indiscutable que la phratrie n'était pas locale. En effet, à quoi bon créer douze nouvelles circonscriptions territoriales, s'il en existait déjà le même nombre sous le nom de phratries? Mais l'opinion d'Aristote sur ce point, ainsi qu'il a été dit, ne se présente pas avec assez de netteté, pour nous autoriser à en tirer une conclusion aussi formelle.

VII. — *Émancipation progressive des laoi. Les laoi dans les tribus et les phratries. Orgéons, thiases.*

Je prendrai comme point de départ les fragments, qui nous ont été conservés, de Philochore. Ce qui suivra justifiera, je l'espère, ce choix. Autour de ces fragments, je grouperai ensuite quelques autres textes.

Suidas v. Ὀργεῶνες· (Muller, *F. H. G.*, I, fr. 94 de Philochore) περὶ δὲ τῶν ὀργεώνων γέγραφε καὶ Φιλόχορος τοὺς δὲ φράτορας ἐπάναγκες δέχεσθαι καὶ τοὺς ὀργεῶνας, καὶ τοὺς ὁμογάλακτας, οὓς γεννήτας καλοῦμεν.

Ce texte signifie : il est nécessaire que les phratères reçoivent et les orgéons et les homogalaktes, que nous appelons gennètes.

Meier [1] a cru que Philochore comprenait sous le mot gennètes : 1° les orgéons, 2° les homogalaktes. Mais la construction de la phrase grecque serait alors bien peu claire, et le fr. 91 ne laisse pas douter qu'il ne faille restreindre οὓς γεννήτας καλοῦμεν au seul mot ὁμογάλακτες [2].

Nous apprenons donc que chaque phratrie renfermait deux éléments, les gennètes ou homogalaktes et les orgéons. D'où provenait cette distinction ? Répondait-elle à une différence d'origine pour les homogalaktes la naissance, pour les orgéons la communauté du culte ? Quelle que fût sur ce point l'opinion

[1] Meier, *De Gentil,* p. 24.

[2] Il est probable d'ailleurs que les trois derniers mots du texte constituent une addition au texte primitif (Gilbert, *Handb.*, I, p. 114). — Fr. 91 de Philochore : Φιλόχορος δ'ἐν τῇ τετάρτῃ φησὶ προτέρον ὁμογάλακτας ὀνομάζεσθαι οὓς νῦν γεννήτας καλοῦσιν. Ainsi les fr. 91 et 94 sont bien clairs : homogalaktes = gennètai.

Je ne reproduis que pour mémoire deux fragments qui ont donné matière à de nombreuses controverses :

Fr. 92, *Suidas :* Καὶ γεννῆται, οἱ ἐκ τοῦ αὐτοῦ καὶ πρώτου τῶν τριάκοντα γενῶν, οὓς καὶ πρότερόν φησι Φιλόχορος ὁμογάλακτας καλεῖσθαι.

Fr. 93, *Suidas :* Ὁμογάλακτας, Φιλόχορος καλεῖ τοὺς γεννήτας τοὺς ἐκ τοῦ αὐτοῦ πρώτου γένους τῶν λ' γενῶν (Muller, *F. H. G.*, I.)

Comment faut-il traduire? Philippi, qui suit l'opinion de Platner, traduit : gennètes ou, comme les appelait Philochore, homogalaktes sont ceux qui appartenaient à un même genos et de plus à l'un des anciens genê, parmi les trente qui constituaient une phratrie. Il développe (p. 204, n. 47) le texte : οἱ ἐκ τοῦ αὐτοῦ γένους καὶ οἱ ἐκ τοῦ πρώτου γένους ἢ ἔκ τινος τῶν τριάκοντα γενῶν. Il est bien difficile de voir tout cela dans le texte, et la traduction qui s'impose est : sont homogalaktes les gennètes qui appartiennent à un même genos ἐκ τοῦ αὐτοῦ et, de plus au premier des trente genê qui forment une phratrie. Ainsi gennètai n'est pas synonyme d'homogalaktes ; ce mot ne s'applique qu'aux membres du premier genos de chaque phratrie. Mais s'il en est ainsi, nous nous heurtons à une contradiction complète avec les fr. 94 et 91, où gennètai = homogalaktes. Nous concluons donc avec Lipsius et d'autres qu'il faut purement et simplement rejeter les fr. 92 et 93.

Voir Lipsius, *Bursian's Jahrb.*, 1873. — Stojentin, *De Julii Pollucis... auctoritate.* Breslau, 1875, p. 42. — Buermann, *Jahrb. f. kl. Philol. Suppl.* IX. — Philippi, *ibidem,* 1879. — Gilbert, *Handbuch,* l. c.

de Philochore, les mots répondent pour lui : homogalaktes désigne clairement un ensemble de familles issues d'une souche commune; orgéons, un groupe de familles à l'union desquelles la religion bien plus que la parenté a présidé. Il y a donc deux espèces de phratères, les gennètes, ou membres des anciens genê, et les orgéons ou thiasotes [1]; mais quel est le rapport des orgéons avec les genê ?

Pour répondre à cette question, il faudrait savoir à quelle époque s'applique le texte de Philochore.

Le livre (le quatrième) d'où il est extrait ne permet pas de croire qu'il concerne l'organisation primitive. Ce texte est emprunté aux mesures législatives prises après 403, pour assurer la pureté des listes des citoyens. Certes, les mots homogalaktes et orgéons, la présence de ces deux éléments dans la phratrie, remontent à une époque bien antérieure [2]. Néanmoins, quand Philochore parle des gennètai, il emploie ce mot dans le sens qu'il avait à son époque, il envisage la phratrie telle qu'il la connaissait. Il ne parle donc pas de la même chose qu'Aristote. Cette observation s'applique encore à Isée, dont il va être question.

A l'époque de Philochore et d'Isée, la phratrie comprenait comme des corps indépendants, distincts, les gennètes et les orgéons.

Les anciens nombres étaient depuis longtemps tombés en désuétude. On ne peut donc utiliser les textes de Philochore et d'Isée pour éclaircir ceux d'Aristote, Harpocration, Pollux [3].

[1] Le mot orgéons semble plus ancien que les mots thiases, thiasotes.

[2] SCHOELL, *Die kleisth. Phr.*, fait remonter ce texte à la législation de Clisthènes, mais, on le verra, la situation qu'il vise est beaucoup plus ancienne.

[3] HARPOCRATION : Γεννῆται, οἱ τοῦ αὐτοῦ γένους κοινωνοῦντες. Διηρημένων γὰρ ἁπάντων τῶν πολιτῶν κατὰ μέρη, τὰ μὲν πρῶτα καὶ μέγιστα μέρη ἐκαλοῦντο φυλαί, ἑκάστη δὲ φυλὴ τριχῇ διήρητο, καὶ ἑκαλειτο ἕκαστον μέρος τούτων τριττὺς καὶ φρατρία, πάλιν δὲ τῶν φρατριῶν ἑκάστη διήρητο εἰς γένη λ', ἐξ ὧν αἱ ἱερωσύναι αἱ ἑκάστοις προσήκουσαι

Avant d'examiner le texte d'Harpocration, remontons jusqu'au discours d'Isée auquel il fait allusion.

Dans ce discours (VII, sur la succession d'Apollodore), en un endroit, Isée invoque le témoignage des gennètai et, plus loin, il appelle ces mêmes gennètai, συγγενεῖς; avant d'expliquer ce point, notons que dans un autre discours (II, 14, sur la succession de Ménéclès), dans des circonstances identiques, là où on s'attendrait à trouver le mot gennètai, il emploie le mot orgéons; ainsi Apollodore fait partie des gennètai; Ménéclès fait partie d'une association d'orgéons qui apparaît clairement comme l'équivalent du genos (des gennètai [1]).

Isée a-t-il donné à ces mots un sens technique différent, ou sont-ce des synonymes?

Si Isée n'avait pas interprété lui-même le mot gennètai par le mot sungeneis, le point serait douteux; mais cette interprétation montre que ce terme est pour lui un terme technique. La chose devient évidente quand on se rappelle le fr. 94 de Philochore (*supra*), où gennètai est indiqué comme synonyme d'homogalaktes; c'est ce dernier mot auquel Isée donne un

ἐκληροῦντο. Ἔστι δὲ παρὰ πολλοῖς τῶν ῥητόρων τοὔνομα ὡς καὶ Δημοσθένης ἐν τῇ πρὸς Εὐβουλίδην ἐφέσει. Ἰσαῖος δ' ἐν τῷ περὶ Ἀπολλοδόρου κλήρου, τοὺς συγγενεῖς γεννήτας ὠνόμασεν οὐχ οἱ συγγενεῖς μέντοι ἁπλῶς καὶ οἱ ἐξ αἵματος γεννῆταί τε καὶ οἱ ἐκ τοῦ αὐτοῦ γένους ἐκαλοῦντο, ἀλλ' οἱ ἐξ ἀρχῆς εἰς τὰ καλούμενα γένη κατανεμηθέντες. Φιλόχορος δ' ἐν τῇ τετάρτῃ φησι πρότερον ὁμογάλακτας ὀνομάζεσθαι οὕς νῦν γεννήτας καλοῦσιν (Muller, *F. H. G.*, I, 399; fr. 91 de Philochore).

[1] Il s'agit bien ici des orgéons, membres de la phratrie, car ils se prononcent sur une question d'état civil. Philippi remarque, après d'autres (*Jahrb. f. kl. Philol.*, 1878), qu'il y aurait lieu de se demander si les phratries renferment bien, comme deux espèces distinctes de membres, les homogalaktes et les orgéons, et si généralement il ne faut pas voir dans les orgéons de simples associations religieuses. Telle est bien l'une des significations du mot orgéons, et de même dans Isée, IX, 30, le thiase est une confrérie qui probablement n'a rien de commun avec les phratries. Néanmoins il y a des orgéons et des thiasotes dans les phratries. Le doute qu'émet Philippi est levé par l'inscription de Décélie et le fr. 91 de Philochore ainsi que par Isée, II, 14. — Voir Foucart, *Des associations religieuses des Grecs*.

exact équivalent en employant sungeneis. Ainsi Isée, dans la phratrie, aperçoit deux espèces de membres, les orgéons et les gennètes.

Avant d'arriver à Harpocration, reprenons encore le passage d'Aristote auquel il se réfère. Aristote (fr. du début de la Politeia) ne nous parle ni des homogalaktes, ni des orgéons; il ne connaît dans les genê que les gennètai, et il considère les genê comme des institutions factices. Il ne dit pas du tout la même chose qu'Isée et que Philochore.

Harpocration, qui a tout à la fois sous les yeux Aristote, Isée et Philochore, remarque ces différences : il ne peut admettre, avec Isée, que gennètai soit synonyme de sungeneis; il reprend à Philochore les homogalaktes; il emprunte à Aristote, comme point de départ, l'idée que les genê sont factices, et n'apercevant pas que tous ces témoignages se rapportent à des époques différentes, il s'efforce de les combiner et de les concilier.

Sont gennètes, d'après lui, non seulement les parents, ceux qui appartiennent à la même race, mais encore ceux qui furent dans le principe répartis dans les genê.

Il dit donc bien qu'il y a deux espèces de gennètes : les gennètes en vertu du sang et les autres. N'y a-t-il dans les phratries que des gennètes? Ou bien comprennent-elles d'abord les gennètes, puis les orgéons, comme le dit Philochore? Harpocration ne parle pas des orgéons comme membres des phratries : il ne connaît dans celles-ci que les gennètes; mais il sait qu'il y a, je viens de le dire, deux espèces de gennètes, et cette distinction ne lui est-elle pas inspirée par Philochore, lequel, dans la phratrie et non pas dans le genos, distinguait deux espèces de membres, les homogalaktes ou gennètes et les orgéons? Je ne pense pas que Harpocration ait eu à cet égard une idée bien précise; mais, selon lui, ces deux espèces de gennètes se rencontrent dans le même genos; c'est là le sens de sa protestation contre l'opinion d'Isée, qui voyait des συγγενεῖς dans tous les membres d'un genos. Harpocration a voulu simplement insister sur le caractère factice qu'il attribue au genos.

Ajoutons encore un passage de l'*Etym. Magnum* [1]. D'après lui, les gennètes sont ceux qui ont en commun des associations religieuses, ὀργίων, familiales, συγγενικῶν, ou certaines divinités, d'où on les appelle orgéons, soit qu'ils appartiennent à la même race, soit qu'ils possèdent, depuis l'origine, des cultes communs. J'avoue ne pas bien saisir ce mot συγγενικῶν, qui me paraît en contradiction avec les derniers mots, mais, à part cela, l'idée est claire. A quel signe reconnaît-on les gennètes ? A la parenté ? Non, et de fait on ne saurait plus la prouver. A quoi alors? A la communauté du culte. De là le nom d'orgéon est synonyme de gennète, couvre la même idée. Mais quelle est l'origine des gennètes ou orgéons? Elle est double : la communauté de race et la communauté du culte. Il y a deux espèces de gennètes ou orgéons : ceux qui sont de la même race et ceux qui participent au même culte.

Ce n'est pas sans dessein que j'ai groupé tous ces textes auxquels on pourrait joindre ceux de Pollux [2]; on aura déjà aperçu la distinction qu'il y a à faire entre eux.

Les textes de Philochore et d'Isée concernent des faits contemporains des écrivains, tout au moins en ce qui regarde Isée, ou, pour Philochore, des faits de l'époque historique. Du temps d'Isée, les phratries contiennent deux espèces de membres, les orgéons et les gennètai. Depuis une époque qui n'est pas moins ancienne que 403, les phratères, d'après Philochore, se distinguent en homogalaktes et en orgéons. Les homogalaktes ou sungeneis sont les anciens gennètai dont parle Aristote. Les orgéons, ce sont les laoi qui ont été,

[1] γενῆται, ἀλλ' ὥσπερ οἱ δημόται καὶ οἱ φράτορες ἐκαλοῦντο νόμων κοινωνίαν τινα ἔχοντες, οὕτω καὶ οἱ γενῆται συγγενικῶν ὀργίων ἢ θεῶν, ἀφ' ὧν ὀργεῶνες ὠνομάσθησαν ἢ οἱ ταυτοῦ γένους μετέχοντες, ἢ ἀπ' ἀρχῆς κοινὰ ἱερὰ ἔχοντες. Ce passage attribue au mot gennètai et au mot orgéons un sens très général. Sont gennètes ou orgéons, car ces deux mots couvrent la même idée, ceux qui participent au même culte, dans les genê.

[2] Infra p. 56, n. 1, voir les textes de Pollux.

depuis l'époque dont traite ce dernier auteur, associés aux phratries [1].

Au contraire, Harpocration et surtout l'*Etym. Magnum* n'ont pas aperçu l'application qu'il y a lieu de faire, à des époques différentes, des témoignages de Philochore et d'Isée, et de celui d'Aristote; ils cherchent à les concilier et à les fondre. Leur erreur éclate particulièrement dans le sens large que donne l'*Etym. Magnum* au mot γενῆται; l'auteur a trouvé ce mot dans Aristote et autres, comme un terme technique, ne s'appliquant qu'aux membres des anciens genê et à l'époque où il n'y avait dans la phratrie que des gennètes; plus tard, il voit qu'il y a dans les phratries des orgéons; il sent que c'est là une grave difficulté historique; pour s'en tirer, il identifie orgéons et γενῆται.

Un grand changement s'est donc opéré dans la constitution

[1] Groupons ici les différents emplois que nous avons rencontrés des mots gennètai et orgéons-thiasotes en ajoutant quelques indications complémentaires.

Gennètai a pour synonymes homogalaktes (Philochore) et συγγενεῖς (Isée). Il s'applique aux membres des anciens genê. Homogalaktes est un terme technique, car Pollux, VI, 156 : οἱ καὶ ὁμογάλακτες ἴδιον τῶν Ἀττικῶν. Pollux, VIII, 111, indique la synonymie d'homogalaktes et de gennètai : καὶ οἱ μετέχοντες τοῦ γένους γενῆται καὶ ὁμογάλακτες, γένει μὲν οὐ προσήκοντες ἐκ δὲ τῆς συνόδου οὕτω προσαγορευόμενοι. D'après Gilbert, *Handbuch*, p. 113, n. 5, ce passage ne donne pas homogalaktes et gennètai comme synonymes; mais γενῆται signifie dans ce passage l'ensemble des membres des genê et ὁμογάλακτες une partie. Cfr. Pollux, III, p. 52 : ἐκαλοῦντο δ'οὗτοι (les trente ἄνδρες de chaque genos) καὶ ὁμογάλακτες καὶ ὀργεῶνες. Il y a ici une confusion, Busolt, *G. G.*, p. 395, n. 1, laquelle montre que Pollux n'avait pas sur ce point d'idée nette. Stojentin, *De J. Pollucis ... auctoritate.* Breslau, 1875, p. 37.

D'après l'*Etym. Magn.*, gennètai est synonyme d'ὀργεῶνες. Mais le fr. 94 de Philochore fixe d'une façon définitive le sens de homogalaktes (gennètai) et d'orgéons. Ce ne sont pas là deux synonymes; comme le dit Schoell, *Die kleisth. Phratrien*, les deux καὶ : καὶ τοὺς ὀργεῶνας καὶ τοὺς ὁμογάλακτας montrent bien que nous sommes en présence de deux catégories distinctes de phratères. Toepffer, p. 9, reprenant l'idée de

de la phratrie : depuis l'époque primitive que nous a décrite Aristote, les laoi, si je puis continuer à employer l'expression homérique, sont entrés dans les phratries ; celles-ci ont perdu leur caractère purement aristocratique.

A quelle époque s'est opéré ce changement ?

Beaucoup d'auteurs en ont fait honneur à Clisthènes. Dans la seconde partie de ce travail, je rencontrerai les motifs que l'on invoque pour attribuer ce changement à Clisthènes ; je me borne ici à préparer cette réfutation en montrant que l'introduction des laoi dans les phratries lui est bien antérieure.

Et d'abord posons ce principe, qu'à Athènes le droit politique fut toujours subordonné à l'appartenance à une phratrie ; s'il en est ainsi aux derniers siècles, alors que la phratrie n'est plus qu'un souvenir, à plus forte raison en est-il de même quand nous remontons dans l'ordre des temps. Ce principe s'impose si rigoureusement, que Clisthènes lui-même doit le respecter. Si donc, dans les temps antérieurs, nous trouvons les non-nobles dans la cité, nous sommes sûrs qu'ils sont en même temps dans les phratries et dans les tribus.

C. Schaefer, a soutenu à tort que ὁμογάλακτες et ὀργεῶνες s'appliquent tous deux aux anciens genê ; le premier mot désignerait les gennètes sous le rapport de la gentilité, et le second sous le rapport de la communauté du culte.

Orgéons désigne selon nous les membres non-nobles des phratries. Orgéons dans un sens beaucoup plus large chez Photius (Gilbert, *Handbuch*. p. 114, note 2) : ὀργεῶνες δὲ εἰσιν οἱ ἐπὶ τιμῇ θεῶν ἢ ἡρώων συνιόντες. Cfr. Gilbert, I, p. 202, notamment la loi de Solon, citée par lui d'après Gaïus, p. 203, n. 2. — Voir encore sur les orgéons, Bekker, *Anecd.*, pp. 191, 27 ; Harpocr., *s. v.* Le mot est pris dans un sens très général dans ces passages.

J'ai indiqué thiase comme synonyme d'association d'orgéons. Il signifie donc d'abord association religieuse de laoi en vue de participer au culte gentilice, puis, d'une façon plus large, une association religieuse quelconque. Exemples : *C. I. A.* et Isée, *De Astyphili hered.* : εἰς τοίνυν τὰ ἱερὰ ὁ πατὴρ ὁ ἐμὸς τὸν Ἀστύφιλον παῖδα ἦγε μεθ' ἑαυτοῦ ὥσπερ καὶ ἐμὲ πανταχῆ. εἰς τοὺς θιάσους τοὺς Ἡρακλέους ἐκεῖνον εἰσήγαγεν, ἵνα μετέχοι τῆς κοινωνίας. Cfr. Foucart, *Des Associations religieuses chez les Grecs*.

Quand les naucraries furent créés, ils y furent compris, car eux aussi eurent à supporter des charges financières et militaires; en passant par la naucrarie, ils pénétrèrent dans la tribu. Probablement ne lui appartiennent-ils encore qu'en tant qu'elle est une circonscription territoriale, administrative, car il ne s'agit encore que de leur imposer des charges. Mais plus tard, tout au moins dès l'époque de Dracon, ils entrent dans la tribu et même dans la phratrie, car le législateur remet le pouvoir aux hoplites, remplaçant le privilège de la naissance par celui de la fortune. Alors ils sont associés à la phratrie, et celle-ci leur confère la faculté d'exercer les droits politiques.

Il me faut maintenant rechercher en quelle qualité les non-nobles font partie des tribus; ce n'est pas en qualité de gennètes, c'est-à-dire de membres des anciens genê, mais en qualité d'orgéons ou thiasotes, c'est-à-dire de membres des confréries religieuses affiliées à la phratrie [1].

Les orgéons sont d'abord admis aux autels des genê nobles par faveur, et ils ont dans la cité et dans les cérémonies du culte la même situation effacée; mais la barrière est franchie. Peu à peu ils acquièrent le droit politique dans toute son intégralité.

Tous les citoyens font partie de l'organisation gentilice des genê nobles ou font partie des thiases; le culte de Zeus Herkeios et d'Apollon Patrôos est devenu commun à tous, de même le droit politique [2].

Quelle est l'origine des orgéons ou thiases ?

Du jour où les genê nobles sont fortement organisés, comme des corps familiaux, religieux et politiques, les non-nobles peuvent mesurer toute leur infériorité.

[1] Voir *Hermann's Lehrbuch*. I. *Staatsalterthümer*, 6e éd., par THUMSER. Fribourg, I. B., 1892. (Je n'ai pu me servir de cet excellent ouvrage que pour la correction d'une partie des épreuves.) Thumser reconnaît, p. 319, un élément des phratries dans les orgéons, mais il en place l'apparition lors de la réunion d'Eleusis à Athènes. Il croit aussi, p. 311, que les non-nobles firent toujours partie des phratries.

[2] Cfr. THUMSER, *Staatsalterthümer*, 6e éd., p. 331.

Ils sentent que les nobles sont au-dessus d'eux, non pas seulement par le prestige de leur nom, par leurs richesses, mais surtout par la consécration religieuse que leur impriment leurs cultes particuliers. La piété, comme le désir de se relever de leur déchéance, les poussent à chercher à obtenir leur admission à ces cultes.

Alors naît une seconde espèce de genê, proprement appelés association d'orgéons ou thiases; l'idée familiale n'est, sans doute, pas totalement absente de l'organisation de ces corporations, mais ce qui y prédomine, c'est l'idée religieuse. Le lien principal des orgéons est la communauté du culte.

Il n'a pas été besoin d'un législateur pour créer les thiases; son action n'est pas moins inutile pour hâter leurs progrès dans la phratrie; ceux-ci s'opèrent lentement, et quand la loi accorde de nouveaux droits aux non-nobles, elle ne fait qu'acter ces progrès. Indiquons leurs phases principales : à l'origine les non-nobles sont vis-à-vis des gennètes, dans la situation des clients vis-à-vis des patriciens; ils sont membres passifs du genos, simples associés au culte. Mais ils ne sont pas associés à titre individuel : l'admettre serait ne pas tenir compte de la force du principe d'association à Athènes; pour prendre part au culte, ils constituent des associations spéciales, les thiases ou ὄργια. Mais les familles nobles s'éteignent, leurs richesses diminuent, les laoi sortent de leur misère, certains deviennent riches à leur tour. Le prestige des gennètes, dans la phratrie, s'affaiblit; les thiases prennent de plus en plus d'importance et ils finissent par devenir les égaux des genê. La réforme de Clistènes n'accomplit pas cette transformation, mais elle facilite son achèvement.

DEUXIÈME PARTIE.

LA RÉFORME DE CLISTHÈNES.

Telle était donc l'organisation de la Cité : le territoire divisé en quatre tribus, douze trittyes (?), quarante-huit naucraries ; d'autre part la population en quatre tribus, douze phratries, trois cent soixante genê ; d'un côté le principe gentilice, de l'autre le principe territorial, et j'ai essayé de montrer comment on avait rapproché et soudé l'un à l'autre ces deux principes contraires. Clisthènes modifia cette organisation ; il ne supprima pas le principe gentilice, mais le fit redescendre du premier au second rang, et le principe territorial gagna tout ce que perdit son rival.

Avant d'étudier comment il chercha à les combiner, il me faut établir l'esprit dans lequel Clisthènes fit sa réforme, les besoins auxquels il voulut donner satisfaction.

I. — *Motifs de la réforme de Clisthènes.*

Les réformes antérieures n'avaient pas eu un effet direct et immédiat sur la situation politique. Certes, dans le domaine du droit leur portée fut immense ; mais le grand changement qu'elles opéraient dans les lois ne se traduisit que partiellement dans les faits. Elles avaient dépouillé la noblesse de presque tous ses privilèges, elles avaient porté un rude coup à la racine même de ces privilèges, au principe de la naissance. Mais en histoire, comme ailleurs, la force acquise persiste, après que l'impulsion a cessé. La noblesse continuait à régner, non plus en vertu des lois, mais en vertu de vieilles habitudes, par sa confiance en elle-même et par la timidité d'une démocratie jeune et inexpérimentée.

Tout cependant préparait une ère nouvelle : que fallait-il pour qu'elle fût accomplie ? Que le peuple sortît de son indifférence, rompît avec la tradition et se sentît l'énergie suffisante pour user de ses droits. De droits nouveaux, il n'en était pas besoin. Athènes était encore bien éloignée de la pleine démocratie qui ne considère les hommes que comme des quantités égales entre elles, quels que soient la fortune, l'intérêt social et même le talent et la moralité. Solon avait cru trouver dans la fortune, la mesure de l'intérêt social, la garantie de l'esprit d'ordre et la preuve d'une préparation suffisante : il avait établi une double échelle, celle des fortunes et celle correspondante des devoirs et des droits; par sa réforme, il appelait au gouvernement tout au moins la bourgeoisie ; mais plus fortes que les lois, les mœurs, les habitudes avaient suffi pour maintenir la situation prédominante des eupatrides et réduire les questions politiques à la rivalité des familles nobles.

Cette situation remontait fort haut : déjà le coup de main manqué de Cylon avait découvert les espérances secrètes de bien des eupatrides ; plus tard, après Solon, l'archontat de Damasias avait de nouveau mis au jour la préoccupation de l'aristocratie et attesté la présence de trois groupes dans la population : Eupatrides, Géorgoi, Démiurges. A l'époque où Pisistrate commence ses menées, trois partis nouveaux, ou tout au moins trois partis portant des désignations nouvelles, se disputent le pouvoir : « l'un était celui des Paraliens, dont le chef était Mégaclès, fils d'Alkméon ; ce parti semblait poursuivre une politique modérée ; un autre était celui des Pediakoi, lequel visait à l'oligarchie, et avait à sa tête Lycurgue ; le troisième était celui des Diacriens que dirigeait Pisistrate ; ce parti était le plus favorable aux intérêts populaires. A celui-ci s'étaient joints les individus dont les dettes avaient été supprimées, mais qui se trouvaient néanmoins sans moyens d'existence, et ceux dont le droit de cité était suspect; ils étaient poussés par la crainte, et, en effet, après la chute des tyrans avait eu lieu un examen des listes (διαψηφισμός) parce que beaucoup avaient usurpé la qualité de citoyens. Chacun de ces

partis tenait son nom du lieu où ses membres cultivaient la terre [1]. »

Il sera nécessaire que nous nous rendions un compte exact de ce que sont ces trois partis.

Après Solon, à l'époque de Damasias, trois partis, les Eupatrides, les Démiurges, les Georgoi : quelques années après, sous Pisistrate, ce sont les Pédiéens, les Paraliens, les Diacriens qui sont en présence. Etaient-ce trois nouveaux partis ou trois désignations nouvelles pour les anciens partis? Si c'étaient trois partis nouveaux, comment avaient-ils pu se constituer en si peu d'années? Admettons que les Pédiéens, les Paraliens, les Diacriens sont, sous d'autres noms, la même chose que les Eupatrides, les Géorgoi, les Démiurges; ceux-ci forment donc trois partis et non pas trois classes. Cette conséquence est-elle admissible? Telles sont les difficultés du sujet.

Décrivons sommairement les traits caractéristiques des trois groupes qui représentent certainement trois partis (Pédiéens, Paraliens, Diacriens).

Les noms de ces partis proviennent de trois régions de l'Attique, et si on veut les traduire, ils signifient le parti des gens de la Plaine, le parti des gens du Rivage, le parti des gens de la Montagne.

[1] ARIST., *Ath. Pol.*, chap. 13 : ἦσαν δὲ αἱ στάσεις τρεῖς· μία μὲν τῶν παραλίων, ὧν προειστήκει Μεγακλῆς ὁ Ἀλκμέωνος, ὅπερ ἐδόκουν μάλιστα διώκειν τὴν μέσην πολιτείαν. ἄλλη δὲ τῶν πεδιακῶν, οἳ τὴν ὀλιγαρκίαν ἐζήτουν· ἡγεῖτο δ' αὐτῶν Λυκοῦργος. τρίτη δ' ἡ τῶν διακρίων, εφ' ᾗ τεταγμένος ἦν Πεισίστρατος, δημοτικώτατος εἶναι δοκῶν. προσεκεκόσμηντο δὲ τοῦτοις οἵ τε ἀφῃρημένοι τὰ χρέα διὰ τὴν ἀπορίαν καὶ οἱ τῷ γένει μὴ καθαροὶ διὰ τὸν φόβον. σημεῖον δ' ὅτι μετὰ τὴν τῶν τυράννων κατάλυσιν ἐποίησαν διαψημισμόν, ὡς πολλῶν κοινωνούντων τῆς πολιτείας οὐ προσῆκον. εἶχον δ' ἕκαστοι τὰς ἐπωνυμίας ἀπὸ τῶν τόπων ἐν οἷς ἐγεώργουν. Cette dernière phrase se trouve dans KENYON, dans KAIBEL et WILAMOWITZ, mais la traduction allemande de KAIBEL et KIESSLING la déplace; elle la met après les trois premiers mots et dit : « Es gab aber drei Faktionen, welche ihren Namen nach den Landestheilen führten, in denen sie hauptsächlich ihren Grundbesitz hatten. »

A la tête de chacun de ces groupes, Aristote vient de le dire, un membre de la haute aristocratie s'efforce de mener sa faction à la victoire, laquelle doit être, avant tout, la victoire personnelle du chef.

Cependant ces trois partis n'étaient pas des factions pures et simples, ils avaient des programmes différents. A eux trois, ils exprimaient les trois attitudes que les hommes peuvent prendre en politique, le conservatisme, l'opportunisme et le radicalisme. Comment, s'il en était ainsi, ces partis pouvaient-ils être en rapport avec une division quelconque du sol, ainsi que le dit Aristote ? Peut-on croire à un concours bizarre de circonstances en vertu duquel ces trois opinions étaient localisées, de telle sorte que tous les modérés, par exemple, habitaient le long du rivage ?

Il ne faut certes pas voir dans ces luttes des trois partis, la rivalité pure et simple de trois régions. Les rivalités de cette nature partagent un pays en factions d'après la différence des caractères et des intérêts, et tous ceux qui habitent une région en soutiennent la cause. Cette cause est, si on peut le dire, géographiquement délimitée, avec la même rigueur que la région elle-même.

La division athénienne n'avait pas ce caractère rigoureux.

Ainsi Aristote nous montre les Eupatrides adversaires de Pisistrate, maîtres de Leipsydrion, en pleine Diacria. Pisistrate lui-même comptait nombre de partisans, en dehors de la Diacria, dans la ville même : d'ailleurs comment se fût-il soutenu, s'il n'avait pu compter que sur les habitants de la région la plus éloignée de la capitale? Je dirai donc qu'il y avait des Pédiéens en dehors du Pédion, des Paraliens en dehors de la Paralia, etc.

Mais n'allons pas trop loin, ce ne sont pas là de simples sobriquets, des désignations accidentelles, comme la Plaine et la Montagne à la Convention ; il y avait un rapport réel des Pédiéens avec le Pédion, etc. En quoi consistait ce rapport? En ce que les chefs étaient de telle ou telle région (la Gironde)? Non ! en ce que le groupe principal de chaque parti était dans

telle ou dans telle région [1]. Ainsi dans le Pédion résidait un nombre important de familles nobles; c'était la contrée aristocratique par excellence.

Il y avait des nobles dans d'autres localités; dans le Pédion même, il y avait des habitants qui se rattachaient aux autres partis; mais la majorité des nobles qui résidaient ou qui avaient leurs propriétés dans le Pédion, formaient le noyau d'un parti. S'il en est ainsi, je dirai que Pédiéens est une expression figurée pour désigner les Eupatrides; cette désignation n'est pas arbitraire, car le gros du parti est bien dans le Pédion. De même, les Paraliens répondent aux Démiurges, les Diacriens aux Géorgoi.

Ce que nous savons de l'archontat de Damasias confirme ce qui précède; en effet, après la chute de Damasias, à cause des luttes des partis διὰ τὸ στασιάζειν, les Athéniens se décidèrent à choisir dix archontes, cinq parmi les Eupatrides, trois parmi les Agroikoi (= Géorgoi), deux parmi les Démiurges (Ath. Pol. 13). Le rapprochement des dates oblige, comme je l'ai déjà indiqué, à identifier ces trois partis avec ceux de l'époque de Pisistrate [2].

Après l'archontat de Damasias, dix places d'archontes sont partagées entre ces trois groupes; à l'époque de Pisistrate, ces trois groupes subsistent sous la forme de trois *partis* : à l'époque de Damasias formaient-ils trois *classes?* Si le rapprochement établi entre Pédiéens, Paraliens, Diacriens et Eupatrides, Géorgoi, Démiurges est exact, et si la nature des trois partis (Pédiéens, Paraliens, Diacriens) a été bien analysée, la négative est certaine.

[1] Plut. Solon, 13 : ὅσας ἡ χώρα διαφορὰς εἶχεν, εἰς τοσαῦτα μέρη τῆς πόλεως διαστάσης.

[2] Cette opinion n'est pas nouvelle. On la trouvera dans Duncker IV, p. 186, et dans Philippi, p. 285, d'après Duncker, mais avec d'heureuses modifications.

Seulement ces deux auteurs ignorent encore l'archontat de Damasias, et ce fait est de nature à modifier sur divers points la conception qu'il faut se faire des Eupatrides, Géorgoi, Démiurges.

Sous Damasias, comme à l'époque de Pisistrate, il y avait trois partis, groupés localement, se distinguant même par les occupations de leurs membres, mais il n'y avait pas, à proprement parler, trois classes.

Il n'y en avait que deux : au point de vue du droit politique, en effet, la population se divisait en eupatrides et en non-eupatrides : d'un côté, le droit politique complet ; de l'autre, le droit politique incomplet. Mais ici la lutte ne prend pas le caractère tranché qu'elle prit à Rome, entre les deux ordres. L'étendue de l'Attique, la diversité des occupations des habitants donnèrent lieu à des groupements nouveaux ; il se constitua trois partis, répartis plus ou moins dans des régions différentes, mais auxquels s'affilièrent et des eupatrides et des non-eupatrides. L'enjeu de leurs luttes fut le pouvoir pour les chefs et, d'une façon indirecte seulement, la conquête de l'égalité politique.

Mais alors comment, après Damasias, put-on partager l'archontat entre trois partis? Le partage, il est vrai, se comprend mieux entre trois classes qu'entre trois partis. La difficulté n'est néanmoins pas insoluble ; elle peut se trancher d'un mot, en disant que les mesures qui furent prises après Damasias constituent la plus ancienne application de la représentation proportionnelle.

S'il en est ainsi, ne faut-il pas supprimer les trois *classes*, sous Thésée lui-même? D'ailleurs, à quoi répondent-elles? Rien ne pouvait distinguer en droit un géorgos et un démiurge : en fait, ils se distinguaient par leurs occupations, mais la différence des occupations à elle seule ne crée pas des classes. Plus tard, quand à la différence des occupations se joignent la différence des lieux habités, la différence des intérêts et celle des programmes politiques, alors naissent, dans le sein du peuple athénien, non pas des classes, mais des partis [1].

[1] Ces trois groupes (eupatrides, géorgoi, démiurges) si l'on y voit trois classes, créent une difficulté spéciale à ceux qui reconnaissent dans les tribus quatre castes ou tout au moins quatre groupes créés par la pro-

Les trois partis existaient-ils encore à l'époque de Clisthènes? Je n'ose pas l'affirmer. Le long règne des Pisistratides pouvait avoir eu pour effet de briser leur cohésion ; on ne nous parle plus que de deux chefs. La question politique apparaît plus nette et la question sociale est, dirait-on, supprimée. Mais qu'ils eussent ou non cessé d'exister, les partis avaient révélé la puissance de l'aristocratie ; elle pouvait encore susciter des groupements semblables ; en tous cas, elle relevait la tête. C'était l'ennemi à combattre. Il fallait briser son influence.

D'où dans le passé, comme dans le présent, provenait cette influence? La puissance de l'aristocratie ne provenait pas de sa force numérique; celle-ci avait dû s'affaiblir par l'effet du temps, tandis que celle du peuple s'augmentait : la puissance de l'aristocratie était surtout morale; elle provenait de son influence sur les laoi.

Cette influence était double : elle était d'abord religieuse. Associés aux genê, sous quelque forme que ce soit, dans les phratries, les thiases voyaient dans les genê, les représentants par excellence de toutes les anciennes traditions de la Cité; par eux ils avaient été admis au culte gentilice et cette subordination dans l'ordre religieux se reflétait dans l'ordre politique.

Elle était locale : en effet, l'aristocratie avait son centre dans le Pédion, mais elle avait encore des influences ailleurs ; les

fession principale des membres. Je ne dis pas ici « *dénommés* d'après cette profession », ce qui est admissible. Haase s'est particulièrement préoccupé de cette question ; il cherche à ramener la division en trois à la division en quatre. Sa combinaison est certes ingénieuse, mais elle est purement artificielle. La même difficulté se présente à ceux qui voient dans les quatre tribus des circonscriptions locales et dans les trois groupes des groupes géographiquement délimités. Ces deux difficultés disparaissent dans le système proposé. THUMSER, *Staatsalterthümer*, 6e éd., p. 321, remarque justement que les trois classes (qu'il admet) ne laissent plus place dans la phratrie pour une distinction entre une classe de gennètai et une classe d'orgéons. Si l'on adopte, comme je l'ai fait, cette dernière distinction, il faut donc renoncer à garder les trois classes.

genê étaient répandus un peu partout. Leur action rayonnait sur tout leur voisinage; cette action, semblable à celle des châteaux, par exemple en Vendée à la fin du siècle dernier, était issue d'une longue cohabitation aux mêmes lieux et des relations de voisinage; c'était le patronage du grand propriétaire sur le petit métayer.

Cette double influence était mise en œuvre par Isagoras, l'adversaire de Clisthènes, comme elle l'avait été avant lui par Mégaclès, par Lycurgue, par Pisistrate. Clisthènes veut la briser. Mais il y avait encore une autre question dont la solution pouvait contribuer puissamment à l'heureuse issue de ses efforts. Il s'agit de ces individus dont nous parle Aristote au chapitre 13, de ces μὴ καθαροί, dont le droit de cité était contestable ; ils étaient venus avant l'avènement de Pisistrate, renforcer le parti des Diacriens. La tyrannie qui avait remporté la victoire, grâce à leur appoint, les laissa dans la Cité; après la chute des tyrans le parti des aristocrates les raya de la liste des citoyens. Ces individus vinrent implorer la protection de Clisthènes, et celui-ci les accueillit avec joie, voyant en eux des appuis solides de la démocratie. Qui étaient ces individus et quel était leur nombre? Périclès, dit Aristote, fit voter une loi qui raya de la Cité ceux qui n'étaient pas nés de deux Athéniens ἐξ ἀμφοῖν ἀστοῖν. Philippi [1] a montré que les parents devaient être mariés; il a prouvé qu'il n'y a pas de distinction à faire entre les nothi *ex peregrina* et les nothi *ex cive attica.* Dès qu'il n'y pas de mariage, il n'y a pas cité. Je crois qu'il a établi ce point, mais il n'y a pas lieu d'insister ici. Quelle que fût l'exigence de la loi, il y a lieu de remarquer que son effet fut considérable, car Philochore nous apprend que sur

[1] Voir encore sur cette question Buermann, *Drei Studien auf d. Gebiete des att. Rechts* (*Jahrb. f. kl. philol. Suppl.* IX), lequel a confirmé dans l'ensemble et rectifié sur quelques points les vues de Philippi, notamment en ce qui regarde le concubinat légal. — Cfr. Schenkl, *Zur Gesch. des att. Bürgerrecht. Wiener Studien*, VI, p. 53.

19,000 citoyens, 4,760 furent rayés [1]. La législation de Clisthènes était également rigoureuse ; elle exigeait sans doute la Cité et le mariage des père et mère [2].

Le nombre des bâtards, donc des non-citoyens, devait être considérable. Les introduire en masse dans la Cité était une mesure d'un effet très réel, mais il n'était point facile de l'appliquer. Ces individus rayés des phratries n'étaient plus citoyens ; autrefois ils avaient usurpé la Cité et par conséquent la qualité de phratères ; on pouvait à la rigueur les faire rentrer dans les phratries par la naturalisation, mais ils étaient à la merci d'une loi avec effet rétroactif qui les aurait retranchés de la Cité. Le moyen le plus sûr était de modifier les bases du droit de cité et de créer une nouvelle liste officielle des citoyens, sur laquelle ils figureraient aussi légitimement que les citoyens de naissance [3].

II. — *Points principaux de la réforme.*

Ainsi, briser le pouvoir de l'aristocratie, tel est le but de Clisthènes [4]. Ce pouvoir provient des relations religieuses et politiques que l'organisation gentilice établit entre eupatrides

[1] Voir sur ce point Schenkl, *Wiener Studien*, II, p. 169, et V, p. 75 ; l'auteur soutient que ces radiations n'ont rien de commun avec la loi de Périclès ; il propose de les placer en 339.

[2] Telle était la législation de Solon ; il semblerait donc que Périclès se fût borné à remettre cette législation en vigueur. — Schenkl, *Wiener Studien*, V, a voulu montrer que Clisthènes adopta des règles plus larges.

[3] Il faut ajouter aux nothi, les étrangers, etc., dont parle Aristote, *Politique*, III, 1, πολλοὺς γάρ ἐφυλέτευσε ξένους καὶ δούλους μετοίκους (= des esclaves devenus métèques, Meier, *De Gentil*, p. 6). Cfr. Thumser. *Staatsalterthümer*, 6e éd. 1892, p. 404.

[4] Hug, *ouv. cité*, range aussi parmi les motifs de la réforme de Clisthènes le désir de faire disparaître l'opposition de la ville et de la campagne, et explique par là la division de la ville en plusieurs dèmes. Il n'existe aucune trace de semblable opposition ; il n'en est pas moins remarquable que les mesures de Clisthènes ont eu pour effet de la prévenir. — Cfr. Philippi, p. 164, n. 28. Voir aussi Hérodote ; V. 66, 69 ; Am. Hauvette. *Hérodote et les Ioniens*. *R. des Ét. grecques*, I, 3, 1888, p. 264.

et laoi; il provient encore des rapports de voisinage. Ensuite, Clisthènes veut introduire dans la Cité, d'une façon définitive, des éléments nombreux qui viennent d'en être exclus.

Plaçons-nous dans la pure théorie et demandons-nous quels étaient les moyens les plus simples et les plus efficaces pour réaliser ces réformes. La dernière pouvait être obtenue en donnant au droit de cité une nouvelle base, en en réglant l'exercice non plus d'après le principe gentilice, mais d'après le principe territorial.

Le meilleur procédé pour rompre les anciens rapports de voisinage [1] était de créer de nouveaux groupements, de faire un peu de géométrie électorale. Et enfin, pour briser sûrement l'influence religieuse et politique de l'organisation gentilice, le moyen le plus expéditif, à coup sûr, était de briser cette organisation elle-même; mais peut-être devait-il suffire de lui ravir son importance, tout en la laissant subsister comme un souvenir inoffensif du passé.

Maintenant, toujours dans la pure théorie, quelle réforme Clisthènes a-t-il *dû* faire? Je puis répondre, la réforme la plus efficace, mais aussi la moins semblable à une révolution. Clisthènes était certes un homme d'État d'un jugement droit et de ferme décision, comme le fut Solon, mais il n'avait rien d'un démagogue. Il en différait profondément par le respect du passé, par des égards pour la tradition. Ce n'était pas la main brutale d'un révolutionnaire, c'était la main respectueuse d'un réformateur qu'il portait sur l'édifice qui avait abrité les générations antérieures. Supprimer le moins possible, conserver tout ce qui pouvait être conservé, pousser cet esprit de conservation jusqu'à lui sacrifier la symétrie et la régularité, jusqu'à admettre des disproportions, même des parties inutiles dans l'édifice politique, tel est le plan qu'il dut s'imposer et qu'il s'imposa en réalité.

[1] Ainsi que Meier l'a déjà fait observer, *De Gentil.*, p. 35, à l'époque de Clisthènes les membres d'un même *genos* n'habitaient plus tous aux mêmes lieux : il était donc facile de leur créer de nouveaux intérêts et de nouveaux liens.

En effet, sa réforme consiste essentiellement dans les points suivants :

1° Suppression des tribus et des naucraries ;

2° Nouveaux groupements des citoyens d'après le principe territorial ;

3° A côté de ces nouveaux groupements subsistent les groupements anciens d'après le principe gentilice [1].

Le court tableau qui précède a besoin de développements et plus besoin encore d'être entouré de preuves ; mais, dans sa brièveté, il fait bien, ce me semble, ressortir la difficulté, comme aussi l'intérêt du sujet : Clisthènes a sous les yeux la population athénienne, groupée suivant le principe gentilice ; il ne touche pas à cette organisation ; mais, à côté, il constitue un nouveau groupement suivant un autre principe. Voilà donc la population d'Athènes groupée d'après deux procédés : ces deux procédés donnent-ils des résultats différents, ou Clisthènes les a-t-il harmonisés de façon à leur faire produire un seul et même résultat? Plus simplement encore : les citoyens font partie d'une phratrie et ils font partie d'un dème : la phratrie est-elle dans le dème? Alors comment Clisthènes s'y est-il pris pour faire entrer la phratrie qui est du principe gentilice dans le dème qui est du principe territorial? Ou bien, la phratrie est-elle à côté du dème, le dème à côté de la phratrie? Pourquoi alors cette double organisation, et vraiment Clisthènes n'a-t-il pas cherché à jeter un pont de l'un à l'autre?

Tel est le problème difficile à la solution duquel nous devrons nous appliquer ; mais il faut y arriver par degrés et reprendre chacun des points de la réforme, dans l'ordre où ils ont été indiqués tantôt.

III. — *Clisthènes supprime les groupements locaux, tribus et naucraries.*

La raison de cette suppression saute aux yeux. Clisthènes

[1] La réforme de Clisthènes n'est pas sans analogies : par exemple à Téos, il a dû se faire quelque chose de semblable. — C. Scheffler, *De rebus Teiorum*. Leipzig, 1882.

méditait un nouveau groupement territorial, ou, si l'on veut, il méditait la création de nouvelles circonscriptions administratives, locales : par conséquent, il devait bien commencer par faire, sous ce rapport, table rase.

Sur cette double suppression, Aristote (chap. 21) ne laisse aucun doute; Clisthènes, dit-il, répartit tous les citoyens dans dix tribus, au lieu des quatre anciennes. Celles-ci cependant subsistèrent, au point de vue religieux, comme les tribus primitives de Rome [1].

En ce qui concerne les naucraries, le texte n'est pas moins précis : il affirme nettement que Clisthènes institua les dèmes à la place des naucraries [2].

IV. — *Clisthènes crée de nouveaux groupements suivant le principe territorial : tribus, dèmes, trittyes.*

Lisons d'abord le texte : « Clisthènes, dit Aristote, répartit tous les citoyens en dix tribus au lieu des quatre anciennes, voulant les mêler de façon qu'un plus grand nombre eussent part à la Politeia ἀναμῖξαι βουλόμενος ὅπως μετάσχωσι πλείους τῆς πολιτείας. D'où vient ce dicton adressé à ceux qui recherchaient les genê : « Ne vous inquiétez plus des tribus [3] ? »

[1] Gilbert, I, p. 200, n. 3. *C. I. A.*, II, 844, et III, 2. Aristote. *Ath. Pol.*, ch. 57.

[2] D'après Kleidemos, ναυκραρία (*Photius*) : Clisthènes aurait créé dix tribus, au lieu des quatre anciennes, et les aurait divisées en cinquante parts qu'il appela naucraries. On lira avec intérêt la note 4 de la page 143 de Gilbert, *Handbuch*, I : l'auteur rejette les trente trittyes, car, dit-il, elles se seraient confondues avec les cinquante naucraries. Cet argument se retourne aujourd'hui contre ces dernières. Cfr. Thumser. *Staatsalterthümer*, 6e éd., p. 401.

[3] ὅθεν ἐλέχθη καὶ τὸ μὴ φυλοκρινεῖν. Ne faut-il pas conclure de ce texte, dont la signification précise nous échappe, mais dont nous saisissons la portée générale, que Clisthènes *supprima* les tribus ? Non, mais

Ensuite il constitua un sénat de cinq cents membres, au lieu de quatre cents, à raison de cinquante par tribu ; autrefois cent membres étaient pris dans chacune des anciennes tribus.

Il ne créa pas douze tribus, afin que sa division ne coïncidât pas avec les anciennes trittyes — car il y avait dans les quatre tribus douze trittyes — et qu'ainsi il n'échouât pas dans son projet de mélanger la population. Il partagea la contrée, d'après les dèmes, en trente parts, dix pour les environs de la ville, dix pour la Paralia, dix pour la Mésogie; il appela ces trente parts, trittyes, et par le sort il en distribua trois dans chaque tribu, de telle sorte que chacune des tribus fût représentée dans toutes les régions. Et il décréta que tous ceux qui habitaient dans chacun des dèmes seraient démotes tous ensemble (dans la vie publique), de façon qu'on ne désignât plus les citoyens par le nom de leur père, usage qui eût constitué un blâme indirect à l'égard des nouveaux citoyens, mais qu'on les désignât par le dème : d'où les Athéniens se désignent eux-mêmes (dans la vie privée) par les dèmes. Il établit les démarques avec la même mission que les anciens naucrares, car il institua les dèmes à la place des naucraries.

Il nomma les dèmes, les uns d'après le nom du lieu, les autres d'après leurs fondateurs, οὐ γὰρ ἅπαντες ὑπῆρχον ἔτι τοῖς τόποις « da nicht mehr alle Gemeinden sich mit Ortsbezeichnungen deckten » (trad. Kaibel et Kiessling). Quant aux genê, aux phratries et aux sacerdoces, il permit que chacun les conservât d'après la tradition de ses ancêtres. Aux tribus, il donna pour éponymes ceux que choisit la Pythie parmi les cent anciens héros athéniens qu'on lui proposa.

Les dèmes ou villages existaient dès avant Clisthènes, cela va de soi. Il suffit d'ailleurs de rappeler les arbitres κατὰ

il en faut conclure, tout au moins, que les anciennes tribus n'existèrent plus guère que de nom et qu'elles furent profondément modifiées? Clisthènes, dit-on, laissa subsister les tribus comme corps religieux; mais la tribu existait en tant qu'un ensemble de genê : si l'on détache les genê des tribus, que reste-t-il dans les tribus?

δήμους, institués par Pisistrate [1]; leurs frontières mêmes avaient été délimitées lors de la création des naucraries; ils avaient alors reçu, sans doute, une organisation municipale. Il semble en effet qu'il faille voir dans les naucraries autant de communes ayant à leur tête un naucrare, tenant le rôle des contribuables, puisque les naucrares perçoivent les impôts et, comme les contributions sont levées sur la propriété foncière, les naucrares tiennent aussi la liste des propriétaires, et cette liste s'appelle probablement ληξιαρχικὸν γραμματεῖον.

Supposons, pour rendre plus claire notre pensée, que Clisthènes eut sous les yeux une carte de l'Attique; il y discerna, comme nous-mêmes nous le faisons encore aujourd'hui, un certain nombre de petits points qui marquaient la place des différentes localités habitées, hameaux, villages, bourgs. Il commença par choisir un certain nombre de ces points pour être le siège de l'administration municipale future, puis, tout autour de chaque point, il traça les limites de la commune; celle-ci comprit donc sur son territoire d'abord une localité qui en était le centre, puis des hameaux ou localités moins importantes qui en dépendaient. Autrefois la carte avait porté 48 circonscriptions municipales, les naucraries: Clisthènes les effaça et à la place il en traça un certain nombre, cent, dit Hérodote [2] (V. 69).

Mais les dèmes étaient dans les trittyes; celles-ci étaient au nombre de trente, et trente trittyes ne divisent pas exactement cent; mais cet argument n'est pas décisif contre Hérodote, car on peut admettre que chaque tribu dès l'origine ne contenait pas exactement le même nombre de dèmes.

Quand Clisthènes eut tracé sa carte, il remarqua que les communes étaient plus nombreuses dans certaines régions que dans d'autres; ailleurs les limites étaient plus larges, mais il y avait trois régions où les lignes se rapprochaient : Athènes et

[1] Gilbert, *Handbuch,* I, p. 142, n. 2.

[2] Voir sur ce point, Gilbert, *Handbuch,* I, p. 143, n. 2.

le voisinage, la Paralia et la Mésogie [1]. L'Attique se divisait ainsi naturellement tout autour de ces trois contrées, en trois régions, d'inégale grandeur territoriale, mais de population à peu près équivalente ; c'étaient les trois régions que je viens de citer. Il les divisa chacune en dix cantons qu'il appela trittyes ; il eut ainsi trente de ces cantons ou trittyes ; par la voie du tirage au sort, il répartit chacun de ces trois groupes de dix trytties, en dix tribus, de façon que chaque tribu eût une trittye de chaque région. La tribu comprenait donc des parties distantes les unes des autres du territoire athénien.

Posons-nous cette question : qui faisait partie de chaque dème? Aristote nous fournit la réponse : ceux qui habitaient la circonscription du dème. Nous répondrions de même à la

[1] Je dois signaler ici une difficulté : à l'époque de Pisistrate, trois partis locaux et une triple division de l'Attique ; à l'époque de Clisthènes, le Pédion et la Diacria ne sont plus cités par la *Politeia*. On pourrait les retrouver, le Pédion dans la ville et ses environs, la Diacria dans la Mesogie (sur celle-ci, E. Curtius, *Inscript. Atticae nuper repertae.* Berol., 1843, p. 1) ; mais il n'y a pas lieu de recourir à ces identifications si l'on admet qu'à l'époque de Clisthènes les trois partis avaient disparu. Bien plus, la façon dont Aristote décrit la topographie de l'Attique, lors de la réforme, ne prouve-t-elle pas cette disparition? En lui-même, d'ailleurs, ce rapprochement est contestable : les divisions de l'Attique ne sont pas établies d'une façon bien déterminée ; il n'y a pas lieu de s'en étonner, celles dont il s'agit maintenant n'étant pas des divisions politiques et administratives, mais reposant uniquement sur l'usage, ont dû varier et ont varié. Ce sont là des désignations arbitraires et changeantes. Ainsi, Sophocle, *Strab.*, IX, p. 392, divise l'Attique en Aktè, Diacria et Paralia, et Schol., *Aristoph. Guêpes*, v. 1223, et *Lys.*, v. 58, entend par Aktè la banlieue de la ville : ἡ περὶ τὸ ἄστυ. Cfr. Gilbert, *Altatt. Komenverf.' Jahrb. f. kl. Philol. Suppl.* VIII. Quant à la Mesogie, elle apparaît chez Pollux, VIII, p 109, comme le nom d'une tribu (phylè) ; sous Kekrops les quatre tribus s'appelèrent Kekropis, Autochtôn, Aktaia, Paralia ; sous Kranaus : Kranaïs, Athis, Mesogaia, Diakris.

Certains auteurs (*sic* Haase) se sont efforcés de ramener l'une à l'autre toutes ces divisions, les quatre tribus, les trois classes, les différentes régions, mais leurs efforts n'ont pas abouti. Les derniers historiens, comme Gilbert et Busolt, ont abandonné ces combinaisons compliquées.

question : quels sont les membres de telle commune? Ceux qui y sont domiciliés. C'est donc bien le pur principe territorial qui règle l'appartenance de chacun aux dèmes.

Il fut appliqué à ceux qu'Aristote appelle les neopolitai, et dans la naturalisation desquels il voit avec raison l'un des côtés les plus importants de la réforme; par leur seule introduction dans la Cité, Clisthènes opérait déjà, dans de larges proportions, le mélange de la population qui lui tenait tant à cœur. Sur la liste de chaque dème, à côté des anciens citoyens, figurait un fort contingent de nouveaux citoyens, et rien n'était plus propre que sa présence à déranger l'économie des groupements antérieurs et à en établir d'autres. Figurez- vous dans nos villages d'aujourd'hui, par exemple dans les villages de frontière où la population indigène et la population étrangère se balancent presque, les effets d'une naturalisation en masse de celle-ci : quelles conséquences au point de vue électoral, quels changements dans la composition des corps élus se produiraient immédiatement !

Mais combien de temps le principe territorial demeura-t-il dans sa pureté? Son règne incontesté fut très court; car à peine installé sur le trône, il dut faire des concessions. La qualité de démote, acquise une fois par le domicile, devint immuable pour celui qui l'avait acquise et transmissible héréditairement à ses descendants; elle fut donc, dès le principe, personnelle, attachée d'une façon indissoluble à la personne présente et à ses représentants dans l'avenir. Clisthènes fixa ainsi les choses : il n'y a aucune raison d'en douter.

Je n'entrerai pas dans les détails de l'organisation intérieure de la tribu et du dème.

Je veux seulement m'attacher à quelques points dont la connaissance importe, si l'on veut avoir une idée exacte de l'organisation de la Cité.

Dans chaque dème se tient une liste des démotes, et cette liste est celle des citoyens. Auparavant, cette liste était tenue par les phratries; nous verrons dans quelle mesure elles continuent à être chargées de cette mission.

En ce qui regarde la liste du dème, Aristote va encore nous éclairer. Nous lisons au chapitre 42 où il expose la constitution actuelle : « Participent au droit de cité ceux qui sont nés de deux Athéniens. Ils sont ensuite inscrits parmi les démotes quand ils sont âgés de 18 ans, ὀκτωκαίδεκα ἔτη γεγονότες. Lorsqu'il y a lieu de les inscrire, les démotes se prononcent sur chacun d'eux, διαψηφίζονται. Après avoir prêté serment, ils examinent d'abord si, d'après eux, les jeunes gens ont l'âge requis par la loi ; s'ils n'ont pas cet âge, ils sont renvoyés parmi les enfants ; en second lieu, ils examinent si l'intéressé est libre et s'il est né d'après les lois. S'ils votent qu'il n'est pas libre, il a l'appel au dikastère; les démotes choisissent parmi eux, comme accusateurs, cinq hommes, et s'il est constaté qu'il n'a pas été inscrit légalement, la Cité le vend. S'il gagne son procès, il est forcément inscrit parmi les démotes. Ensuite le sénat fait l'examen, δοκιμάζει, des inscrits, et si l'un d'eux paraît âgé de moins de 18 ans, le sénat prononce une peine contre les démotes qui l'ont admis ».

Ces données ne sont pas absolument nouvelles; mais nous les possédons maintenant dans leur ensemble et dans un texte sûr.

Ainsi l'exercice du droit de cité dépend de l'affiliation au dème, et le droit de cité lui-même s'acquiert par la filiation légale. La liste du dème s'appelait ληξιαρχικὸν γραμματεῖον [1]. Elle était, je l'ai fait remarquer, plus ancienne que la réforme de Clisthènes; après cette réforme, tous les citoyens y sont inscrits, même ceux qui n'ont pas de λῆξις ou κλῆρος. Il y eut probablement un temps où seuls les propriétaires figuraient sur cette liste, où son nom était donc pleinement justifié. Dès l'époque de Solon et même dès celle de Dracon, il fut néces-

[1] HARPOCR., Ληξιαρχικὸν γραμματεῖον· Αἰσχίνης ἐν τῷ κατὰ Τιμάρχου, εἰς ὃ ἐνεγράφοντο οἱ τελεωθέντες τῶν παίδων, οἷς ἐξῆν ἤδη τὰ πατρῷα οἰκονομεῖν, παρ' ὃ καὶ τοὔνομα γεγονέναι, διὰ τὸ τῶν λήξεων ἄρχειν· λήξεις δ' εἰσὶν οἵ τε κλῆροι καὶ αἱ οὐσίαι, ὡς καὶ Δείναρχος, etc.

Cfr. HAUSSOULLIER, *La vie munic. en Attique.* Paris, 1883, p. 13.

saire de connaître les propriétaires qui devaient figurer parmi les hoplites de Dracon et dans les classes de Solon. La tenue d'un registre de cette nature doit remonter plus haut encore, au jour où l'on a cherché à poser des règles précises pour la perception de l'impôt. Avant Clisthènes, ce sont sans doute les naucrares qui ont tenu ce registre.

V. — *Clisthènes toucha-t-il aux phratries, genê, thiases? Par sa réforme, Clisthènes, s'il n'opéra pas directement la multiplication des phratries, du moins la facilita.*

Notre examen portera particulièrement sur les phratries; comme on le verra, la solution des questions relatives à celles-ci s'applique aux genê et aux thiases.

Clisthènes venait de charger les dèmes de tenir la liste des citoyens; les phratries devenaient donc inutiles. Il eût pu les supprimer, et en les supprimant, il atteignait pleinement son but, fondre tous les éléments de la Cité, mais il ne le fit pas.

Plusieurs autres partis s'offraient à Clisthènes : multiplier le nombre des phratries; modifier leur composition; transformer la nature des phratries en les mettant en rapport avec les dèmes; laisser subsister les phratries telles qu'elles étaient.

Je touche à une question qu'il est difficile de résoudre avec quelque exactitude dans l'état actuel de nos connaissances épigraphiques [1]. Nous ne possédons que très peu de noms de phratries. Voyons si nous ne pourrons pas nous servir, pour arriver à une probabilité, d'autres moyens.

La question est double : après Clisthènes, le nombre des phratries s'augmente-t-il, ou, mieux, le nombre primitif de douze phratries s'est-il maintenu à Athènes? Clisthènes est-il l'auteur de ce changement?

[1] Voir les noms connus des phratries, GILBERT, *Handb.*, I, p. 194. — BUSOLT, *G. St.*, p. 144, n. 11, dit que le nombre des phratries a *dû* être augmenté par Clisthènes (mais cette opinion, en ce qui concerne Clisthènes, n'est pas démontrée). Il dit d'autre part, *G. G.*, p. 614 : « Die Phratrien liess Kleisthenes höchst warscheinlich unverändert ».

Je crois qu'il faut se prononcer affirmativement sur la première question, sur l'augmentation du nombre des phratries.

Un indice que l'on peut relever est le fait que les auteurs qui parlent si souvent des phratries ne les nomment jamais [1]. Si Démosthène, par exemple, avait eu devant lui douze phratries, la continuation des douze phratries anciennes, leurs noms lui auraient été familiers, comme à tous les Athéniens, et d'instinct il les eût prononcés. S'il ne désigne pas d'une façon précise les phratries, n'est-ce pas qu'elles sont trop nombreuses et pour la plupart trop ignorées? En outre, douze phratries, pour une population devenue relativement si nombreuse, paraissent bien insuffisantes.

Je ne vois cependant aucune raison d'attribuer cette multiplication probable à Clisthènes : à coup sûr, il ne créa pas de nouvelles phratries pour les naturalisés; en les leur ouvrant, il les aurait rendus à tout jamais reconnaissables; il eut soin de les mêler avec les citoyens de naissance, afin qu'il n'y eût entre eux aucune distinction. Je me demande même si cette multiplication très probable du nombre des phratries ne commença pas avant lui : il trouva certainement l'organisation gentilice dépouillée de son ancienne et rigoureuse symétrie; des genê s'étaient éteints, les thiases s'étaient multipliés, la liberté de tester avait dérangé la composition régulière des genê. Quoi qu'il en soit, sa réforme eut comme conséquence de *faciliter* la multiplication des phratries, puisqu'elles cessaient d'être des institutions de l'État.

VI. — *Clisthènes a-t-il modifié la composition des phratries?*

Parmi les auteurs qui ont soutenu cette opinion, il faut mettre hors rang Buermann [2]; il me paraît, en effet, l'avoir développée avec une extrême clarté.

[1] Philippi, p. 175, a remarqué ce fait, mais son explication est inacceptable.

[2] *Jahrb. f. kl. Philol. Suppl.* IX. Dans l'appendice, l'auteur a quelque peu modifié son opinion, mais je ne considère à présent que la première

Clisthènes (p. 616) a augmenté le nombre des phratries et les a modifiées elles-mêmes. Comme preuve principale, il invoque Aristote (Polit., VII, 2, 11); à première vue, ce texte lui donne raison : Celui qui veut fortifier la démocratie doit procéder comme Clisthènes et, comme les fondateurs de la démocratie à Cyrène, « établir d'autres tribus et phratries plus nombreuses, substituer aux sacrifices particuliers des fêtes religieuses peu fréquentes, mais publiques; il faut, autant que possible, confondre les relations des citoyens entre eux, en ayant soin de rompre toutes les associations antérieures ». (Cfr., trad. B. Saint-Hilaire [1].)

Mais nous lisons, d'autre part, dans la Politeia : « Quant aux genê et aux phratries et aux sacerdoces, il permit à chacun de les conserver suivant l'usage de ses ancêtres ».

On a voulu voir à toute force une contradiction entre ces deux passages : pour qu'elle pût être constatée d'une façon certaine, il faudrait [2] qu'ils fussent tous deux parfaitement clairs. Or, le second seul est d'une clarté absolue : Clisthènes ne change rien aux phratries et aux genê pour ceux qui y appartiennent déjà. Quant au premier passage, il n'offre pas cette netteté. Où commence la réforme de Clisthènes ou celle de Cyrène? Aristote n'a évidemment pas voulu déterminer exactement ce point : il se borne à énoncer une idée générale

forme qu'il lui a donnée. Cette opinion de Buermann, et notamment son interprétation d'*Arist. Polit.*, VII, 2, 11, ont été suivies par une foule d'auteurs, Gilbert, I, pp. 142, 3; Schoell, *Satura philologica H. Sauppio;* Philippi, *Jahrb. f. kl. Philol.*, 1879, etc.

[1] *Politique*, VII, 2, 11, τὰ τοιαῦτα κατασκευάσματα χρήσιμα ..... οἷς Κλεισθένης τε Ἀθήνησιν ἐχρήσατο βουλόμενος αὐξῆσαι τὴν δημοκρατίαν καὶ περὶ Κυρήνην οἱ τὸν δῆμον καθιστάντες. φυλαί τε γὰρ ἕτεραι ποιητέαι πλείους καὶ φρατρίαι καὶ τὰ τῶν ἰδίων ἱερῶν συνακτέον εἰς ὀλίγα καὶ κοινά, καὶ παντὰ σοφιστέον ὅπως ἂν ὅτι μάλιστα ἀναμιχθῶσι πάντες ἀλλήλοις, αἱ δὲ συνήθειαι διαζευχθῶσιν αἱ πρότερον.

[2] Niemeyer, *Neue Jahrb. f. philol. und Paedag*, 1892, en réponse à Cauer, *Hat Aristoteles die Schrift v. Staate der Ath. geschrieben*, Stuttgart, 1891, lequel soutient à tort qu'il y a contradiction.

avec des exemples à l'appui. Le texte de la Politeia ne contredit pas celui de la Politique : il précise la portée de ce dernier en ce qui regarde Clisthènes [1].

Clisthènes a donc multiplié le nombre des tribus, il a rendu publics les cultes privés des phratries, en ce sens qu'il y a admis nombre de nouveaux participants, qu'il a institué dans ses tribus et dans ses dèmes de nouveaux cultes publics [2].

Quant aux phratries, aux genê, le texte est positif. Clisthènes les a laissés intacts pour ceux qui y appartenaient. Ceux qui n'en étaient pas membres, il les y admit en vertu de la naturalisation qu'il octroya si largement.

Le rapprochement des deux textes ne laisse donc pas de place pour le système de Buermann. D'après Aristote, Clisthènes n'a pas changé la composition des phratries ; même comme il a été indiqué, il n'en a pas créé de nouvelles ; elles se sont multipliées d'elles-mêmes. S'il en est ainsi, je puis me dispenser d'insister longuement sur les autres points du système de Buermann.

Il sera utile cependant d'indiquer le procédé que suivit, selon lui, Clisthènes pour multiplier les phratries et les modifier : il en trouvait douze, comprenant trois cent soixante genê. Les trois cent soixante genê sont des genê nobles ; il les isole les uns des autres et de chacun fait le centre d'une nouvelle phratrie ; les phratries sont donc plus nombreuses que les anciennes, et de plus elles comprennent toute la population.

[1] C'est ce que Busolt, *G. G.*, p. 394, n. 5, a parfaitement aperçu d'après le *Papyrus de Berlin*. Cfr. cependant *Gr. Staatsalt.*, p. 144, n. 11. — Busolt, *Gr. St.*, p. 144, n 11, essaye de concilier la *Politique* avec la *Politeia* (passage relatif à Clisthènes, alors connu par le *Papyrus de Berlin*). De la *Politique*, il conclut avec Buermann, *Jahrbüch. f. kl. Phil. Suppl.* IX, que Clisthènes a augmenté et modifié les phratries, et, arrivant à la *Politeia*, il dit que le texte « ist dadurch zu erklären dass der Grundzug der gentilicischen Organisation der Phratrien unverändert blieb ». Mais s'il en est ainsi, je ne vois pas quelle réforme Clisthènes a pu faire quant aux phratries.

[2] Haussoullier, *La vie munic. en Attique*. Paris, 1873, p. 136.

Il y eut donc, après Clisthènes, trois cent soixante phratries. Quant à ce chiffre, Buermann oublie que parmi les trois cent soixante genê anciens, plus d'un avait dû s'éteindre. Ensuite, il aboutit à cette conséquence que les non-eupatrides furent admis dans les phratries et dans les genê par Clisthènes seulement. « Er ordnete den Mitgliedern je eines alten Geschlechts eine Anzahl von Familien, die nicht Mitglieder eines solchen waren, als Cultgenossen zu. » Je crois avoir prouvé que telle était bien, *originairement,* la situation des non-eupatrides dans l'organisation gentilice, mais originairement, je le répète, bien avant Clisthènes.

Buermann invoque particulièrement sur ce point un passage d'Eschine : (περὶ τ. παρα., II, § 147). L'orateur déclare εἶναι ὁ ἐκ φρατρίας τὸ γένος, ᾗ τῶν αὐτῶν βωμῶν Ἐτεοβουτάδαις μετέχει, ὅθεν ἡ τῆς Ἀθηνᾶς τῆς Πολιάδος ἐστὶν ἱερεια.

Le sens de ces paroles et le texte même ont fait l'objet de nombreuses controverses. Philippi les résume (p. 177) avec son exactitude ordinaire. Eschine veut dire que sa famille [1] appartient à la même phratrie que les Etéobutades, et qu'elle sacrifie aux mêmes autels.

Voici donc une phratrie qui a l'honneur de comprendre un genos noble au milieu de ses thiases. Buermann (p. 616) insiste avec raison sur le sens de μετέχει. L'orateur, comme il le dit, ne déclare pas que les Etéobutades ont les mêmes autels que la phratrie, mais bien que la phratrie a les mêmes autels que les Etéobutades. Ce passage montre, conclut-il, que le culte des phratries fut originairement le culte propre des genê, qu'ils en étaient propriétaires (*Inhaber*), et les laoi les participants (*Antheil haben*).

Je suis heureux de trouver cette confirmation de ce que j'ai dit plus haut; mais je ne saurais admettre que cette situation des thiases à l'égard des genê ait été établie par Clisthènes. Elle est leur situation primitive. Elle se maintient dans cer-

[1] Ici genos n'est pas pris dans un sens technique, mais signifie race, famille (BUERMANN, p. 615 : « Abstammung »).

taines phratries après Clisthènes, non pas au point de vue politique, mais au point de vue de la considération dont jouissent les anciens genê nobles.

Rappelons une dernière observation qui a déjà été présentée : Avant Clisthènes, les thiases des laoi sont, politiquement et religieusement, dans une situation d'infériorité. Au fur et à mesure que leur émancipation politique s'achève, ils se relèvent de leur déchéance religieuse; ils forment des corps distincts des genê et ils occupent dans la phratrie le même rang qu'eux. (Preuve, l'inscription de Décélie.) Mais tous ces résultats ne supposent pas nécessairement un acte législatif; ils se sont produits spontanément, et ils remontent, dans leur origine, bien au delà de Clisthènes.

Résumons ce qui précède : Les phratries se sont multipliées; la réforme de Clisthènes a *facilité* cette multiplication. La composition des phratries n'a pas été altérée.

VII. — *Clisthènes a-t-il laissé les phratries absolument intactes ou n'a-t-il pas changé leur nature de façon à les mettre en rapport avec les dèmes?*

Exposons d'abord le système esquissé par Schoell (*Satura philol. Hermanno Sauppio*).

Clisthènes, dit-il, a multiplié les phratries et changé leur nature; cela résulte de la *Politique* d'Aristote (VII, 2, 11). Il a associé dans les phratries les anciennes familles nobles, les « gentes patriciæ », aux familles plébéiennes « quibus aut nulla gens aut ficta esset ». De là la loi de Philochore (fr. 94). Pour opérer un nouveau groupement, il tint compte de la parenté, mais surtout du domicile et du voisinage; il y fit entrer les gentes patriciennes, en les laissant intactes, et leur adjoignit d'autres gentes ou « simulacra gentium... ratione habita domicilii ».

On le remarque dans cette hypothèse, la nature de la phratrie est changée, mais il ne s'agit pas précisément d'une relation

établie avec le *dème :* il n'est question que d'une refonte des phratries, d'après le domicile ; la phratrie ne coïncide pas avec le dème, du moins on ne nous le dit pas ; néanmoins le principe est clairement posé.

On a essayé de l'appliquer dans les tentatives diverses qui ont été faites pour mettre les dèmes en rapport avec les phratries ; il est inutile de les rappeler ici ; grâce à leur obscurité, pour la plupart d'ailleurs elles échappent à la discussion. On pourrait concevoir ce système : Clisthènes crée les dèmes et décide que dans chaque dème une phratrie aura son siège. Les qualités de démote et de phratère s'acquièrent donc en même temps par le domicile [1].

Ce système et autres semblables pourraient invoquer les arguments suivants :

1° Le texte de la *Politique* d'Aristote. Je m'en suis déjà expliqué. Comme nous l'avons vu, sa portée est déterminée par la *Politeia.* De celle-ci, il ne résulte pas même que Clisthènes ait multiplié les phratries, ce qui est le point de départ de ces auteurs. Il en résulte positivement que le législateur athénien n'a pas porté la main sur les anciennes phratries.

2° En multipliant le nombre des citoyens, Clisthènes a dû nécessairement augmenter celui des phratries. Cet argument rentre dans le premier.

3° L'inscription des Démotionides et celle des Dyaliens révèlent un rapport local du dème avec la phratrie : en effet, bon nombre de Démotionides sont membres du dème de Décélie, c'est là qu'ils ont leurs autels ; de même les Dyaliens semblent être principalement du dème de Myrrhinus.

Un rapport local du dème et de la phratrie existe certainement, mais il consiste simplement en ce que chaque phratrie a son siège sur un point quelconque du territoire. Elle y possède ses autels, ses biens communs ; la majorité ou une partie

[1] Je reviendrai tout à l'heure, quand j'aurai étudié l'inscription de Décélie, sur les vues de Schoell (*Die Kleisth. Phratrien*) et de Buermann. Je me borne ici à quelques observations générales.

importante de ses membres demeurent aux lieux où la phratrie a son centre; cela n'a rien d'étonnant, les changements de domicile, tout au moins pour les bourgeois et les gens du peuple, dans un aussi petit pays que l'Attique, devaient être peu fréquents [1], et les citoyens étaient retenus dans leur lieu natal par de multiples intérêts religieux et matériels.

Aucun de ces arguments n'est donc probant; en voici quelques-uns qui sont décisifs en sens contraire :

1° Le texte de la *Politeia :* tous les Athéniens ont conservé leur phratrie; ceux-mêmes qui avaient quitté le dème où leur phratrie avait son siège, ne perdirent pas leur qualité de phratères dans la phratrie paternelle.

2° Dans le discours de *Ps. Démosth. contre Neaera*, les Brytides appelés en témoignage appartiennent à des dèmes différents [2]. Schoell (*Sat. philol.*) a prévu cet argument, quand il a admis que les anciens genê passèrent intacts dans les nouvelles phratries ; mais remarquons que Clisthènes ne pouvait avoir intérêt à refondre les phratries que pour arriver à dissoudre les genê et à briser leur influence. S'il n'a pas touché aux genê, à plus forte raison n'a-t-il pas touché aux phratries.

3° Dans l'inscription de Décélie, le fait que le phratriarque est du dème voisin, d'Oion. Schoell (*Die Kleisth. Phratrien*) dit que ce fait est sans importance : Oion a été détaché assez tardivement du dème de Décélie et érigé en dème. Admettons ceci comme prouvé. Il n'en reste pas moins une bizarre dérogation au système arrêté par Clisthènes. Si la phratrie a avec le dème un rapport étroit, quand on crée un dème, on crée une phratrie.

4° On comprend difficilement, dans l'opinion combattue,

[1] Voir *Dem. c. Eub.* La grande majorité des démotes d'Halimonte paraissent habiter ce dème.

[2] Voir encore *C. I. A.*, 1276, 1277 (les Amynandrides). — *N. B.* Les documents insérés dans *Ps. Dem. c. Neaera*, ne sont probablement pas authentiques, mais sur le point dont il s'agit, ils n'en forment pas moins un témoignage intéressant. — DITTENBERGER, *Hermès*, 20 : « Les Kérykes ».

l'utilité de la double inscription au dème et à la phratrie, puisque l'un des registres ne peut être que la copie de l'autre.

5° Remarquons encore que le dème et la phratrie portent des noms différents, ce qui est bizarre, si ces deux corporations sont si intimement liées.

6° Enfin, si le genos est toujours dans la phratrie, il ne peut y avoir de rapports entre la phratrie et le dème. On comprendrait qu'on eût rendu la phratrie locale ; mais personne n'admettra qu'on ait rendu le genos local. Nous l'avons vu, ni Buermann, ni Schoell n'admettent que Clisthènes, en modifiant les phratries, ait pu modifier les anciens genê. Le réformateur athénien aurait donc établi un singulier système ; la phratrie serait du principe gentilice en ce qui regarde les anciens genê; ce serait la naissance qui aurait, à l'époque de Clisthènes, déterminé la phratrie de chaque citoyen noble. Au contraire, pour tout autre citoyen c'est le domicile; la phratrie, en ce qui le concerne, relève donc du principe territorial. Ce système, profondément illogique et inconséquent, ne saurait être admis.

Rassemblons encore une fois les résultats obtenus.

Les phratries se sont multipliées; les gennètes et les laoi, les genê et les thiases y ont une situation égale; tout cela n'est pas l'œuvre de Clisthènes ; notamment les orgéons avant lui, étaient dans les phratries, mais sa réforme, en diminuant l'importance de celles-ci, a achevé de faciliter leur transformation déjà commencée [1].

VIII. — *L'organisation des phratries, des genê, des dèmes après Clisthènes.*

Il faut ici, afin de procéder avec clarté, poser quelques faits :

D'abord, chaque citoyen appartient à un dème, à une phratrie, à un genos ou à un thiase.

[1] Cfr. Thumser, *ouv. cité*, p. 398.

Le premier point n'a pas besoin de preuve. Que chaque citoyen fasse partie d'une phratrie, ce point non plus ne demande pas de démonstration.

Il n'a jamais été contesté qu'en ce qui regarde les démopoiètoi, les naturalisés [1]; mais il est incontestable, d'après les inscriptions et, si cela est pour les naturalisés, cela est, *a fortiori*, pour les citoyens de naissance.

La formule de la naturalisation est très remarquable : le citoyen sera inscrit dans une tribu, dans un dème, dans une phratrie, telle est sa portée [2].

Pourquoi n'y est-il pas question du genos ou du thiase? Ce n'est pas de dire que les nouveaux citoyens ne faisaient pas partie d'un thiase; mais en donnant la phratrie, on donnait implicitement le thiase.

Le nouveau citoyen se choisit une phratrie; il choisit telle phratrie, mais son choix n'a d'effet que s'il choisit un thiase dans cette phratrie. Lui dire de choisir une phratrie, c'est lui dire de choisir en même temps un thiase.

Il ne sera évidemment pas admis dans n'importe quel thiase : il ne pourra pas *a fortiori* s'imposer à un genos noble; mais il trouvera bien un thiase où il compte des amis et qui le recevra dans son sein et, par voie de conséquence, l'affiliera à une phratrie.

Mais, objectera-t-on, cette explication, si elle était vraie, serait confirmée par le commencement de la formule. Pour faire partie d'une tribu, il faut faire partie d'un dème; donc il suffirait de donner soit la tribu, soit le dème.

[1] Philippi, *ouv. cité*. Cfr. Gilbert, *Handbuch*, I, 176, qui prouve l'opinion contraire, admise d'ailleurs par Philippi lui-même en 1879, *Jahrb. f. kl. Philol.*, d'après les recherches de Buermann, *ibid., Suppl.*, IX. — Thumser, *ouv. cité*, p. 325.

[2] Sur cette formule, voir Buermann, *Jahrb. f. kl. Philol. Suppl.*, X. Voici la formule en usage jusqu'en 320 : εἶναι Ἀθηναῖον αὐτὸν καὶ ἐκγόνους, καὶ εἶναι αὐτῷ γράψασθαι φυλῆς καὶ δήμου καὶ φρατρίας ἧς ἂν βούληται κατὰ τὸν νόμον...

Il y a une différence capitale entre la tribu ou le dème d'une part, et le genos d'autre part. Les deux premiers sont des organes de l'État, des corps politiques : il est donc naturel que tous deux soient visés dans la formule. Le genos ou thiase, au contraire, est une association privée.

Enfin, si le nouveau citoyen doit être inscrit d'une part dans une tribu et un dème, d'autre part dans une phratrie [1], n'est-ce pas que le dème et la phratrie étaient deux corps distincts, en d'autres termes que la phratrie n'était pas dans le dème, ni le dème dans la phratrie?

Tout citoyen fait donc, dans la phratrie, partie d'un genos ou d'un thiase.

En ce qui regarde les anciens genê, les orateurs (Is. Apollod; Dem. c. Neaera; Dem. c. Eubul.) ne laissent aucun doute. En ce qui regarde les thiases, l'inscription de Décélie est décisive; nous verrons que la phratrie des Démotionides contient un certain nombre de thiases qui sont dans la phratrie comme la partie est dans le tout.

Deuxième fait : l'ancien genos est toujours dans la phratrie; celle-ci se compose de plusieurs thiases, au milieu desquels souvent il y a un ou plusieurs genê nobles [2].

Le genos ou le thiase n'est pas seulement dans la phratrie; il est une partie de la phratrie, c'est-à-dire qu'il n'a guère d'existence propre en dehors du tout. Cela est, en général, rigoureusement vrai pour le thiase, cela l'est moins rigoureusement pour le genos.

La phratrie est un corps composé d'un certain nombre d'individus, associés dans diverses fins, dont la principale est la célébration d'un culte; mais ce culte n'est pas pratiqué par les individus en tant qu'individus; pour le pratiquer, les individus, qui n'appartenaient pas aux anciens genê nobles, ont établi des thiases. Le thiase est un petit groupe d'Athéniens,

[1] Je suis l'ordre de la formule, sans vouloir en conclure que l'inscription se faisait nécessairement dans ce même ordre.

[2] Isée, *Menecles*, § 14.

institué en vue de célébrer en commun le culte de la phratrie. En règle générale, le thiase n'a pas d'autre raison d'être, et par conséquent il n'a pas une vie à lui ; son but est celui de la phratrie ; sa vie est celle de la phratrie ; la partie ne peut être conçue indépendamment du tout.

Cette règle peut souffrir des exceptions.

J'ai déjà indiqué cette façon de concevoir la phratrie, comme un ensemble de plusieurs genê ou thiases, en vue de célébrer en commun le culte originairement propre aux genê; à l'origine donc, l'organe vivant a été le thiase, mais il tend à s'atrophier.

Certains thiases, plus nombreux que les autres, ont pu se donner une vie propre, se choisir des jours de fête spéciaux, posséder des biens, se bâtir un sanctuaire. Mais la généralité d'entre eux avaient une existence peu active : plusieurs même n'existaient peut-être que théoriquement. Il était convenu que dans la phratrie chacun appartenait à un thiase; mais bon nombre de thiases ne se réunissaient pas en d'autres circonstances qu'en celles qui étaient communes à toute la phratrie.

Il en était autrement du genos noble ; celui-ci était antérieur à la phratrie, et la phratrie n'avait été à l'origine que l'association d'un certain nombre de genê. En entrant dans les phratries, les genê n'avaient pas renoncé à leur vie propre. Le sentiment aristocratique avait maintenu leur cohésion ; ils avaient continué à se réunir isolément, à veiller à la pureté de leurs registres. Le sentiment aristocratique, leurs propriétés, l'administration d'un sanctuaire leur créaient des intérêts particuliers.

Mais il y avait probablement aussi des genê qui avaient laissé s'éteindre peu à peu leur activité intérieure et qui, à l'exemple des thiases, n'avaient plus d'autre principe de vie que celui qu'ils puisaient dans la phratrie [1].

[1] Tous les genê nobles que nous rencontrons à Athènes, à toutes les époques de l'histoire, sont-ils nécessairement les héritiers des genê de l'époque primitive? Je ne le crois pas. Du jour où la noblesse perd ses

Ce qui précède rend compte d'une anomalie, à première vue bizarre, qui se révèle chez les orateurs athéniens : ceux-ci, discutant des questions d'état, invoquent régulièrement le témoignage des démotes, celui des phratères, mais très rarement celui des gennètes ou des orgéons. C'est que, si l'inscription au dème et l'inscription à la phratrie se sont toujours accomplies, l'inscription au genos ou au thiase a été fréquemment omise ou s'est faite en un seul et même acte, concurremment avec l'inscription à la phratrie. On pourra objecter l'incription de Décélie (deuxième décret); là, il est vrai, le thiase se prononce à part, avant que l'ensemble de la phratrie vote; mais cette inscription montre comment les choses se passent dans cette phratrie-là, comment même, dans la rigueur, elles devraient se passer dans toutes les phratries. Chez les Démotionides mêmes, quelle vie propre, quelle importance pouvaient avoir des thiases, trop peu nombreux pour fournir trois témoins? Ainsi, jusque dans cette phratrie, il se rencontrait des thiases, qui n'existaient guère qu'en théorie.

Ce qui précède explique l'anomalie signalée.

Prenons quelques exemples. D'abord deux cas qui pourraient faire croire que tous les Athéniens ne font pas partie d'un genos ou d'un thiase.

Euxithée (*Démosthènes c. Eubulide*) veut prouver contre Eubulide que celui-ci l'a fait injustement rayer du dème d'Halimonte ; il est, soutient-il, issu d'un père et d'une mère d'origine athénienne; il cherche à établir la nationalité de son père et de sa mère. Il fait comparaître, pour son père, les

privilèges politiques, elle revient à sa situation originaire : elle ouvre de nouveau ses rangs. Certaines familles qui se maintiennent pendant quelques générations à la tête de la société, par la richesse ou par le talent, peuvent recevoir la noblesse de l'opinion publique, c'est-à-dire s'élever et se maintenir dans la considération générale. Elles peuvent prendre à la vraie noblesse son organisation, se constituer comme les anciens genê, se donner des ancêtres. Cette idée est indiquée par Toepffer, *Attische Genealogie*, 1889, p. 5.

phratères, les gennètes [1], les démotes; pour sa mère, les phratères et les démotes. Donc, serait-on tenté de conclure, la famille de sa mère n'a pas de genos [2].

Un cas non moins curieux est celui de *Ps. Démosth. c. Neaera.* Il s'agit de prouver que Stéphanos donne à Neaera la situation d'une épouse légitime, contrairement à la loi qui défend le mariage avec des étrangères, plus simplement que Neaera usurpe la qualité d'Athénienne. Parmi les preuves : Stéphanos a introduit les enfants de Neaera dans sa phratrie; il a poussé l'audace plus loin, il a donné en mariage Phano, la fille de Neaera, à un Athénien, Phrastor. Phrastor présente son fils au genos des Brytides dont il fait partie, et ici nous voyons un genos qui a conservé sa vie propre. Les Brytides refusent d'inscrire l'enfant, parce qu'il est né d'une étrangère.

Si Stéphanos avait eu un genos ou du moins un thiase, n'y aurait-il pas introduit les enfants de Neaera? Le silence de l'orateur prouve, ce semble, que la présentation au thiase n'a pas eu lieu.

De ces deux faits et de quelques autres de même nature qu'on y pourrait joindre, ne résulte pas cette conclusion. Remarquez que, dans le cas d'Euxithée et dans celui de Phrastor, nous sommes en présence d'un ancien genos [3], dans lequel les choses se passent avec la régularité traditionnelle; ce genos se prononce réellement sur les admissions. Mais, dans d'autres cas, et spécialement quand il s'agit de thiases, l'inscription se fait concurremment, et en un seul et même acte, à la phratrie et au thiase. Il n'y a donc lieu de relever que l'inscription à la phratrie,

Isée (*De her. Appollod.*) nous donne un exemple de ces inscriptions concomitantes :

[1] Euxithée dit qu'il est de famille noble. ὡς ὑπ' αὐτῶν τούτων προεκρίθην ἐν τοῖς εὐγενεστάτοις κληροῦσθαι τῆς ἱεροσύνης τῷ Ἡρακλεῖ ὡς ἦρχον ἀρχὰς δοκιμασθείς.

[2] Contra, R. Dareste, *Les Plaidoyers civils de Démosthène.* Paris, 1875, I, p. 97. Cfr. p. 106.

[3] De même Andocide, I, 127.

« Le jour des Thargélies, raconte Thrasyllos, mon père adoptif, Apollodore (l'adoption dans l'espèce est contestée), me conduisit aux autels, au milieu des gennètes et des phratères. C'est une règle parmi eux que le citoyen qui introduit chez eux un fils naturel ou un fils adoptif, doit affirmer, sous serment, qu'il présente un enfant né d'une citoyenne et né régulièrement [1], et cela, qu'il s'agisse d'un enfant naturel ou d'un enfant adoptif; après cette déclaration, les autres votent, et si leur vote est favorable, alors il est porté sur la liste τὸ κοινὸν γραμματεῖον; auparavant il ne peut l'être.

» Voilà avec quelle rigueur ils procèdent.

» Les phratères donc et les gennètes, connaissant cette règle, eurent foi en la parole d'Apollodore; ils savaient d'ailleurs qui j'étais, et que j'étais né d'une sœur d'Apollodore; à l'unanimité, ils décidèrent l'inscription de mon nom sur la liste, sur la déclaration conforme d'Apollodore et selon les rites. Et, ainsi, je fus adopté par celui-ci de son vivant, et inscrit à la liste sous la désignation de Thrasyllos, fils d'Apollodore. »

Dans ce cas, l'inscription a été faite concurremment à la phratrie et au genos.

Autre cas non moins frappant *Dém. c. Eubulide :*

Euxithée appartient à un genos, et pour prouver sa nationalité, il invoque le témoignage des « Ἀπόλλωνος πατρῴου καὶ Διὸς Ἑρκείου γεννηταὶ » et celui des phratères. Il suffit de lire ce passage pour être convaincu que l'inscription s'est faite concurremment à la phratrie et au genos, ἀλλὰ παιδίον ὄντα με εὐθέως ἦγον εἰς τοὺς φράτορας, εἰς Ἀπόλλωνος πατρῴου ἦγον, εἰς τὰ ἄλλα ἱερά .... après que son père eut prêté le serment obligatoire chez les phratères τὸν νόμιμον τοῖς φράτορσιν ὅρκον, εἰσήγαγεν ἐμὲ ἀστὸν ἐξ ἀστῆς ἐγγυητῆς αὐτῷ γεγενημένον εἰδὼς.

Troisième fait : chaque phratrie tient la liste de ses membres. L'inscription de Décélie va nous donner à ce sujet des

[1] γεγονότα ὀρθῶς = ἐξ γαμέτης.

détails précis et nous permettre de jeter un coup d'œil dans l'intérieur d'une phratrie [1].

L'inscription de Décélie, après une courte liste (1-9) des dons à faire au prêtre de la phratrie à l'occasion de la présentation des enfants, porte trois décrets de date différente.

Le premier sous l'archontat de Phormion, Pantakleus d'Oion étant phratriarque, fut rendu sur la proposition d'Heirokles. Il ordonne un examen (diadikasie) de tous ceux qui n'ont pas été l'objet d'une diadikasie régulière suivant la loi des Démotionides.

Les phratères accompliront cette diadikasie, sur le champ αὐτίκα μάλα. Ceux qui ont été inscrits à tort seront rayés de la liste des Démotionides, ἐκ τοῦ γραμματείου τοῦ ἐν Δημοτιωνιδῶν καὶ τοῦ ἀντιγράφου [2]. Celui qui les aura fait inscrire sera passible d'une amende. A l'avenir, la diadikasie aura lieu à date fixe [3]. Si quelqu'un veut appeler devant les Démotionides de la sentence qui l'a rayé, ce recours lui est ouvert βολῆται ἐφεῖναι ἐς Δημοτιωνίδας ὧν ἀποψηφίσωνται. On remarquera que la juridiction d'appel est la même que celle de première instance.

L'οἶκος des Décéliens désignera en ce cas cinq accusateurs d'office, ἑλέσθαι δὲ ἐπ' αὐτοῖς συνηγόρους τὸν Δεκελειῶν οἶκον πέντε ἄνδρας.

[1] Ouvrages consultés : Schoell, *Die Kleisth. Phratrien.* — C. Schaefer, *Altes und neues...* — Szanto, *Untersuch. aus der alten Geschichte.* Heft IV, Vienne, 1881, et *Zur Attischen Phratrien und Geschlechterverfassung. Rh. Mus.*, 1885. — Gilbert, *Der Beschluss der Phratrie* Δημοτιωνίδαι. *Jahrb. f. kl. Philol.*, 1887. — Sauppe, *Commentatio de phratriis Atticis*, Göttingue, *Lektionskatalog*, 1886/7 et *Commentatio altera*, ibid., 1890/91. — Pantazidès, *ouv. cité.* — Thumser, *ouv. cité.*

Je n'ai pas à recommencer, après tous ces auteurs, une interprétation détaillée de l'inscription. Je me borne à l'analyser avec le plus de précision possible et à en dégager les données utiles pour mon travail.

[2] Voir Schoell, *ouv. cité*, p. 8, n. 1.

[3] Voir Thumser, *ouv. cité*, p. 324, n. 5.

L'appelant débouté par les Démotionides sera frappé d'une amende. Elle sera perçue par ὁ ἱερεὺς τοῦ Δεκελειῶν οἴκου.

Les mots qui suivent donnent lieu à une difficulté : ταῦτα δ' εἶναι ἀπὸ Φορμίωνος ἄρχοντος. Le décret contient des dispositions provisoires pour la diadikasie extraordinaire, et des dispositions générales pour les diadikasies à faire dans l'avenir : où est la séparation? Szanto la place ici; Schaefer à la ligne 26 : τὴν δὲ διαδικασίαν τὸ λοιπὸν εἶναι τῷ ὑστέρῳ ἔτει ἢ ᾧ ἄν τὸ κούρειον θύσῃ. Pour Schoell, l'appel devant les Démotionides est encore au nombre des mesures provisoires qui ne concernent que la diadikasie extraordinaire. Sur ce point, il me paraît avoir raison. La phrase ταῦτα δ' εἶναι..... a pour but d'enlever aux dispositions précédentes toute force rétroactive et notamment de refuser le droit d'appel à ceux qui auraient été exclus antérieurement.

Le phratriarque doit veiller à ce que chaque année la phratrie vote sur les individus sujets à la diadikasie. A l'avenir, les sacrifices usités lors de l'inscription à la phratrie, auront lieu à Décélie, à l'autel, sous peine d'une amende à percevoir par l'hiereus de l'οἶκος des Décéliens.

Le deuxième décret, celui de Nikodemos (67-112), complète les dispositions précédentes. Il y aura d'abord, à chaque présentation, une instruction préalable (anakrisis); chacun doit fournir trois témoins pris parmi ses thiasotes. Ces témoins déclareront sous serment : μαρτυρῶ ὃν εἰσάγει ἑαυτῷ υἱὸν εἶναι τοῦτον γνήσιον ἐκ γαμετῆς. S'il ne trouve pas dans son thiase trois témoins, il les prendra dans l'ensemble des phratères.

Ensuite a lieu la diadikasie, le phratriarque fait d'abord voter les thiasotes; il dépouille publiquement le vote et proclame le résultat.

Enfin les phratères votent, et cette fois les thiasotes s'abstiennent. Si, contrairement à l'avis de ces derniers, les phratères rejettent l'enfant, les thiasotes payeront une amende. Si le vote des thiasotes a été négatif, il y a appel devant l'ensemble des phratères. A défaut d'appel, la décision des thiasotes est souveraine.

Le dernier décret est celui de Menexenos ; il ordonne à ceux qui doivent faire inscrire un enfant de renseigner, dans un certain délai [1], le nom du père et son dème, quant à la mère le nom de son père et du dème; le phratriarque les affichera à l'endroit ὅπου ἄν Δεκελέες προσφοιτῶσι.

Je dois m'arrêter à deux questions : que sont les Démotionides? Qu'est-ce que l'οἶκος des Décéliens?

L'opinion générale s'est prononcée sur le premier point, dans le sens suivant : les Démotionides sont une phratrie et, à première lecture, il semble que cela ne soit pas douteux. Cependant il y a une raison d'hésiter; je l'ai déjà signalée : si les Démotionides sont la phratrie, comment peuvent-ils être chargés de reviser en appel leurs propres sentences? Cette difficulté a donné lieu à divers systèmes.

Szanto [2] a voulu voir dans les Démotionides un genos. Les Démotionides, dit-il, sont la juridiction d'appel, donc ils doivent être distincts de la phratrie. S'ils ne sont pas une phratrie, ils sont un genos. Et, là-dessus, il bâtit tout un système; la coïncidence du genos et du dème forme la phratrie. Schaefer (*Altes und Neues*) a réfuté avec une remarquable clarté ce système : d'après Szanto, car il admet un rapport local de la phratrie et du dème, la phratrie doit être située dans le dème d'Oion; elle est une partie du genos des Démotionides, dont le groupe principal réside à Décélie. La maison des Décéliens est la famille principale du genos. L'une des phratries du genos a donc décidé de procéder à une diadikasie; les autres phratries ont fait ou feront de même. L'appel sera interjeté devant le genos lui-même, dont la phratrie n'est donc plus qu'une *subdivision !* Il suffit, je pense, d'énoncer l'idée de Szanto en ces termes pour la faire rejeter [3].

[1] Thumser, *ouv. cité*, p. 324.

[2] *Rh. Mus.*, XL.

[3] Voir les arguments de Schaefer. Je n'en citerai qu'un. D'après Szanto, les Brytides dont des membres figurent dans six dèmes (voir supra) formeraient donc six phratries. Au contraire les Etéobutades, moins bien

Schaefer, à son tour, a créé un système : les Démotionides forment un ensemble de phratries ; la phratrie dont notre inscription parle est l'une de ces phratries. Voici comment il rend compte de l'existence de ces groupes de phratries : Clisthènes trouve douze phratries purement aristocratiques ; il les ouvre à tous les citoyens, mais en même temps il les divise. « Les branches qui poussent sur le vieux tronc de la phratrie, croissent ensemble, étroitement unies, sans jamais perdre les traces de leur commune origine » (p. 31).

L'ancienne phratrie porte un nom qui est également celui des nouvelles phratries. Chacune de celles-ci est une phratrie des Démotionides, φρατρία Δημοτιονιδῶν. Toutes les phratries tiennent une liste commune, γραμματεῖον τὸ ἐν Δημοτιωνιδῶν, et chacune tient une liste spéciale, ἀντίγραφον.

L'inscription des Dyaliens, CIA II, 600, parle de deux phratriarques ; les Dyaliens louent un bien. N'y a-t-il pas là quelque analogie avec la situation des Démotionides, telle que la décrit Schaefer? Oui, si l'on admet que le κοινὸν Δυαλέων, que les Dyaliens sont un groupe, une association permanente, de deux phratries [1].

L'hypothèse de Schaefer est sans doute séduisante, et on pourrait la réduire tout simplement à ces termes, que lui-même indique : les Démotionides sont un groupe de plusieurs phratries, qui s'administrent séparément pour tous leurs intérêts particuliers, mais d'après des règles communes arrêtées par l'ensemble des phratères, c'est-à-dire par les Démotionides. Mais, si tentante que soit cette hypothèse, je ne puis lui trouver aucun point d'attache dans la partie de l'inscription que con-

partagés, n'auraient qu'une phratrie (ESCHINE, texte cité, supra). Il faut remarquer que, d'après Szanto, le genos n'est pas toujours le cadre supérieur à la phratrie ; le contraire peut arriver.

[1] THUMSER, *ouv. cité*, p. 324, et *ibid.*, n. 1, remarque justement que cette union de deux phratries semble n'avoir rapport qu'à l'administration de biens communs. En effet l'inscription des Dyaliens s'occupe seulement de la location d'une propriété.

naissait Schaefer (1-58); la suite, loin de lui donner quelque force, me paraît absolument contraire à ses prémisses [1].

Le décret de Nikodemos et celui de Menexenos sont pris par les phratères; il n'y est plus question des Démotionides, 113. Μενέξενος εἶπεν· δεδόχθαι τοῖς φράτερσι περὶ... Ils complètent donc τὸν νόμον τὸν Δημοτιωνιδῶν (14). S'il en est ainsi, les Démotionides et les phratères ne font qu'un.

Le second décret organise toute la procédure des inscriptions: première décision des thiasotes et appel ouvert εἰς τοὺς ἅπαντας (101), c'est-à-dire l'ensemble des phratères; il n'est donc plus question de l'intervention de l'οἶκος des Décéliens. Cette voie spéciale de recours est supprimée. Le second décret fixe maintenant la portée du premier. En vertu de celui-ci, la diadikasie devait avoir lieu sur le champ et être accomplie par les phratères qui étaient présents; cette façon de procéder était un peu sommaire; l'appel devant les Démotionides était moins un appel que la demande d'un nouvel examen, régulièrement fait cette fois, du litige. Ainsi se comprend que la phratrie peut être à la fois la juridiction de première instance et la juridiction d'appel. Dans ce cas, en fait, les membres présents sont plus nombreux, les débats plus approfondis. La deuxième juridiction diffère donc de la première [2].

Qu'est-ce que l'οἶκος Δεκελειῶν? Cet οἶκος est chargé de participer à la diadikasie; il a à sa tête un hiereus, lequel doit recueillir certaines amendes (40 et 54).

On y a vu un genos [3]. Telle est l'opinion de Schaefer (p. 24), lequel ajoute, il est vrai, en note, que l'οἶκος n'était pas un γένος, au sens strict du mot, mais qu'il semble que dans notre phratrie il occupait le rang d'un γένος. Vrai ou faux, le genos

[1] Le premier décret disait déjà : τὰ δὲ ἔδοξεν τοῖς φράτερσι; mais la portée de ces mots pouvait être contestée.

[2] Telle est l'opinion de Schoell. *Die Kl. Phr.*

[3] Köhler. *Mitth. des deutsch. arch. Instit.*, VII, etc. Toepffer a rangé le genos des Décéliens dans sa liste, sous le n° 28 (*Attische Geneal.*, p. 289).

ou οἶκος serait, dans la phratrie, comme les Etéobutades dans la phratrie d'Eschine. En soi, cette conception n'a rien d'inacceptable. Seulement, οἶκος veut-il dire γένος? Je crois que Schoell a eu raison de le traduire littéralement; οἶκος, c'est la maison, le temple, le lieu de réunion des Décéliens et, par métaphore, l'ensemble des Décéliens qui s'assemblent là, comme nous dirions *cour* d'appel, *chambre* des représentants. L'οἶκος des Décéliens serait donc un groupe de Démotionides [1] qui habitaient le dème de Décélie et qui, lors de la diadikasie extraordinaire, furent chargés de missions spéciales, à raison même de leur présence au siège de la phratrie [2].

Concluons : la phratrie des Démotionides a son siège à Décélie; c'est là que sont ses autels; c'est là qu'habitent une grande partie de ses membres, puisqu'elle publie sa décision à l'endroit où les Décéliens se réunissent, ὅπου ἄν Δεκελειῆς προσφοιτῶσιν ἐν ἄστει (62, 63 et 121, 122 [3]).

Elle a des membres en dehors du dème de Décélie, puisque le phratriarque est du dème d'Oion et puisque, à raison sans doute de l'éloignement, certains phratères faisaient les sacrifices pour leurs enfants en dehors de Décélie.

[1] Gilbert signale déjà cette interprétation. Sauppe, *Comm. de phratriis*, 1887/8, l'adopte.

[2] Il faut rapprocher de l'inscription de Décélie, l'inscription de Chios (Dittenberger, *Sylloge* n° *560*). Les Klytides décident de οἶκον τεμένιον οἰκοδομήσασθαι καὶ τὰ ἱερὰ τὰ κοινὰ ἐκ τῶν ἰδιωτικῶν οἰκιῶν εἰς τὸν κοινὸν οἶκον ἐνεγκεῖν. Les Klytides sont une phratrie, non un genos, comme l'a prétendu Pantazidès (*Ephemeris archaiol.*, 1888). Ils bâtissent un temple commun à tous les membres, où seront déposées les images des dieux, τὰ ἱερὰ, lesquelles étaient conservées dans les demeures particulières ou dans les chapelles des Genê.

Cette inscription montre, comme le remarque Schöell, que οἶκος ne peut signifier γένος. — Voir encore *C. I. A.*, II, 1.614. R. Schöell, *Satura philol. H. Sauppio oblata*. Berlin, 1878. — Thumser, *ouv. cité*, p. 400, voit dans l'οἶκος une association religieuse existant dans la phratrie et répondant aux thiases; il y reconnaît un ancien genos.

[3] Lysias, 23, 3.

Elle a à sa tête un phratriarque et un hiereus de Zeus Phratrios.

Elle se compose d'un certain nombre de thiases; tout individu fait à la fois partie d'un thiase et de la phratrie. Elle ne comprend probablement pas parmi ses thiases un genos, qui occuperait un rang élevé [1].

Telle est donc l'image que nous offre une phratrie après Clisthènes. Tout citoyen doit être membre d'une thiase et d'une phratrie. Chez les Démotionides, il y a un double examen de la demande d'admission, d'abord par les thiasotes, puis par les phratères.

IX. — *Clisthènes a-t-il établi un rapport local entre le dème et la phratrie ?*

Je dois maintenant revenir sur un point que j'ai déjà touché, mais dont l'examen plus détaillé demandait la connaissance de l'inscription de Décélie; je veux parler du rapport étroit que Clisthènes aurait établi entre le dème et la phratrie.

Buermann, dans son étude souvent citée, admet que Clisthènes a dû créer de nouvelles phratries.

Platner avait cru que les phratries de Clisthènes étaient des subdivisions des tribus et qu'elles comprenaient, en règle générale, plusieurs dèmes.

Buermann rejette cela et pose ce dilemme : ou les phratries étaient des subdivisions du dème, ou il n'y avait entre phratries et dèmes aucun rapport organique nécessaire, *ein nothwendiger organischer Zuzammenhang* (p. 609).

Il se prononce pour la première branche du dilemme, par ce motif excellent que les rapports des phratries avec les anciens

[1] D'après Schöell, thiase est devenu un terme général qui comprend les thiases proprement dits et les genê que peut renfermer la phratrie. Idem Sauppe. *Comm. altera*, p. 7.

genê subsistant, il n'y a pas moyen de considérer les phratries comme des subdivisions des dèmes, puisque les gennètes n'appartiennent pas toujours au même dème.

Mais, dans un appendice, il revient sur ce qu'il a dit (p. 643). Il a sous les yeux le décret de la phratrie (*sic*) des Dyaliens ; il remarque que les deux phratriarques sont du dème de Myrrhinus et que le terrain que loue la phratrie est situé dans ce même dème. Il en conclut que les phratères résidaient tous à Myrrhinus, ou du moins appartenaient à ce dème, et que les phratries étaient des corporations plus petites que les dèmes et qu'elles étaient locales, *örtlich zuzammenhingen.*

Clisthènes prit les anciens genê, sans tenir compte des différents domiciles de leurs membres, comme centres de ses phratries ; il ne considéra que le siège de chaque genos (*Stammsitz*) et lui adjoignit comme associés religieux les non-gennètes qui habitaient dans les environs.

Schoell déclare : ce n'est pas le genos, mais le dème, qui est le point central de la phratrie.

Voici en quel sens il entend, je le pense du moins, ce qui précède. Il vient de prouver que l'οἶκος des Décéliens n'est pas un γένος ; il réfute par là l'opinion que Clisthènes aurait pris un genos noble comme centre de chaque phratrie [1].

Au contraire, Clisthènes, en réformant les phratries, les mit en rapport avec les dèmes. Chaque phratrie avait son siège dans un des principaux dèmes ; les membres des thiases de la phratrie étaient en grande partie (pourquoi cette restriction?) membres de ce dème.

Les genê nobles passèrent intacts dans les nouvelles phratries et restèrent en dehors *des bestimmten Demenverbandes.* Clisthènes fit entrer les thiases avec les genê dans ses phratries : en effet, ce doit être en vertu d'une loi « que le culte

[1] Busolt, *Gr. St.*, IV, 145 : « ..... die Bewohner eines den Stammsitz eines Geschlechtes umgebenden Bezirks die Phratrie bildeten und dass der Stammsitz zugleich deren Mittelpunkt war ». Cette opinion vient de Buermann (*Jahrb. f. kl. Phil. Suppl.* IX).

familial des anciens genê fut étendu aux nouveaux genê qui furent unis aux premiers dans les phratries ».

Ces deux systèmes ont plusieurs points communs : 1° Clisthènes a multiplié le nombre des phratries et y a introduit les non-nobles; 2° Il les a réorganisées en les mettant en rapport avec les dèmes; 3° Les anciens genê entrèrent intacts dans les nouvelles phratries.

Il est inutile de revenir sur le premier et le troisième point; le deuxième seul demande encore quelques éclaircissements. Quelles sont les preuves? Nous les connaissons: les deux phratriarques des Dyaliens et leur propriété à Myrrhinus; les Démotionides, membres en très grande partie du dème de Décélie [1]. Ces faits sont-ils suffisants? Que prouvent-ils? Pas autre chose que ceci : la phratrie a son *siège* dans un dème. Elle est située quelque part, c'est-à-dire que ses autels, ses biens sont sur un point quelconque du territoire.

De quelle nature serait d'ailleurs ce rapport du dème et de la phratrie? On est bien forcé d'abandonner ce rapport pour les membres des anciens genê, mais par là même « dèmes et phratries deviennent réciproquement incommensurables ». (Schaefer, 14.)

D'ailleurs cette exception montre la faiblesse du système : en effet, nous ne connaissons bien que les relations des gennètes avec le dème, et nous voyons que les gennètes ne sont pas un groupe dans le dème, n'en sont à aucun égard une subdivision. Voilà le seul fait connu, et c'est d'après lui qu'il est, ce me semble, logique de déterminer les relations de la phratrie avec le dème. Un système qui commence par laisser ce fait en

[1] Cfr. SCHAEFER, *Altes und neues*, pp. 10 et 14 : « Aus diesem Umstande auf engere Beziehungen zwischen Demos und Phratrie zu schliessen wäre kaum etwas anderes als wollte heutzutage irgend einer dem zufälligen Umstand dass Jemand zu gleicher Zeit Mitglied des Alpenklubs und des Vereins zur Rettung Schiffbrüchiger ist, entnehmen, dass die beiden Vereinigungen auch nur das geringste mit einander zu thun hätten.

dehors, pour avoir plus de facilités à poser une règle générale, se condamne lui-même.

Il y a encore dans ce système une prémisse qui est erronée : Clisthènes a fait entrer toute la population dans les phratries aristocratiques ; je l'ai rencontrée.

Concluons que Clisthènes n'a établi aucune relation locale entre phratries et dèmes ; ces deux organismes sont indépendants l'un de l'autre.

X. — *Rapport de l'inscription à la phratrie et de l'inscription au dème et valeur de ces inscriptions.*

Chaque citoyen était d'abord inscrit à la phratrie, puis il était inscrit dans un dème. Donc deux registres, deux inscriptions. Quel est le rapport qui existe entre ces deux inscriptions? Y en a-t-il un?

Si Clisthènes, en créant les dèmes, n'a rien changé à la phratrie, cette double inscription se fait, après sa réforme, pour la première génération, dans la phratrie suivant la naissance, dans le dème suivant le domicile.

Chaque phratrie a son siège dans un dème (je ne dis pas, le point est important, que chaque dème est le siège d'une phratrie). Les membres de cette phratrie qui, lors de la création des dèmes, ont gardé le domicile de leurs ancêtres, sont inscrits dans la phratrie et dans le dème, au même lieu ; ainsi un habitant du dème de Décélie est inscrit à Décélie dans le dème et dans la phratrie qui a là son siège, pour autant que celle-ci soit sa phratrie paternelle.

Chaque citoyen est inscrit dans une phratrie et dans un dème : à quoi sert cette double inscription? Cette difficulté a arrêté tous les auteurs qui se sont occupés de la question, et les solutions proposées sont nombreuses. Je n'en reproduirai que trois : celle de Toepffer, celle de Schoell et celle de

Philippi qui me paraissent posséder, plus que les autres, le mérite d'une certaine netteté.

Toepffer (*Attische Genealogie,* p. 17) écrit que les phratries étaient renfermées dans l'ordre religieux. Comme le dème donne à l'Athénien sa place dans la communauté politique, ainsi la phratrie fait de lui un membre de la communauté religieuse. L'introduction à la phratrie peut se comparer au baptême, et le φρατερίκον γραμματεῖον au registre de baptême, la phratrie elle-même à une congrégation religieuse quelconque. Quant au rapport du dème et de la phratrie, il n'a guère pu y en avoir de plus étroit que celui qui existe aujourd'hui entre une communauté protestante ou catholique d'une localité et les habitants envisagés comme soumis au service militaire, astreints à l'impôt.

Ces rapprochements, exacts en certains détails, sont trompeurs dans l'ensemble: à Athènes, la religion était la première des institutions politiques ; elle n'intéressait pas seulement la conscience des citoyens, elle réglait, dans une certaine mesure, leur situation vis-à-vis de l'État. La phratrie spécialement était certes une corporation religieuse; mais il n'y avait point de groupement des individus à Athènes qui n'eût, à quelque degré, ce même caractère. La phratrie était aussi une corporation civile. Le citoyen, comme tel, devait en être membre, sous peine de perdre quelque chose de ses droits; à cette obligation étaient attachées certaines conséquences, et il reste à les préciser. Ce que dit Toepffer élude les difficultés de la question, en transportant dans l'antiquité athénienne une distinction toute moderne entre l'ordre civil et l'ordre religieux.

Le droit de cité, dit Schoell [1], repose sur le dème et sur la phratrie. La phratrie appartient à la sphère du droit privé, le dème à la sphère du droit public. Pour la détermination (*für die Regulirung*) des droits et des charges d'un citoyen, milice,

[1] *Die Kleisth. Phratrien.*

impôts, droit de vote, éligibilité, la dernière organisation est seule décisive. Le dème, comme circonscription administrative, tient le rôle des citoyens astreints au service militaire et au payement de l'impôt. La phratrie, comme corporation religieuse, tient l'état civil (*das Standeregister*). Mais la première liste repose sans aucun doute sur la seconde.

Je lis dans Philippi, que les deux inscriptions donnent (*giebt*) des droits spéciaux : l'inscription à la phratrie, le droit de famille ; l'inscription au dème, le droit de cité. L'inscription à la phratrie confère (*gewährt*) l'ἀγχιστεία [1] ; l'inscription au dème, la πολιτεία (*Att. Bürgerr.*, p. 100).

Ces deux solutions ne se présentent pas à l'esprit d'une façon tout à fait nette. Que signifient les mots : « donner, conférer » ? Nos listes électorales confèrent-elles, donnent-elles, prouvent-elles le droit électoral, ou sont-elles la condition de l'exercice de ce droit? Mais n'insistons pas actuellement sur la terminologie.

Peut-on dire avec Schoell, car c'est ainsi que j'interprète son opinion, que la liste de la phratrie atteste la filiation et celle du dème la nationalité? Par conséquent, la liste de la phratrie appartiendrait au droit privé, la liste du dème au droit public. Cette distinction n'a qu'une clarté apparente. Je comprends que le contrat de vente soit du droit privé, les conditions d'éligi-

[1] L'ἀγχιστεία, c'est-à-dire la parenté, en tant qu'elle est liée avec le droit d'hérédité. — Das Wort bezeichnet die Verwandtschaft, aber sofern sie mit dem Erbrechte verbunden ist. — Busolt. *Gr. st.*, p. 19, écrit à propos de l'ἀγχιστεία : Durch die Bildung gesonderter Hausstände seitens der Söhne und deren Nachkommen verzweigte sich die Familie zur Sippe oder zum Geschlecht. Die Mitglieder einer Sippe blieben in familienrechtlicher Verbindung. Insbesondere bildeten die Eltern mit den Deszendenten der nächsten drei Grade (Söhnen, Enkeln, Urenkeln, Geschwisterkindern und Enkeln) sowie diejenigen, welchen einen Aszendenten der nächsten drei Grade gemeinsam hatten, eine engere sakrale und verwandschaftliche Gemeinschaft (ἀγχιστεία), die in der Pflicht zur Bestattung und und zum Totenkultus und in der nähern Erbberechtigung zum Ausdrucke kam.

bilité du droit public; mais la nationalité tient à la fois du droit privé et du droit public; car elle repose sur la filiation. Donc, si la liste du dème prouve la nationalité, et elle la prouve, elle prouve aussi la filiation. La liste du dème prouve la filiation et la nationalité : alors, que prouve la liste de la phratrie? Elle ne peut plus prouver que la filiation; celle-ci serait donc prouvée deux fois. Mais on pourrait dire : la liste du dème prouve la filiation pour le droit politique, la liste de la phratrie prouve la filiation pour le droit privé.

C'est à peu près ce que dit Philippi, mais sa notion est plus restreinte : la liste du dème, dit-il, donne la Politeia, celle de la phratrie donne l'Anchisteia; l'Anchisteia, c'est-à-dire le droit d'hérédité, en tant qu'il repose sur la filiation, sur la parenté, donc le droit d'hérédité en vertu de la loi.

Ainsi la liste de la phratrie prouve qu'un tel est fils d'un tel et d'une telle, tous deux Athéniens, donc qu'il en peut hériter en vertu de la loi; donc, ajouterai-je, qu'il est soumis à leur autorité paternelle; d'une façon générale, qu'il jouit de tous les droits et est soumis à toutes les charges qui découlent de sa filiation. De même la liste de la phratrie attestera l'adoption.

La liste du dème prouve qu'un tel est fils d'un tel et d'une telle, tous deux Athéniens, donc qu'il est astreint au service militaire, éligible, électeur, etc.

Cette notion est certainement saisissable et claire; mais elle n'est pas exacte.

Si la liste du dème prouve la filiation, elle la prouve pour le droit privé et pour le droit public. Philippi lui-même le constate, pages 103 et suivantes.

Il sera donc nécessaire de reprendre la question dans son ensemble et dans ses détails.

Il s'agit ici d'un acte juridique en un double sens : acte écrit ou instrumentaire et acte juridique proprement dit.

En quoi consiste l'acte juridique? Un tel présente son fils à la phratrie ou au dème, il y est accepté.

En quoi consiste l'acte instrumentaire? Il est dressé acte de cette présentation et de cette acceptation : le registre porte

une mention qui est l'équivalent de : « un tel, fils d'un tel et d'une telle, Athéniens, mariés [1] ».

Quelle est la valeur de l'acte instrumentaire, de l'inscription matérielle? L'écrit n'a aucune force probante. Stiévenart [2] s'étonne quelque part que, dans les questions d'État, on ne produise jamais les registres. Cet étonnement est le fait d'un jurisconsulte du XIX^e^ siècle. A Athènes, l'acte n'est jamais produit, parce qu'il n'a aucune force probante. Les plaideurs recourent toujours à la preuve testimoniale : l'écrit n'est pas un moyen de preuve.

Ceci n'est-il pas en contradiction avec des faits incontestables? Le registre des démotes, ai-je dit, n'a aucune valeur probante; cependant nous savons que cette liste sert à montrer à l'État quels sont les électeurs, les éligibles, etc.; donc elle a une valeur probante.

Pour écarter cette objection qui repose sur une confusion de mots, prenons un exemple : X a été élu archonte; à la dokimasie, on lui demande s'il est Athénien; il répond affirmativement. Sa qualité est contestée par un tiers; un procès s'engage. X trouve-t-il dans l'écrit une preuve, ne fût-ce qu'une présomption, semblable à celle que nos lois attachent à l'inscription sur nos listes électorales? Nullement; il doit prouver sa nationalité en établissant sa filiation légale, et il n'a pas d'autre moyen de preuve que la possession d'état dont le fait de son appartenance à un dème sera un élément, rien de plus; ce dernier fait, il le prouvera, non par la production de l'écrit, mais par témoins, et, qu'on le remarque bien, il doit prouver, non pas qu'il est inscrit au registre, mais qu'il est membre d'une phratrie, d'un dème.

Je suppose, pour éclaircir encore ce point, un cas emprunté à notre propre législation : X possède toutes les conditions

[1] Buermann a établi l'existence d'un concubinat légal; les enfants issus de cette union entre Athéniens étaient légitimes. *Jahrb. f. kl. Phil. Suppl.*, IX et Philippi, *ibid.*, 1879.

[2] *OEuvres complètes de Démosthène et d'Eschine.* Paris, Didot, 1870.

voulues pour être électeur; il ne pourra voter que s'il est inscrit à la liste électorale. A Athènes, X, nommé archonte, ne figure pas à la liste du dème; il pourra néanmoins entrer en fonctions s'il prouve qu'il a été présenté et agréé au dème, qu'il en est membre.

La liste du dème est un document administratif dépourvu de toute valeur probante quant aux faits qu'elle suppose. Ce n'est pas l'inscription à cette liste qui est une condition de l'exercice du droit : c'est l'appartenance au dème; c'est donc l'acte juridique.

Nous sommes en présence d'un acte juridique, dont les deux éléments essentiels sont la déclaration du père et l'acceptation par la phratrie ou le dème. Il peut être suppléé, notons-le en passant, à la déclaration du père : aussi nous voyons des citoyens qui se font inscrire eux-mêmes, par exemple, dans *Démosth. c. Leoch.* De même, l'agréation par la phratrie ou l'agréation par le dème ne se font pas toujours régulièrement, mais ce sont là des exceptions.

Quel est l'effet de cet acte juridique? Cet effet n'est pas précisément de créer un droit. Le point est important : X est le fils légitime d'un citoyen et d'une citoyenne; donc il est lui-même citoyen. Ce qui *crée* son droit, c'est le fait même de sa naissance; mais à ce fait, cause créatrice du droit, l'affiliation à la phratrie et au dème ajoute quelque chose; cette affiliation produit un effet déterminé, elle *permet* à X d'*exercer* son droit. Cette distinction est capitale. L'acte juridique est la condition essentielle de l'exercice des droits civils et politiques.

L'individu qui ne peut invoquer cet acte sera arrêté par une exception basée sur l'absence de l'acte. Ainsi, au point de vue politique, n'étant pas membre d'une phratrie, il ne sera pas éligible. Ce n'est pas que pour l'accomplissement de l'acte, il y ait un délai fatal; il peut avoir lieu à toute époque de la vie.

Si l'acte juridique créait, à proprement parler, le droit, on comprendrait qu'il pourrait être opposé aux tiers; mais il n'en est pas ainsi, puisque le fait qui donne naissance au droit est distinct, selon la nature même des choses, de l'acte juridique,

lequel se borne à permettre, à rendre possible l'exercice de ce droit préexistant.

Cet acte juridique n'est qu'une condition essentielle de l'exercice du droit. Par conséquent, cela résulte de sa nature même, il ne peut être opposé aux tiers. X est affilié à une phratrie; il en résulte qu'il peut exercer, en ce qui le concerne et en ce qui concerne les tiers qui ne s'y opposent pas, les droits qui découlent de cette affiliation; mais il n'en résulte pas qu'il soit citoyen *erga omnes*. Donc les tiers peuvent toujours contester sa qualité de citoyen, alléguer l'extranéité du père ou de la mère, ou l'absence d'une union régulière des parents. Et par tiers il faut entendre même les phratères et les démotes qui ont inscrit l'intéressé.

En cas de contestation, à qui incombe la preuve? Évidemment à l'individu dont le droit est contesté. Il prétend agir comme citoyen, c'est à lui à justifier de sa qualité; cette qualité est le produit de la filiation légale, donc il doit prouver celle-ci.

On le voit, cette organisation diffère profondément de la nôtre. Voici où gît la différence : nous possédons un système légal de l'état civil; les Athéniens n'en possédaient pas. Expliquons-nous par un exemple : X est le fils légitime, né en Belgique, de parents belges : comment va-t-il prouver ces faits? En produisant un extrait des registres de l'état civil, et cet acte fera preuve de ses énonciations principales jusqu'à inscription de faux et jusqu'à preuve du contraire pour les autres. Que puis-je opposer à X? Que ses parents n'étaient pas mariés? Il me répondra encore par un écrit.— Que son père n'était pas belge? Il me répondra de nouveau par l'extrait de naissance de son père, de son grand-père, s'il est nécessaire. — Que X, dont il s'agit dans l'acte, n'est pas X avec lequel je suis en contestation, que ce second X se prévaut d'un acte qui ne le concerne pas? Ce serait un cas où il pourrait y avoir lieu à preuve testimoniale.

Rien de plus faux, par conséquent, que d'identifier les registres athéniens avec notre état civil. Il serait plus juste de

les comparer avec nos listes électorales ; ce document ne crée pas un droit, mais est la condition de l'exercice d'un droit.

D'autre part, il a une certaine force probante : le registre athénien ne l'a pas. En Belgique il ne suffit pas d'avoir les bases du droit électoral : il faut, en outre, l'acte matériel de l'inscription, il faut l'écrit. A Athènes, l'écrit n'est pas, à strictement parler, requis; ce qui est indispensable pour l'exercice du droit, c'est d'appartenir à une phratrie et à un dème, c'est l'acte juridique qui est essentiel, ce n'est pas l'acte instrumentaire.

Je me suis exprimé jusqu'ici d'une façon très générale : tout ce que j'ai dit s'applique aussi bien au dème qu'à la phratrie ; mais il faut maintenant préciser davantage et entrer dans le détail.

A Athènes, l'inscription est double, d'abord à la phratrie, puis au dème : chacune de ces inscriptions ou plutôt chacun des actes juridiques qu'elles supposent produit-il des effets spéciaux et déterminés?

L'affiliation au dème est la condition de l'exercice des droits du citoyen, des droits privés comme des droits politiques. Mais si le dème, à lui seul, donne tous les droits, que reste-t-il pour la phratrie ? Celle-ci serait donc sans objet. Mais alors comment l'obligation d'en faire partie a-t-elle pu subsister ?

Il y a toute une période de la vie de l'Athénien pendant laquelle il est d'une phratrie sans être d'un dème. Cette période cesse à 18 ans accomplis. A ce moment, il est inscrit au dème, et il trouve dans l'acte qui aboutit à cette inscription l'accomplissement de la condition essentielle pour qu'il puisse exercer tous les droits politiques et privés. A ce moment il est pleinement citoyen [1].

Mais, avant ce moment, certains droits peuvent s'ouvrir

[1] Il y a encore quelques restrictions, comme celle provenant de l'âge d'éligibilité au sénat, etc.

pour lui ; il peut, par exemple, être appelé à une succession. Ces droits, il pourra évidemment les exercer, à condition qu'il soit membre d'une phratrie et, en cas de contestation, qu'il prouve sa qualité de citoyen.

X, mineur, est appelé à une succession : il a l'ἀγχιστεία, comme dit Philippi, la vocation à l'hérédité. Pourquoi l'a-t-il ? Ce n'est pas parce qu'il est inscrit à une phratrie, c'est parce qu'il est citoyen athénien ; mais les droits attachés à la qualité de citoyen, on ne peut les exercer que si l'on fait partie d'une phratrie. Donc, en cas de contestation, X doit prouver qu'il est citoyen et qu'il est membre d'une phratrie. L'affiliation à une phratrie est la condition de l'exercice des droits du citoyen pour X ; comme X est mineur, on peut dire qu'en fait, l'affiliation à la phratrie est la condition de l'exercice des droits privés. Mais cela n'est vrai qu'en fait, pas en théorie.

Autrefois, l'affiliation à la phratrie était seule exigée, et après avoir permis à l'Athénien d'exercer pendant sa minorité les droits privés, elle lui permettait à sa majorité d'exercer aussi les droits politiques. Clisthènes vient, et sa réforme offre le spectacle très curieux d'une institution superposée ou juxtaposée à une autre.

Il donne au dème, dans les institutions du droit public, la place que la phratrie occupait ; il se produit une abrogation tacite qui se limite strictement à ce qui, dans la loi ancienne, est contraire à la loi nouvelle. Cette abrogation tacite délimite les rapports de la phratrie avec l'État et spécialement avec le dème, ainsi que les effets attachés à l'affiliation à une phratrie.

Désormais, l'État abandonne aux phratries tout ce qui regarde leur administration et notamment la tenue de leurs registres. Chacune fait, à cet égard, ses règlements [1]. Le désordre, les irrégularités qui se produisent ne touchent pas

[1] Les orateurs parlent sans cesse du νόμος des phratries : « C'est une règle chez eux, leur serment régulier νομίμος est... » et autres formules qui montrent bien que chaque phratrie arrête elle-même ses statuts. Isée, VII, 16; Andoc., I, 127.

directement l'État. Les individus ne peuvent invoquer cette inscription contre lui pour revendiquer des droits politiques. Mais quand il s'agit de lui-même, de ses rapports politiques et administratifs avec les citoyens, l'État se montre plus difficile : il ne reconnaît comme éligibles, électeurs, etc., que les individus qui sont affiliés aux dèmes ; il ordonne des examens de la liste des démotes ; il règle les formalités à observer lors des admissions.

De même, en vertu de cette abrogation tacite, sont déterminés les effets de la phratrie : autrefois, comme je l'ai dit, elle donnait la faculté d'exercer tous les droits privés et politiques attachés à la qualité de citoyen, à la filiation légale. Clisthènes déclare : L'État ne reconnaîtra plus de droits et de charges à son égard qu'à ceux qui, à 18 ans, seront membres d'un dème. Sa réforme, qu'on le comprenne bien, est donc, dans son principe, purement politique ; il ne légifère pas dans la sphère du droit privé ; ce n'est que par voie de conséquence que sa réforme influe sur celui-ci.

En s'exprimant ainsi, Clisthènes ne dit rien de la phratrie ; elle subsiste dans les limites où son existence est compatible avec celle du dème. Déjà nous avons vu un changement dans la situation de la phratrie : elle est redescendue au rang d'une institution privée, et partant n'intervient plus dans le droit politique. Autre modification : à partir de 18 ans accomplis, l'affiliation à la phratrie n'a en réalité, pour l'Athénien, plus aucun effet juridique. L'appartenance à un dème suppose la filiation légale ; elle procure à l'Athénien la faculté d'exercer tous les droits attachés à cette qualité, les droits publics comme les droits privés.

Mais l'abrogation tacite n'opère que sur les contrariétés de la loi ancienne avec la loi nouvelle.

Clisthènes n'a pas légiféré directement pour la phratrie. Elle reste donc ce qu'elle était autrefois, pour toute la période de la vie qui finit à 18 ans accomplis.

Peut-on dire donc que les deux inscriptions donnent des droits différents ? Non. D'abord, l'inscription ne donne pas de

droits, c'est la filiation légale qui crée le droit. Peut-on dire du moins que chaque inscription est la condition de l'exercice de droits différents? Théoriquement non. La phratrie jusqu'à 18 ans, ensuite le dème, sont la condition de l'exercice des droits du citoyen. Mais, dans la pratique, comme jusqu'à 18 ans il n'y a pour le citoyen que des droits privés, on peut dire que la phratrie est la condition de l'exercice du droit privé. Après 18 ans, c'est en réalité l'affiliation au dème qui seule produit effet; elle donne directement la faculté d'exercer les droits politiques, mais comme cette faculté est attachée à la filiation légale, le dème donne indirectement et par voie de conséquence la faculté d'exercer les droits privés.

Après 18 ans, l'inscription à la phratrie est donc strictement inutile, mais elle n'en subsiste pas moins.

Elle s'impose même aux majeurs. Exemples : les naturalisés et les adoptés; mais elle est loin d'avoir pour ceux-ci la même importance quand ils sont majeurs que dans le cas où ils (spécialement les adoptés) seraient mineurs.

De là, l'explication de la conduite de Léostrate (*Dém. c. Leoch.*), lequel se fait d'abord inscrire dans le dème de son père adoptif, puis plus tard dans sa phratrie. Le dème lui a tout donné.

De même Nicomaque (*Lys. c. Nicom.* § 2 : ὅσα ἔτη γεγονὼς εἰς τοὺς φράτορας εἰσήχθη, πολὺ ἄν ἔργον εἴη λέγειν) semble avoir laissé s'écouler un temps assez long entre son inscription au dème et son inscription à la phratrie [1].

Pourquoi cette obligation à laquelle aucun effet n'est plus attaché?

Toujours pour la même raison : avant Clisthènes, on doit faire partie d'une phratrie.

Clisthènes ne dispense pas les citoyens de cette obligation : il se borne à leur en imposer une nouvelle. A la rigueur, l'inscription au dème se suffit à elle-même; elle prouve la filia-

[1] Voir encore dans PHILIPPI, p. 133, les allusions d'Aristophane à l'inscription tardive dans la phratrie.

tion et la nationalité. Mais on a toujours fait, à Athènes, partie des phratries. On a toujours demandé, à la dokimasie des archontes, si les élus honoraient Zeus Herkeios et Apollon Patrôos. Et nous touchons ici la véritable raison pour laquelle Clisthènes a maintenu les phratries.

Cependant Clisthènes respecte, dans les formes plus que dans la réalité, les antiques traditions qui associent étroitement la religion et la politique. Si ce n'était commettre un anachronisme, je dirais qu'il est le premier qui ait eu quelque idée de la séparation de l'Église et de l'État.

Dans l'époque primitive, le privilège politique des nobles est par essence, comme je l'ai déjà indiqué, un privilège religieux. Le culte de la phratrie, celui du genos leur appartiennent en propre, et par là ils sont les maîtres de la Cité. Tout droit dépend de la participation à ces cultes.

Les non-nobles y sont admis par faveur. Dans la confrérie religieuse, ils sont subordonnés aux nobles; ainsi ils leur sont subordonnés dans la Cité. Peu à peu leur émancipation progresse, mais en fait la Cité reflète leur infériorité dans la phratrie, et s'ils ont la loi pour eux, ils ont contre eux la tradition, l'usage.

Clisthènes donne à son droit de cité une base laïque; cependant il faut bien qu'il tienne compte des traditions et donne à ses nouveaux groupements quelque apparence religieuse : les dèmes auront leurs cultes [1] (*Arist. Polit.*, passage cité p. 79), mais le caractère politique l'emportera en eux sur le caractère religieux.

D'autre part, il ne pouvait déclarer inutiles les cultes de la phratrie et du genos, conservés par la tradition.

Il les maintint donc tels qu'ils étaient avant lui. Ainsi la constitution athénienne présentait un aspect de singulière irrégularité : la phratrie ressemblait à un couloir par lequel toutes les générations passaient comme toujours elles avaient passé,

[1] O. Mueller, *De demis Atticis, Dissert.*, 1880, p. 63.

mais qui en somme ne menait plus nulle part. Et cette raison tirée des idées religieuses protégea les phratries contre les entreprises de Clisthènes et plus tard les défendit contre l'action du temps.

Il me reste à ajouter deux observations sur des points secondaires.

L'appartenance à une phratrie, à un dème, est la condition de l'exercice des droits attachés à la filiation; mais il ne s'agit pas d'une filiation quelconque.

X peut exercer ces droits en tant qu'il est le fils de tel Athénien et de telle Athénienne; sa filiation est donc une filiation déterminée; il exercera les droits attachés à cette filiation déterminée. Par conséquent, il ne lui est pas indifférent d'être membre d'une phratrie quelconque ou d'un dème quelconque. Ceci s'applique particulièrement en matière successorale, en matière de reconnaissance d'enfant illégitime, en matière d'adoption. Nous verrons bientôt des exemples qui éclaireront cette observation.

Ensuite, je lis dans Schoell que la liste du dème repose sur celle de la phratrie. Les exemples donnés nous montrent le contraire[1]. Les deux listes sont indépendantes l'une de l'autre[2].

Voyez encore toute la procédure de l'affiliation au dème

[1] O. Mueller, *De demis Atticis*, p. 36, a remarqué cela, mais en passant « neminem... in demi tabulis inscribi potuisse, quin in phratriam receptus esset (?); sed quod in phratriae indicem relatus erat, ob eam ipsam causam a demotis eum accipiendum non fuisse ».

[2] Euphiletos (Isée, *pro Euphileto*) a été rayé du dème d'Erchias. Il a interjeté appel et il s'efforce de prouver qu'il est citoyen. Quelle preuve invoque-t-il ? Une seule, dit Philippi, p. 131 : à savoir qu'il est inscrit à la phratrie. Philippi en conclut que la liste du dème repose sur la liste de la phratrie. Il y a là une erreur de fait. Euphiletos prouve la possession d'état; il a fait entendre ses parents τῶν συγγενῶν; il invoque le fait que son père l'a présenté à la phratrie, l'a traité en fils, que ses sœurs l'ont considéré comme frère légitime, etc. La présentation à la phratrie n'est qu'un élément de la possession d'état.

(supra p. 76); elle ne suppose à aucun moment l'appartenance à la phratrie, et la preuve de la filiation légale doit se faire à nouveau.

XI. — *Applications.*

I. Appliquons ces solutions à l'adoption : celle-ci est une paternité fictive, copiée sur la paternité naturelle, et comme les cas d'adoption sont nombreux dans les plaidoyers civils des orateurs athéniens, nous pourrons tirer profit de leur examen.

L'adoption requiert le concours de la volonté du père adoptif et de la volonté du père naturel ou de l'adopté, si celui-ci est majeur.

La volonté du père adoptif peut être présumée; nous en avons des exemples dans *Dém. c. Leoch.*, où nous voyons le fils adoptif d'Archiade se substituer en cette qualité son propre fils [1]; mais expresse ou tacite, elle est toujours nécessaire. De même la volonté du père naturel est exigée; cela va de soi. Voyez *Dém. c. Macart*, c'est Sosithée qui présente son fils comme fils adoptif d'Eubulide et demande à la phratrie de l'agréer en cette qualité.

Mais le concours de la volonté du père adoptif et de la volonté du père naturel ou du citoyen majeur qui est adopté, suffit-il pour créer un fils adoptif?

Nous voyons dans tous les cas d'adoption que les adoptés ont été présentés à la phratrie, ou à la phratrie et au dème de l'adoptant.

Quand à la phratrie? Quand au dème et à la phratrie? Nous distinguerons deux cas ; 1° l'enfant adoptif est mineur, en ce cas il ne peut être présenté qu'à la phratrie; 2° L'enfant adoptif est majeur, il sera présenté au dème et à la phratrie. Régulièrement, d'abord à la phratrie puis au dème, mais cet ordre ne doit pas être suivi strictement.

[1] Autre exemple : Dém., *c. Macart.*, à propos de l'adoption d'Eubulide, fils de Sosithée, par un autre Eubulide, beau-père de Sosithée.

Isée nous donne deux exemples de la procédure ordinaire :

a) De Meneclis hered. ἀλλ' ὑγιαίνων, εὖ φρονῶν, εὖ νοῶν, ποιησάμενος εἰσάγει με εἰς τοὺς φράτορας παρόντων τούτων, καὶ εἰς τοὺς δημότας με ἐγγράφει καὶ εἰς τοὺς ὀργεῶνας [1].

On a cru voir dans cette énonciation, l'ordre même dans lequel les présentations ont été faites [2].

b) De Apoll. hered. Thrasyllos a été adopté par Apollodore, et il invoque sur ce point le témoignage des gennètes et des phratères. Plus tard, après la présentation au genos et à la phratrie, Apollodore annonça aux démotes l'adoption, les informa qu'il avait fait inscrire Thrasyllos εἰς τοὺς συγγενεῖς καὶ φράτορας, et les pria d'admettre ce dernier parmi eux. Ensuite de cette requête, il fut inscrit sous le nom de Thrasyllos, fils d'Apollodore.

Ainsi la présentation à la phratrie produit ses pleins effets pour le mineur, la présentation au dème pour le majeur. Maintenant, à quoi sert cette présentation? Elle est la condition essentielle de l'exercice des droits résultant de l'adoption. En d'autres termes, le concours des volontés crée le droit, mais s'il n'y a pas présentation et agréation, le droit ne pourra être exercé [3]. Mais est-ce bien de conditions essentielles qu'il faut parler? Ne semble-t-il pas plus exact de dire que la présentation et l'agréation sont des formes solennelles exigées à peine de nullité? Si la présentation et l'agréation sont la condition de l'exercice du droit, ce droit existe donc. Si elles sont une forme solennelle, tant qu'elle n'est pas accomplie, le droit n'existe pas. En pratique, voici l'utilité de cette distinction : l'adoption existe par le concours des volontés, donc on pourra établir ce concours des volontés, prouver l'adoption comme on peut prouver la filiation, par la possession d'état. Si, au contraire, la présentation est une condition de l'existence même

[1] Les orgéons répondent aux thiasotes de l'inscription de Décélie.

[2] Schoemann, *Comm. in Isaeum.*, p. 244.

[3] Van den Es, *De jure familiarum apud Athenienses*. Leyde, 1864, p. 94, ne me paraît pas avoir aperçu cette distinction.

de l'adoption, pour établir celle-ci, il faudra prouver le concours des volontés et l'accomplissement de ces formalités, c'est-à-dire les deux conditions de l'existence de l'adoption, et, cela va de soi, ces deux conditions devront être accomplies par toutes les parties ; en d'autres termes, si le père adoptif vient à décéder avant la présentation et l'agréation, il n'y aura pas d'adoption. La solution n'est pas douteuse : l'adoption n'est soumise à aucune forme solennelle.

Dernier point : la présentation et l'agréation, tant au dème qu'à la phratrie, sont requises pour le majeur : chacun de ces actes est-il la condition de l'*exercice* de droits différents?

Reprenons les deux cas indiqués tout à l'heure :

1° Adoption d'un mineur : elle est parfaite par le concours des volontés ; la condition de l'exercice des droits qui découlent de l'adoption est l'inscription à la phratrie. Du jour où il sera inscrit, le mineur exercera tous les droits de l'enfant adoptif, mais ces droits ne peuvent surgir que dans la sphère du droit privé.

Quand il sera majeur, il se fera inscrire dans le dème de l'adoptant. Cette inscription se fera-t-elle sur la foi de l'inscription à la phratrie? Non, ces deux actes juridiques sont indépendants l'un de l'autre. La preuve en est le cas de Leostrates d'abord inscrit au dème d'Archiade (père adoptif), puis à la phratrie de celui-ci.

2° L'adopté est majeur : l'inscription au dème est la condition essentielle de l'exercice du droit résultant de la filiation fictive, de l'adoption. La phratrie n'y ajoute rien, mais elle n'en est pas moins obligatoire.

II. Leostrates [1], dont le père était originairement du dème d'Eleusis, a été inscrit au dème d'Otryne, comme fils adoptif d'Archiade, et a passé dans ce dème ; plus tard, afin de pouvoir jouir des biens de sa famille naturelle, il rentre dans celle-ci et passe de nouveau dans le dème d'Eleusis ; mais il laisse son fils Leocrates pour continuer sa famille adoptive, la famille d'Archiade.

[1] Dém., *c. Leoch.*

Leocrates vient à mourir : alors Leostrates médite de rentrer dans le dème d'Otryne et de s'y faire réinscrire comme fils d'Archiade.

Dans ces pérégrinations de Leostrates d'un dème à l'autre, nous ne voyons pas qu'il passe par la phratrie d'Archiade. La suite montre cependant que cette inscription a eu lieu, mais comme l'inscription au dème est seule décisive, et que l'orateur ne songe pas, pour le moment, à critiquer la procédure suivie, il ne parle que du dème.

Leostrates ayant échoué dans sa tentative, fait inscrire son fils Leochares comme fils adoptif d'Archiade au registre du dème d'Otryne; après cela, il réussit à gagner quelques phratères et à le faire inscrire à la phratrie d'Archiade. Il y a là une irrégularité que l'orateur signale, mais sans conséquences légales : πρὶν τοῦ δήμου τὴν δοκιμασίαν γένεσθαι, οὐκ εἰσηγμένου δ' εἰς τοὺς φράτοράς πω τοῦ Ἀρχιάδου, ἀλλ' ἐπειδὴ ἐνεγράφη, τηνικαῦτα πείσας ἕνα τινὰ τῶν φρατόρων, ἐνέγραφεν εἰς τὸ φρατορικὸν γραμματεῖον.

III. *Isée de Pyrrhi hered.* [1]. Pyrrhos a adopté par testament son neveu Endios. Celui-ci hérite des biens de Pyrrhos et meurt après vingt ans de paisible possession. La sœur de Pyrrhos, mère d'Endios, se porte héritière : son droit est contesté par Phylè, épouse de Xénoclès, qui se prétend fille légitime de Pyrrhos.

Cette contestation soulève plusieurs questions (dont quelques-unes ont déjà été plaidées dans des instances précédentes) :

1° La mère de Phylè n'a pas été l'épouse légitime de

[1] Même argument dans Isée, *de Cironis hered.* Le mariage est donc accompagné d'une cérémonie à la phratrie et d'une cérémonie au dème. Nouvelle justification de ce que j'ai dit de l'abrogation tacite et de la juxtaposition des institutions. Indice aussi de ce que les membres de la phratrie ne sont pas nécessairement les membres du dème ; ces deux cérémonies semblables se font à des corporations de composition différente.

Pyrrhos; elle a été sa maîtresse. Preuves : cette femme se livrait à la prostitution, etc.; mais relevons seulement cet argument : §§ 76, 79, 80, Pyrrhos n'a pas offert le repas de noces aux phratères, il n'a pas non plus offert aux femmes du dème le repas des *Thesmophories*.

On le voit, il n'existe pas d'acte de l'état civil qui puisse être produit, et même l'absence de ces cérémonies dans la phratrie et dans le dème n'est invoquée qu'à titre de présomptions de l'absence de mariage.

2° Examinant directement la situation de Phylè, on peut prouver qu'elle est une enfant illégitime.

Ainsi Endios, en la mariant à Xénoclès, l'a dotée comme on dote une sœur bâtarde; Endios a été laissé en possession de l'héritage pendant vingt ans, etc.

Donc, ici non plus, pas de preuve écrite à produire.

Mais, en outre, Phylè n'a pas été présentée par son père à la phratrie.

Au moment du procès, fait-elle partie de cette phratrie ? Je crois qu'il faut répondre affirmativement. Si elle n'y avait pas été affiliée, on aurait pu lui opposer une exception tirée de cette circonstance; car elle prétend exercer le droit qui découle d'une filiation déterminée et l'appartenance à la phratrie de son père est la condition de l'exercice de ce droit. Mais en pratique, on a pu s'écarter de cette règle générale; nous le savons, les phratries procédaient parfois avec beaucoup de négligence aux admissions. Un indice de ce que Phylè faisait, au moment du procès, partie de la phratrie paternelle : le plaideur insiste sur ce qu'elle n'a pas été présentée par son père; n'aurait-il pas insisté sur ce qu'elle n'avait jamais été ni présentée ni agréée à la phratrie, si tel avait été le cas?

Supposons comme constant que son père ne l'a pas présentée à la phratrie : ce fait à lui seul est-il décisif ? Nullement ! Le plaidoyer le prouve. Ce n'est qu'un élément de la démonstration.

Admettons qu'elle était la fille légitime de Pyrrhos, l'absence de présentation par son père ne pouvait lui faire perdre sa

qualité et elle était toujours, à n'importe quel moment de sa vie, en temps utile pour établir sa filiation légale et remplir la condition de l'exercice des droits de sa filiation, l'inscription à la phratrie. La phratrie ne donne pas le droit, elle en permet l'exercice.

3° L'adoption d'Endios a été contestée; mais comme cette adoption a été testamentaire, ce point est sans intérêt pour nous.

4° Un détail qui se rattache au secundo : quel est le nom de Phylè : Dénoclès prétendait que le deuxième jour de la naissance de sa fille, Pyrrhos lui-même lui avait imposé ce nom; mais d'autres témoins prétendaient que le nom donné par Pyrrhos était celui de Clitarètè.

Comparez ceci avec ce qui va être dit du cas de Bœotos.

IV. Un des cas les plus complets de la preuve de la possession d'état est dans *Dém. c. Eubulide.* Sur les instigations de celui-ci, Euxithée a été rayé du dème d'Halimonte, comme étant étranger. Il lui faut prouver que son père et sa mère sont Athéniens (strictement il aurait encore à prouver qu'il est né de leur légitime mariage, mais ceci n'est pas contesté).

Il fait comparaître pour son père les démotes, phratères, gennètes, parents; pour la mère, les phratères, démotes, parents.

Remarquons bien l'indépendance de la phratrie et du dème. La radiation du dème n'a pas eu comme conséquence la radiation de la phratrie. Si les deux listes sont indépendantes, les deux institutions le sont aussi. De même, la déposition des phratères n'a pas plus de valeur que celle des autres témoins; à elle seule, elle ne suffirait pas. La preuve de la nationalité doit se faire complètement au dème, comme si elle n'avait pas eu lieu à la phratrie. L'appartenance à la phratrie doit être jointe à tout un ensemble d'autres faits pour former une preuve.

V. Un cas très intéressant où nous pouvons trouver la confirmation de la théorie est celui de *Dém. c. Bœotos pro nom.*

Deux frères, l'un né d'un mariage légitime, l'autre né d'un concubinat, portent tous deux le nom de Mantithée.

Mantithée, le fils légitime, prétend que l'autre Mantithée a usurpé ce nom et doit s'appeler Bœotos.

Y a-t-il une loi sur ce point ? Elle est indiquée à la fin du plaidoyer ; c'est au père qu'il appartient d'assigner un nom à ses enfants. Donc tout le débat se réduit à une question de fait : quel est le nom que Mantias, le père, a donné à Bœotos-Mantithée ?

Voici les faits qu'articule le demandeur : Mantias a présenté son fils illégitime à sa phratrie, sous le nom de Bœotos ; après la mort de Mantias, Bœotos s'est fait inscrire lui-même au dème sous le nom de Mantithée (preuve que les deux listes ne reposent pas l'une sur l'autre).

Les faits invoqués par Mantithée sont-ils constants ? Bœotos les reconnaissait ; il ne contestait pas notamment que son père ne l'eût présenté à la phratrie sous le nom de Bœotos, puisqu'il voyait dans ce nom une dérision, même une injure ; seulement pour éviter toute difficulté, Mantithée recourt à la preuve testimoniale. Il n'y a donc pas en l'espèce d'écrit probant. Admettons le fait comme établi ; est-il décisif ? Nullement ! que s'agit-il de prouver ? Faut-il prouver que la *volonté* de Mantias a été que son fils s'appelât Bœotos ? Faut-il prouver que cette volonté s'étant manifestée suivant certaines formes, a produit définitivement le résultat cherché ? Il n'y a à prouver que la volonté. Ainsi se comprend l'argument de Bœotos à savoir qu'étant l'aîné, le nom de l'aïeul, Mantithée, lui revient.

De même cet argument que, le dixième jour de sa naissance, Mantias l'a appelé de ce nom.

Bœotos était fils illégitime de Mantias, né d'un concubinat ; il avait été reconnu par Mantias par suite d'une ruse de Plango, mère de Bœotos et concubine de Mantias.

Celui-ci l'ayant reconnu avait été obligé de le présenter à sa phratrie.

Comment s'opère donc la reconnaissance d'un enfant né hors mariage ? Ici le serment a été déféré à Mantias ; il a dû

reconnaître que Bœotos était son fils. La reconnaissance était-elle parfaite ou, pour qu'elle le fût, fallait-il encore la présentation?

La présentation s'est accomplie. Bœotos a été agréé par la phratrie de Mantias comme fils de celui-ci. Quel était l'effet de cet acte juridique? Il ne créait pas le droit, il n'était pas une forme solennelle requise à peine de nullité. C'était une condition de l'exercice du droit.

Le droit existait donc par le seul effet de la volonté du père, mais son exercice était subordonné à l'acte juridique; c'est ce qui résulte très clairement de ce passage : Mantithée interpelle Bœotos et lui demande : comment se fait-il que tu sois de la tribu de Mantias et que tu aies part à son héritage? Tu n'aurais qu'une chose à répondre. — (Remarquez bien la réponse.) — Mantias m'a reconnu de son vivant, — mais quelle preuve, quel témoignage peux-tu donner de ce fait? Tu diras : il m'a présenté à la phratrie.

Ainsi Bœotos hérite de Mantias, parce que celui-ci l'a reconnu, voilà le fait qui crée le droit. Mais il faut prouver ce fait. Bœotos n'a pas d'autre preuve que sa présentation à la phratrie; s'il l'invoque pour établir la reconnaissance, il doit aussi consentir à ce que Mantithée l'invoque contre lui pour prouver que son nom est bien Bœotos. La présentation à la phratrie n'est qu'un moyen de preuve, ce n'est pas *la* preuve. De plus l'inscription à la phratrie doit produire un effet. Cet effet ne peut être que l'accomplissement d'une condition essentielle de l'exercice des droits résultant de la reconnaissance.

RÉSUMÉ & CONCLUSIONS.

Il ne sera pas inutile de grouper les résultats de ce travail et d'en dégager les conclusions.

Première partie.

L'organisation de la Cité athénienne avant Clisthènes.

La cité athénienne est née de l'association, synoecisme, d'un certain nombre de dèmes, autrefois indépendants. Les agents principaux de cette unification du pays furent les genê nobles, les eupatrides. Aussi continuent-ils à être les éléments essentiels de l'État. Les non-nobles, les individus qui, à l'époque homérique, s'appelaient les laoi, sont plutôt à côté de la Cité que dans la Cité.

Le genos est une institution aristocratique, produite, comme la noblesse elle-même, par le développement naturel des choses. Il est la famille agrandie, laquelle maintient sa cohésion, grâce principalement à la communauté du culte et de la propriété.

Quand la Cité est constituée, les genê apparaissent comme des parties d'un tout symétrique. La Cité se compose d'un certain nombre de cadres superposés : 4 tribus, 12 phratries, 360 genê, 10,800 chefs de famille.

Comment se comprend et s'explique cette organisation symétrique?

Ses principaux éléments, les genê, les phratries, moins probablement les tribus, ont été fournis au législateur, dont l'œuvre a été de combiner, de régulariser ce qui existait, d'après des lois numériques.

Cependant les genê n'ont point perdu leur caractère familial; il faut rejeter toute explication qui méconnaîtrait ce fait. L'hypothèse qui semble le mieux en tenir compte, est celle

qui, pour expliquer le système numérique et symétrique adopté par les Athéniens, le rapproche de l'organisation de la propriété privée.

Un certain nombre de genê forment une phratrie ; celle-ci est donc une association de genê voisins, unis pour la célébration en commun du culte gentilice. Quand la Cité est constituée, sont seuls regardés comme pleinement citoyens ceux qui participent à ce culte, c'est-à-dire les eupatrides. Les non-nobles trouvent là la raison d'être de leur infériorité politique ; mais peu à peu ils sont admis à assister aux cérémonies du culte ; leur émancipation religieuse et politique commence. La distance qui les sépare des eupatrides diminue. Ils se relèvent de leur déchéance. Ils constituent dans la phratrie des associations d'orgéons, sur le type des genê nobles. La phratrie finit donc par comprendre deux éléments : les orgéons ou thiasotes et les homogalaktes ou gennètes.

La tribu est d'abord un principe de classification des phratries et des genê ; elle est ensuite au principe de division du sol, une circonscription administrative. Elle est, semble-t-il, contemporaine de la naissance de la Cité : les quatre tribus sont l'institution commune à tous, destinée à encadrer, à réunir en un tout les éléments préexistants.

Le double caractère qui vient d'être indiqué est incontestable. En effet, comme principe de classification des phratries et des genê, la tribu contient trois phratries ; chaque phratrie, trente genê. Comme circonscription administrative, elle contient peut-être douze trittyes, certainement quarante-huit naucraries.

Ce double caractère s'explique : les genê et les phratries, sans diviser le sol au point de vue du droit public, ont cependant avec lui une attache ; ils ont chacun leur siège sur un point déterminé du territoire. La tribu classe les genê et les phratries qui ont leur siège sur la partie du pays qui lui est assignée.

Quel est le principe fondamental de l'organisation primitive de la Cité? C'est le principe gentilice, le principe de la naissance, mais il a été combiné avec le principe territorial.

Deuxième partie.

La réforme de Clisthènes.

Après les réformes de Dracon et de Solon, l'égalité des nobles et des non-nobles est à peu près complète. A ce moment les non-nobles, groupés dans leurs thiases, sont devenus membres actifs de la phratrie.

Cependant la prépondérance de la noblesse subsiste : elle est clairement affirmée par les trois partis du temps de Pisistrate (Pédiéens, Paraliens, Diacriens) et les trois groupes du temps de Damasias (Eupatrides, Géorgoi, Démiurges), lesquels, eux aussi, ne représentent que trois partis, identiques à ceux qui viennent d'être cités.

La prépondérance de la noblesse provient des influences locales et religieuses qu'elle exerce sur les non-nobles.

Clisthènes brise ces influences et, par conséquent, met fin au règne de l'aristocratie.

Il commence par supprimer les quatre tribus et les naucraries [1] ; les quatre tribus subsistent comme corps religieux;

[1] M. Frankel, *Zur Drakontischen Verfassung*, *Rh. Mus.*, 1892, pages 473 et suivantes, maintient les naucraries après Clisthènes sur la foi de Kleidemos. Je continue à croire que le texte de la Politeia affirme positivement la suppression des naucraries. Impossible d'ailleurs de dire à quoi elles pouvaient encore servir.

Comme je l'ai déjà fait remarquer, il ne rentre pas dans le cadre de ce travail d'étudier de près et dans les détails l'organisation des naucraries. L'article de Fränkel contient à cet égard des renseignements excellents; Busolt a dû également toucher ce point dans le *Philologus* L; mais je n'ai pu encore, au moment où ces pages achèvent de s'imprimer, me procurer son article, dont sans aucun doute j'aurais largement profité pour d'autres parties de mon travail.

Je regrette aussi de n'avoir pu avoir à ma disposition, en temps utile, divers travaux parus en 1892, tels que la deuxième édition de Busolt, *Staatsalterthümer* et l'article de Szanto sur les trittyes, *Hermès*.

peut-être même sont-ce leurs cultes seulement qui se perpétuent.

Il crée tout un ensemble nouveau de circonscriptions locales : 10 tribus, 30 trittyes, un certain nombre de dèmes. Les trois trittyes de chaque tribu appartiennent chacune à une région différente : moyen efficace pour rompre les anciennes relations locales. Dans cette organisation prévaut le principe territorial, le principe du domicile ; mais de même que dans la Cité primitive, le principe prédominant, le principe gentilice n'est pas pur de tout mélange, de même dans la Cité de Clisthènes le principe nouveau se combine avec le principe ancien.

Clisthènes laisse debout les genê et les phratries. Les phratries continuent à se composer d'un certain nombre de thiases et généralement d'un certain nombre de genê ; l'égalité achève de s'établir entre ces deux éléments.

Les phratries, selon toute vraisemblance, se sont multipliées ; cette multiplication a peut-être commencé avant Clisthènes : sa réforme l'a facilitée.

La phratrie a gardé son ancien caractère ; elle n'est pas devenue une circonscription locale ; notamment elle ne coïncide pas avec le dème. Ces deux organisations sont indépendantes l'une de l'autre.

S'il en est ainsi, nous nous heurtons à une difficulté : tout citoyen athénien est inscrit et dans une phratrie et dans un dème. Ces deux inscriptions produisent-elles ou non les mêmes effets ?

Le droit de cité dépend de la naissance, de la filiation légale : pour être citoyen, il faut être né de deux Athéniens, unis par un mariage légal. C'est donc la naissance qui crée le droit : la filiation légale donne la nationalité athénienne, donc tous les droits privés et politiques.

Mais l'exercice de ces droits est soumis à certaines conditions : avant Clisthènes, appartenance à la phratrie ; après Clisthènes, appartenance au dème et à la phratrie.

Avant comme après Clisthènes, la condition de l'exercice des droits du citoyen n'est donc pas le fait de l'inscription matérielle; l'écrit n'a aucune force probante : c'est l'acte juridique proprement dit, présentation à la phratrie, au dème et acceptation par ceux-ci.

Clisthènes soumet la faculté d'exercer les droits du citoyen à l'appartenance au dème; il légifère directement dans la sphère du droit public; mais le principe qu'il pose a ses conséquences indirectes dans le droit privé. L'Athénien, membre d'un dème, ne peut pas seulement être électeur, éligible, etc. : il est citoyen, il entre donc en jouissance de tous les droits privés, il peut hériter, plaider, etc.

L'inscription au dème se fait quand le jeune Athénien a accompli sa 18e année; son affiliation au dème lui donne, à partir de ce moment, l'exercice du droit de cité tout entier.

Telles sont les innovations de Clisthènes : que deviennent les phratries? Nous l'avons déjà vu, Clisthènes n'y touche pas directement; mais il s'opère une abrogation tacite qui porte sur les contrariétés de la loi ancienne et de la loi nouvelle.

Puisque, à partir de 18 ans accomplis, l'Athénien reçoit tout du dème, à strictement parler, la phratrie devient inutile; il ne continue pas moins à en faire partie, et même le naturalisé qui acquiert le droit de cité plein en vertu du vote du peuple et qui entre en jouissance de tout ce droit par suite de son affiliation à un dème, n'en est pas moins astreint à se faire recevoir dans une phratrie. Cette obligation subsiste, puisque Clisthènes ne l'a pas abolie, et il n'aurait pu l'abolir à cause du caractère religieux des phratries.

Mais jusqu'à 18 ans accomplis, l'Athénien, après Clisthènes, reçoit de la phratrie tout ce que ses ancêtres en recevaient durant toute leur vie, c'est-à-dire la faculté d'exercer les droits du citoyen. Il est citoyen, parce qu'il est né légalement; il ne peut exercer les droits du citoyen que s'il est membre d'une phratrie. Et comme jusqu'à cet âge il ne peut s'agir pour lui que de droits privés, on dira qu'en fait l'appartenance à la

phratrie, après Clisthènes, est la condition de l'exercice des droits privés; mais rigoureusement cette affirmation est inexacte.

L'appartenance à la phratrie est la condition de l'exercice des droits du citoyen; ce principe est celui de la législation ancienne. A côté de ce principe, Clisthènes écrit celui-ci : l'appartenance au dème est la condition de l'exercice des droits du citoyen. Ces deux principes se combinent : le principe nouveau limite l'ancien et détermine dorénavant son application.

La réforme de Clisthènes offre donc le spectacle curieux d'institutions juxtaposées; l'édifice politique garde toutes les parties anciennes qui ne sont pas incompatibles avec les tendances auxquelles le réformateur a voulu donner une satisfaction; il présente un ensemble qui pèche du côté de la symétrie et de la régularité, mais qui continue à parler aux générations qui se succèdent, des temps anciens. Clisthènes n'est pas un révolutionnaire, mais un réformateur, un esprit hardi, ouvert au progrès et en même temps un esprit respectueux de la tradition.

TABLE

DES

MÉMOIRES CONTENUS DANS LE TOME XLVII

SCIENCES

1. Contribution à la question de l'azote. — Seconde note; par A. Petermann (1 planche).
2. Recherches sur la composition de l'atmosphère (Acide carbonique. Combinaisons azotées contenues dans l'air atmosphérique et dans l'eau de pluie). — Première partie : Acide carbonique contenu dans l'air atmosphérique; par A. Petermann et J. Graftiau (2 planches).
3. Recherches sur les variations respiratoires de la pression intra-abdominale; par le Dr Albert Hogge (19 figures).
4. Contributions à l'histoire des ferments des hydrates de carbone (Bacille des bières tournées); par Henri Van Laer.
5. Essai de géométrie analytique générale; par J. de Tilly.
6. Mémoire sur l'intégration des équations différentielles; par Ch.-J. de la Vallée Poussin.

LETTRES

7. Renard de Schönau, sire de Schoonvorst. — Un financier gentilhomme du XIVe siècle; par le baron J. de Chestret de Haneffe (1 planche).
8. Euripide et Anaxagore; par Léon Parmentier.
9. L'organisation de la cité athénienne et la réforme de Clisthènes; par Henri Francotte.

19 OCT. 95

BRITISH MUSEUM